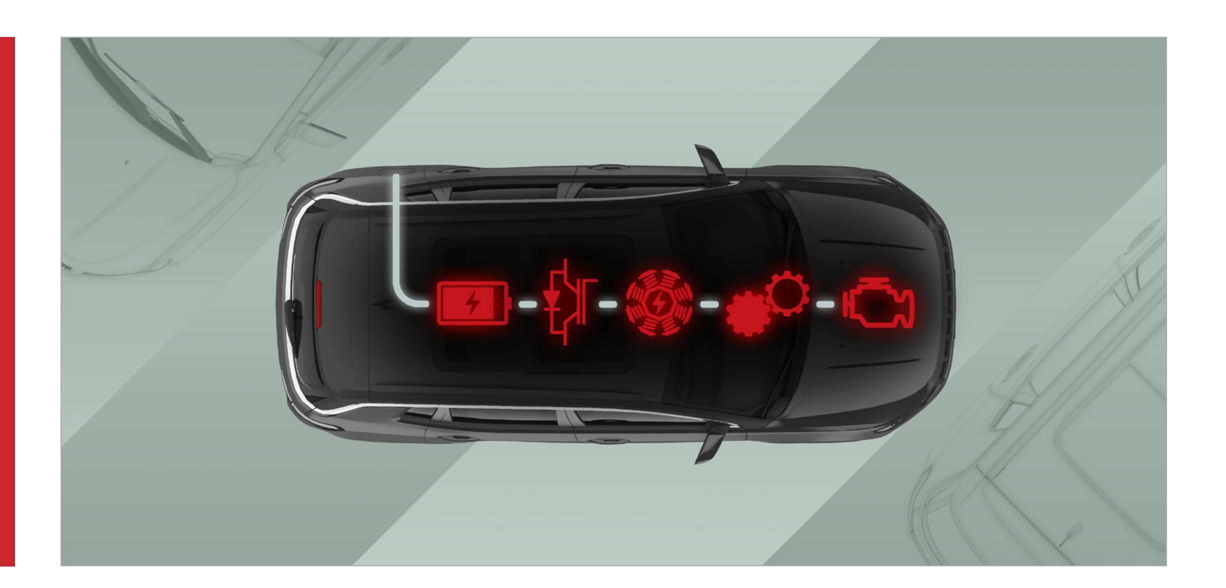
Advances in Mechatronic Systems Band 2

Editor: Jürgen Maas

Stefan Geng

Modellgestützte Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes für einen plug-in-hybrid-elektrischen Antriebsstrang



Universitätsverlag der TU Berlin



Stefan Geng

Modellgestützte Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes für einen plug-in-hybrid-elektrischen Antriebsstrang

Die Schriftenreihe *Advances in Mechatronic Systems*
der Technischen Universität Berlin wird herausgegeben von:
Prof. Dr.-Ing. Jürgen Maas
Prof. Dr.-Ing. Cornelia Weltzien
Prof. Dr.-Ing. Henning Jürgen Meyer

Advances in Mechatronic Systems | 2

Stefan Geng

Modellgestützte Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes für einen plug-in-hybrid-elektrischen Antriebsstrang

Universitätsverlag der TU Berlin

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.dnb.de abrufbar.

Universitätsverlag der TU Berlin, 2023
https://verlag.tu-berlin.de

Fasanenstr. 88, 10623 Berlin
Tel.: +49 (0)30 314 76131
E-Mail: publikationen@ub.tu-berlin.de

Zugl.: Berlin, Techn. Univ., Diss., 2022
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Jürgen Maas
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Thomas Schulte (TH OWL)
Gutachter: Dr.-Ing. Christian Graf (Audi AG)
Die Arbeit wurde am 02. November 2022 an der Fakultät V unter Vorsitz von Prof. Dr.-Ing. Dietmar Göhlich erfolgreich verteidigt.

Umschlagbild: Stefan Geng (Konzept), Piotr Krowczynski (Umsetzung)

Druckerei: docupoint GmbH
Satz/Layout: Stefan Geng

ISBN 978-3-7983-3299-7 (print)
ISBN 978-3-7983-3300-0 (online)

ISSN 2702-119X (print)
ISSN 2702-1203 (online)

Zugleich online veröffentlicht auf dem institutionellen Repositorium der Technischen Universität Berlin:
DOI 10.14279/depositonce-16734
https://dx.doi.org/10.14279/depositonce-16734

Kurzfassung

Plug-in-hybrid-elektrische Fahrzeuge kombinieren einen emissionsarmen Fahrbetrieb mit den Vorteilen konventionell angetriebener Fahrzeuge hinsichtlich der Reichweite und Betankung. Ausschlaggebend für die Kraftstoffsparsamkeit solcher Fahrzeuge ist unter anderem die Konfiguration von Getriebe, Verbrennungs- und Elektromotor im Antriebsstrang. Antriebsstrangkonfigurationen mit Multi-Mode-Getriebe ermöglichen die Umschaltung zwischen verschiedenen Kopplungen von Verbrennungs- und Elektromotor, wodurch sich gegenüber einer festen Kopplung zusätzliche Kraftstoffeinsparungen erzielen lassen. Diese Arbeit beschreibt eine Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben und der dazugehörigen Steuer- und Regelalgorithmen. Grundlage hierfür ist ein Ansatz zur Antriebsstrang- und Getriebemodellierung, bei dem sich der Detaillierungsgrad der Modelle an die jeweiligen Entwicklungsaufgaben anpassen lässt. Die Systematik wird zur Entwicklung eines Funktionskonzepts angewendet, das als Basis für die konstruktive Entwicklung eines neuen Multi-Mode-Getriebes dient. Für das hieraus resultierende Getriebe werden entsprechende Steuer- und Regelalgorithmen sowie eine übergeordnete Betriebsstrategie zur Gang- und Betriebsmodusauswahl entwickelt. Darüber hinaus erfolgt eine modellgestützte Bewertung des potenziellen Kraftstoffverbrauchs, bei der Wirkungsgradmessungen eines entsprechenden Getriebeprototyps berücksichtigt werden.

Abstract

Plug-in hybrid electric vehicles combine low-emission driving with the advantages of conventional powered vehicles in terms of operating range and refueling time. Decisive for the fuel economy of such vehicles is the configuration of the transmission, the internal combustion engine and the electric motor within the powertrain. Powertrain configurations with multimode transmissions can switch between various couplings of the engine and electric motor, enabling additional fuel savings compared to a fixed coupling. This thesis describes a systematic approach for the model-based development of multimode transmissions and the corresponding control algorithms. It is based on a modelling approach for powertrains and transmissions, while the model's level of detail can be adapted to various development tasks. The overall approach is used to develop a functional concept that provides the basis for the design of a new multimode transmission. For this transmission the necessary control algorithms and an operating strategy for selecting the gear and operating mode are developed. Furthermore, a model-based evaluation of the potential fuel consumption is carried out, taken into account efficiency measurements obtained from a corresponding transmission prototype.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Energieforschung der Technischen Hochschule Ostwestfalen-Lippe in Lemgo unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Schulte. Grundlage für die Inhalte und Ergebnisse meiner Arbeit bildeten zwei Forschungsprojekte, die von den Bundesministerien für Bildung und Forschung sowie für Wirtschaft und Technologie gefördert und in Kooperation mit der dSPACE GmbH bzw. der GKN Driveline International GmbH am Institut bearbeitet wurden.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Jürgen Maas vom Fachgebiet „Elektromechanische Konstruktionen“ der Technischen Universität Berlin für die Möglichkeit zur Promotion, die wohlwollende Unterstützung und das entgegengebrachte Vertrauen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Thomas Schulte für die gewährten Freiräume und das großartige Engagement bei der Betreuung. Die vielfältige Unterstützung und die konstruktiven Anregungen haben maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Steffen Müller und Herrn Dr.-Ing. Christian Graf danke ich für das Interesse an meiner Arbeit und die Bereitschaft ein Gutachten zu erstellen. Darüber hinaus bedanke ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Dietmar Göhlich für den Prüfungsvorsitz.

Den Herren Dr.-Ing. Hagen Haupt und M. Sc. Norbert Meyer von der dSPACE GmbH sowie den Herren Dr.-Ing. Wolfgang Hildebrandt und Dipl.-Ing. Sven Herber von der GKN Driveline GmbH danke ich für die Begleitung und Unterstützung durch fachliche Diskussionen im Rahmen der Forschungsprojekte.

Allen Mitarbeitern des Instituts für Energieforschung danke ich für die kollegiale Arbeitsatmosphäre und die gute Zusammenarbeit. Hervorzuheben sind Herr Dr.-Ing. Axel Kiffe und Herr M. Sc. Manuel Brose für die wertvollen Diskussionen und Anregungen für meine Arbeit. Außerdem bedanke ich mich bei allen von mir betreuten Studenten. Namentlich erwähnen möchte ich an dieser Stelle die Herren M. Sc. Andreas Meier und M. Sc. Tobias Zubke, die im Rahmen ihrer Abschlussarbeiten einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben.

Großer Dank gilt auch meinen Eltern, die mich stets unterstützt und somit meine Ausbildung und meinen beruflichen Werdegang ermöglicht haben.

Detmold, im November 2022 Stefan Geng

Inhaltsverzeichnis

Symbole- und Abkürzungen

Lateinische Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
a_{G}	Ganganzahl	-
a_{K}	Anzahl der Knoten bei der modifizierten Knotenanalyse	-
a_{M}	Anzahl der Maschen bei der modifizierten Knotenanalyse	-
a_{Takt}	Taktzahl eines Verbrennungsmotors	-
a_{Z}	Zähnezahl	-
a_{Zellen}	Anzahl der Zellen einer Li-ionen-Batterie	-
A_{SF}	Stirnfläche eines Fahrzeugs	m^2
$\mathbf{A}$	Systemmatrix der linearen Zustandsraumdarstellung	-
b_{e}	Spezifischer Kraftstoffverbrauch	$\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{kWh}}$
$\mathbf{B}$	Eingangsmatrix der linearen Zustandsraumdarstellung	-
c	Federsteifigkeit	Nm/rad
c_{B}, c_{EM}, c_{VM}	Polynomkoeffizienten zur Approx. der Verlustkennfelder	-
c_{w}	Strömungswiderstandsbeiwert (CW-Wert)	-
C_{DS}	Doppelschichtkapazität einer Li-Ionen-Batteriezelle	As/V
$\mathbf{C}$	Ausgangsmatrix der linearen Zustandsraumdarstellung	-
d	Dämpferkonstante	Nm s/rad
$\mathbf{D}$	Durchgangsmatrix der linearen Zustandsraumdarstellung	-
E	Energie	Ws
f	Systemfunktion	-
f_0	Kostenfunktion	-
f_{NF}	Nutzungsfaktor	-
$f_{\mathrm{ZA,SE}}$	Funktion des Schaltelement-Zustandsautomaten	-
F	Kraft	N
F_{NF}	Wahrscheinlichkeitsverteilung des Nutzfaktors	-
G, $\mathbf{G}$	Übertragungsfunktion /-matrix	-
H	Hybridisierungsgrad	-
$\mathbf{H}$	Eingangsmatrix der diskreten Zustandsraumdarstellung	-
i	Getriebeübersetzung	-
i_{Batt}, $\tilde{i}_{\mathrm{Batt}}$	Batteriestrom	A
$\mathbf{I}$	Einheitsmatrix	-
J	Massenträgheitsmoment	$\mathrm{kg\,m}^2$
k_{Roll}	Rollwiderstandsbeiwert	-
K	Kosten	-
K_{P}	Reglerverstärkung	-
$\mathbf{K}$	Koeffizientenmatrix bei modifizierter Knotenanalyse	-
L	Induktivität	Vs/A

Symbol	**Bedeutung**	**Einheit**
m	Masse	kg
M	Drehmoment	Nm
$M_{\mathrm{c,SE}}$	Drehmoment der Federsteifigkeit bei einem Schaltelement	Nm
M_{G}	Drehmoment an einem Übersetzungselement	Nm
$M_{\mathrm{k,SE}}$	Drehmoment durch Kontaktreibung bei Schaltelementen	Nm
$\|M_{\mathrm{k,SE}}\|$, $\mathbf{M}_{\|\mathrm{k,SE}\|}$	Betrag der Kontaktreibung bei Schaltelementen	Nm
M_{R}	Reibmoment	Nm
$M_{\mathrm{v,G}}$	Verlustdrehmoment bei einem Übersetzungselement	Nm
$M_{\mathrm{v,SE}}$	Schleppmoment bei einem Schaltelement	Nm
n	Drehzahl	min^{-1}
N	N-ter Abstastschritt für Endzeitpunkt $t_{\mathrm{e}} = N \cdot T$	-
p	Wahrscheinlichkeit	-
p_{me}	Effektiver Mitteldruck	bar
P, $\tilde{P}$	Leistung	W
Pr	Wahrscheinlichkeitsfunktion	-
q, $\tilde{q}$	Elektrische Ladung	As
Q_{Batt}	Maximale Ladungskapazität einer Li-Ionen-Batterie	As
$\mathbf{Q}_{\mathrm{u}}$	Matrix zur Speicherung optimierter Steuergrößen	-
$\mathbf{Q}_{\mathrm{x}}$	Matrix zur Speicherung optimierter Zustandsgrößen	-
r_{eff}	Effektiver Radius	m
r_{R}	Effektiver Reifenradius	m
R_{DT}	Durchtrittswiderstand einer Li-Ionen-Batteriezelle	Ω
R_{i}, $\tilde{R}_{\mathrm{i}}$	Innenwiderstand einer Li-Ionen-Batteriezelle	Ω
s	Laplace-Variable	-
s_{SE}	Vorzeichen des Reibmoments bei Schaltelementen	-
t	Zeit	s
t_{e}	Endwert eines Zeitintervalls	s
T	Zeitkonstante	s
$\mathbf{T}$	Eingangsmatrix der modifizierten Knotenanalyse	-
u, $\mathbf{u}$	Eingangs-/Steuergrößen	-
$\mathbf{u}^{\mathrm{R}}$	Eingangs-/Steuergrößenraster	-
u_0	Ruhespannung einer Li-Ionen-Batteriezelle	V
u_{Batt}	Klemmenspannung einer Li-Ionen-Batterie	V
u_{EM}	Steuergröße elektrischer Antrieb	-
u_{G}	Steuergröße Multi-Mode-Getriebe (Gänge/Betriebsmodi)	-
u_{SE}	Eingangsgröße für den Zustand von Schaltelementen	-
u_{Zelle}	Klemmenspannung einer Li-Ionen-Batteriezelle	V
v_{FZ}	Fahrzeuggeschwindigkeit	km/h
V_{H}	Hubvolumen	m^3
V_{KS}	Kraftstoffverbrauch	L
$\tilde{V}_{\mathrm{KS}}$	Kraftstoffverbrauch bezogen auf 100 km	$\frac{\mathrm{L}}{100\,\mathrm{km}}$
$\dot{V}_{\mathrm{KS}}$, $\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}$	Kraftstoff-Volumenstrom	L/s
$\mathbf{w}$	Unbekannten-Vektor bei modifizierter Knotenanalyse	-
x, $\mathbf{x}$	Zustandsgrößen	-
x_0	Anfangszustand	-
x_{e}	Endzustand	-
$\mathbf{x}^{\mathrm{R}}$	Zustandsgrößenraster	-
$\mathbf{y}$	Ausgangsgrößenvektor	-

Symbol	Bedeutung	Einheit
z	Weg(-verlauf)	m
Z	Wegstrecke (Distanz)	m
$\underline{Z}_{\mathrm{W}}$	Warburgimpedanz einer Li-Ionen-Batteriezelle	Ω

Griechische Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
α	Steigungswinkel einer Wegstrecke	rad
β	Eigenwert	1/s
$\boldsymbol{\Phi}$	Transitionsmatrix	-
η	Wirkungsgrad	-
λ	Lagrange-Multiplikator	-
μ	Reibungskoeffizient	-
ν	Viskositätskonstante	Nm s/rad
ω	Winkelgeschwindigkeit	rad/s
ω_{G}	Winkelgeschwindigkeit eines Übersetzungselements	rad/s
ω_{SE}	Relativwinkelgeschwindigkeit eines Schaltelements	rad/s
$\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}$	Winkelgeschwindigkeitsquelle des Schaltelement-Modells für dynamische Getriebemodelle	rad/s
Ψ	Stabilitätsfunktion	-

Weitere Formelzeichen

Symbol	Bedeutung	Einheit
$\mathcal{H}$	Hamilton-Funktion	-
$\mathcal{U}$	Menge der zulässigen Eingangs-/Steuergrößen	-
$\mathcal{X}$	Menge der zulässigen Zustandsgrößen	-
$\mathcal{Z}$	Zufallsvariable	-

Konstanten

Symbol	Bedeutung	Zahlenwert
ρ_{KS}	Kraftstoffdichte für Benzin	ca. 745 kg/m^3
ρ_{Luft}	Luftdichte bei 20°C	1,2041 kg/m^3
g	Erdbeschleunigung	9,81 m/s^2

Indizes

Index	**Bedeutung**
Ab	Hangabtrieb
An	Antriebsachse
AS	Antriebssteuerung
Batt	Batteriespeicher
BS	Betriebsstrategie
CD	Entladung (Charge-Depleting)
CS	Ladungserhaltung (Charge-Sustaining)
d	Bezogen auf diskrete Systembeschreibung
el	Bezogen auf elektrische Größe
EA	elektrischer Antrieb
EM	elektrische Maschine
FZ	Fahrzeug
G	Getriebe/Übersetzung
GS	Getriebesteuerung
k	Zeitdiskretisierung $t_k = k \cdot T$
KS	Kraftstoff
L	Bezogen auf lineares Teilsystem
Luft	Luftwiderstand
M	Bezogen auf Drehmoment
n	Bezogen auf Drehzahl
NL	Bezogen auf nichtlineares Teilsystem
Roll	Rollwiderstand
SE	Schaltelement
SF	Stirnfläche
u	Bezogen auf Eingangsgrößen
v	Verluste
VM	Verbrennungsmotor
y	Bezogen auf Ausgangsgrößen
Zug	Zugbetrieb
ω	Bezogen auf Winkelgeschwindigkeit
∞	Stationäre Größen
*	Optimierte Größe

Abkürzungen

Abkürzung	**Bedeutung**
ARW	Anti-Reset-Windup
BEV	Battery Electric Vehicle
DHT	Dedicated Hybrid Transmission
DIRECT	Dividing Rectangles
DP	Dynamische Programmierung
eCVT	Electrically Continuous Variable Transmission
EA	Evolutionäre Algorithmen

Abkürzung	Bedeutung
ECMS	Equivalent Consumption Minimization Strategy
EM	Elektromotorischer Fahrbetrieb
FTP	Federal Test Procedure
HIL	Hardware in the Loop
HWFET	Highway Fuel Economy Test
LV	Leistungsverzweigter Hybridbetrieb
MNA	Modified Nodal Analysis
MPC	Model Predictive Control
NEFZ	Neuer Europäischer Fahrzyklus
PAR_M	Paralleler Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition
PAR_n	Paralleler Hybridbetrieb mit Drehzahladdition
PHEV	Plug-In Hybrid Electric Vehicle
PMP	Pontryagin‘sches Maximumprinzip
PSO	Partikelschwarmoptimierung
REEV	Range Extended Electric Vehicle
SA	Simulated Annealing
SeDuMi	Sotwaretool zur Optimierung: Self-Dual-Minimization
SER	Serieller Hybridbetrieb
SDP	Stochastische Dynamische Programmierung
SFTP	Supplemental Federal Test Procedure
SoC	State of Charge
SQP	Sequenzielle Quadratische Optimierung
UDDS	Urban Dynamometer Driving Schedule
WLTC	Worldwide Harmonized Light-Duty Vehicles Testing Cycle
WLTP	Worldwide Harmonized Light-Duty Vehicles Testing Procedure

1 Einleitung

Die gesetzlich vorgeschriebenen Maßnahmen zum Klimaschutz verpflichten Automobilhersteller zur Reduzierung der Emissionswerte ihrer Fahrzeugflotten. Dabei sieht die von der Europäische Union verabschiedete Verordnung zur Verminderung der CO_2-Emissionen von Personenkraftwagen ab dem Jahr 2020 einen durchschnittlichen CO_2-Austoß der europäischen Neuwagenflotte von 95 gCO_2/km vor sowie weitere Reduzierungen um 15 % und 37,5 % bis zum Jahr 2025 bzw. 2030 [43]. Um diese gesetzlich vorgeschriebenen Grenzwerte einzuhalten, setzen die Automobilhersteller vermehrt auf die Elektrifizierung ihrer Fahrzeugflotten. So hat sich in den vergangenen Jahren das Angebot von Elektro- und Hybridfahrzeugen auf dem deutschen Markt mehr als verdreizehnfacht[1]. Darüber hinaus zeigen die Zulassungszahlen des Kraftfahrtbundesamtes einen wachsenden Absatzmarkt für solche Fahrzeuge. Auch wenn der aktuelle Anteil der Elektro- und Hybridfahrzeuge in Deutschland nur ca. 4,7 % beträgt[2], so ist im Jahr 2022 gegenüber dem Vorjahr ein Anstieg der Anmeldezahlen von 100 % bei Elektro- und 66 % bei Hybridfahrzeugen (102 % bei Plug-in-Hybriden) zu verzeichnen [114].

Diese Entwicklungen wurden im Zuge des Nationalen Entwicklungsplans Elektromobilität der Bundesregierung gefördert, dessen Ziel es ist, die Forschung und Entwicklung sowie Marktvorbereitung und Markteinführung von Elektro- und Plug-in-Hybridfahrzeugen voranzutreiben. Mit dieser Förderstrategie wollte die Bundesregierung bis zum Jahr 2020 eine Million Elektro- und Plug-in-Hybridfahrzeuge auf Deutschlands Straßen bringen [148]. Allerdings wurde dieses Ziel verworfen, da die lediglich 34.000 zugelassenen Elektrofahrzeuge zu Beginn 2017 keine realistischen Aussichten auf Erreichung des gesetzten Ziels boten [31]. Dennoch wird an dem Kernanliegen des Entwicklungsplans festgehalten und die Anschaffung von Elektro- und Plug-in-Hybridfahrzeugen mit finanziellen Anreizen, wie z. B. steuerlichen Vorteilen oder Bonuszahlungen für Neuanschaffungen, gefördert. Um die von der Europäischen Union festgelegten Flottengrenzwerte einzuhalten, ist im

[1] Anzahl der von internationalen Herstellern auf dem deutschen Markt angebotenen Modelle und Modellvarianten von Elektro- und Plug-in-Hybridfahrzeugen [20, 148, 173]: 29 in 2015, 45 in 2016, 77 in 2018, 102 in 2020 und 404 in 2022.

[2] Fahrzeugbestand in Deutschland zum 1. Januar 2022 [114]: Von insgesamt 48.540.878 Pkw sind 618.460 Elektrofahrzeuge und 1.669.051 Hybridfahrzeuge (565.956 Plug-in-Hybride).

Jahr 2030 gemäß der Analyse in [149] ein Bestand von voraussichtlich 14 Millionen Elektrofahrzeugen (ca. ein Viertel davon Plug-in-Hybridfahrzeuge) erforderlich.

Laut den aktuellen Zulassungszahlen[2] wurden 2,7-mal mehr Hybridfahrzeuge als Elektrofahrzeuge angeschafft. Dies liegt sowohl an der eingeschränkten Reichweite und der vergleichsweise hohen Ladezeit von aktuell angebotenen Elektrofahrzeugen als auch an der bisher unzureichend ausgebauten Ladeinfrastruktur. Hybridfahrzeuge hingehen, bieten hohe Reichweiten und können auf längeren Strecken konventionell aufgetankt werden. Darüber hinaus besitzen Plug-in-Hybridfahrzeuge gegenüber konventionellen Hybridfahrzeugen einen größeren Batteriespeicher, der am externen Stromnetz aufladbar ist und die Reichweite im elektrischen Fahrbetrieb deutlich erhöht. So lässt sich ein Kompromiss zwischen Elektro- und konventionellen Fahrzeugen erzielen, bei dem kürzere Strecken (z. B. Arbeitsweg) im elektrischen Fahrbetrieb und längere Strecken im verbrennungsmotorischen Fahrbetrieb zurückgelegt werden.

Ausschlaggebend für einen kraftstoffsparsamen Betrieb von Hybridfahrzeugen sind die Antriebsstrangkomponenten und deren Kopplung sowie die Algorithmen zur Steuerung und Regelung des Antriebsstrangs. Die grundlegenden Varianten von Hybridfahrzeugen sind serielle, parallele und leistungsverzweigte Antriebsstrangkonfiguration [88], wobei sich mit Multi-Mode-Getrieben mehrere dieser Konfigurationen kombinieren und während des Fahrbetriebs umschalten lassen – z. B. vom seriellen in den parallelen Betriebsmodus [67]. Auch mehrgängige Betriebsmodi sind möglich. Darüber hinaus dient der Elektromotor bei Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe als Anfahrelement, sodass der Fahrzeugantrieb im niedrigen Geschwindigkeitsbereich ausschließlich mit dem Elektromotor erfolgt und erst bei höheren Geschwindigkeiten und Fahrleistungen der direkte verbrennungsmotorische Antrieb zum Tragen kommt. Dadurch benötigt der Verbrennungsmotor keine Gänge mit hoher Übersetzung und der Getriebeaufbau vereinfacht sich. Gegenüber konventionellen Automatikgetrieben ergibt sich so ein kompakteres und leichteres Getriebe, das zudem unterschiedliche Betriebsmodi bzw. Kopplungsmöglichkeiten von Verbrennungs- und Elektromotor ermöglicht und so zusätzliches Potenzial zur Kraftstoffeinsparung bietet. Um dieses Potenzial auszuschöpfen, ist eine entsprechende Betriebsstrategie erforderlich, die unter Berücksichtigung der aktuellen Fahrsituation den optimalen Betriebsmodus auswählt.

Ziel dieser Arbeit ist die modellgestützte Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes für einen plug-in-hybrid-elektrischen Antriebsstrang inklusive der entsprechenden Betriebsstrategie und Getriebesteuerung. Darüber hinaus soll in

dieser Arbeit eine Systematik entwickelt und erprobt werden, mit der sich eine solche Entwicklung umsetzen lässt. Unter Vorgabe grundlegender Fahrzeugspezifikationen sowie der für den Betrieb vorgesehenen Antriebsstrangkomponenten (Verbrennungsmotor, Elektroantrieb und Batteriespeicher) ermöglicht diese Systematik die Lösung der folgenden Entwicklungsaufgaben:

- **Konzeptionelle Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes auf Antriebsstrang-Systemebene**
  Die konzeptionelle Getriebeentwicklung umfasst die Festlegung der verfügbaren Betriebsmodi sowie die Auslegung der Ganganzahl und Getriebeübersetzungen auf Basis von Optimierungen und beinhaltet damit im Wesentlichen die Entwicklung eines Funktionskonzepts. Hauptkriterium hierbei ist ein möglichst kraftstoffsparender Fahrbetrieb. Die Ergebnisse der konzeptionellen Getriebeentwicklung dienen als Grundlage zur konstruktiven Entwicklung eines Getriebes im Rahmen der Getriebesynthese. Dieser Schritt ist nicht Bestandteil dieser Arbeit.
- **Entwicklung einer zugehörigen Antriebsstrangsteuerung**
  Die Antriebsstrangsteuerung umfasst eine übergeordnete Betriebsstrategie zur Auswahl der Betriebsmodi und eine Getriebesteuerung zur Umsetzung dieser Auswahl durch zugkraftunterbrechungsfreie Modi- und Gangumschaltungen.
- **Bewertung eines Antriebsstrangs mit Multi-Mode-Getriebe**
  Die Bewertung umfasst modellgestützte Untersuchungen von Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe hinsichtlich des Kraftstoffverbrauchs. Hierdurch lassen sich Verbrauchsanalysen erstellen und andere Antriebsstränge einer Neuentwicklung gegenüberstellen.

Der **Aufbau dieser Arbeit** orientiert sich an der Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben. Zunächst erfolgt in Kapitel 2 eine Übersicht über den aktuellen Stand der Wissenschaft und Technik hinsichtlich der für die Systematik relevanten Grundlagen und Methoden, wobei abschließend in Bezug hierzu die Aufgabenstellung dieser Arbeit formuliert wird. Bild 1.1 zeigt die Zuordnung der einzelnen Kapitel zu den Schritten der modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben. In Kapitel 3 wird eine Methode zur Antriebsstrang- und Getriebemodellierung beschrieben, mit der sich alle innerhalb der Systematik erforderlichen Antriebsstrangmodelle entwickeln lassen. Im Rahmen der konzeptionellen Getriebeentwicklung in Kapitel 4 wird eine auf Optimierung basierende Methode zur Entwicklung von Funktionskonzepten für Multi-

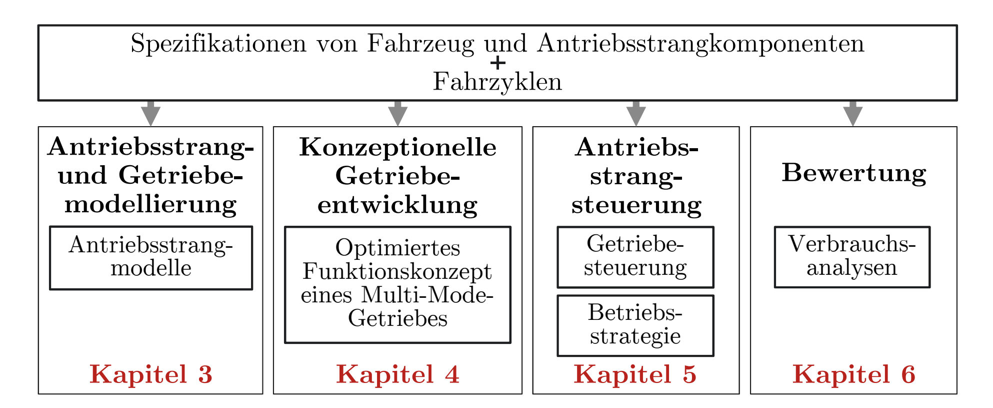


Bild 1.1: Kapiteleinteilung dieser Arbeit gemäß der Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben.

Mode-Getriebe vorgestellt. Aus der Anwendung dieser Methode resultiert ein optimiertes Funktionskonzept, auf dessen Grundlage begleitend zu dieser Arbeit ein konkretes Multi-Mode-Getriebe entwickelt und aufgebaut wurde. Für dieses neue Getriebe erfolgt in Kapitel 5 die Entwicklung einer Antriebsstrangsteuerung und in Kapitel 6 zwecks Bewertung eine modellgestützte Verbrauchsanalyse. Abschließend wird diese Arbeit in Kapitel 7 zusammengefasst.

2 Stand der Wissenschaft und Technik

Dieses Kapitel beinhaltet den aktuellen Stand von Wissenschaft und Technik bezüglich der Grundlagen und Methoden, auf dem die modellgestützte Methodik zur konzeptionellen Getriebeentwicklung mit Antriebsstrangsteuerung aufbaut. Zunächst erfolgt in Kapitel 2.1 die Beschreibung und Einordnung klassischer Hybridantriebsstränge und neuartiger Multi-Mode-Getriebe. Danach folgen in Kapitel 2.2 die Bewertung des Kraftstoffverbrauchs bei Plug-in-Hybridfahrzeugen und die Synthese von Fahrzyklen, die die Erzeugung eigener Fahrzyklen auf Basis von Messungen ermöglicht. Kapitel 2.3 enthält die Grundlagen zur Antriebsstrangsimulation sowie Angaben über den Funktionsumfang der zurzeit verfügbaren Softwaretools zur Antriebsstrang- und Getriebemodellierung. Des Weiteren werden Methoden zur automatischen Modellerzeugung vorgestellt, die im Rahmen der modellgestützten Entwicklungsmethodik als Grundlage zur Erzeugung von Getriebemodellen dienen. Wesentlicher Bestandteil der konzeptionellen Getriebeentwicklung sind die Optimierungen von Antriebsstrangkonfigurationen und Betriebsstrategien. Entsprechende Vorarbeiten werden in Kapitel 2.4 vorgestellt. Die für den Fahrbetrieb erforderliche Antriebsstrangsteuerung umfasst unter anderem die Getriebesteuerung zur zugkraftunterbrechungsfreien Umschaltung von Betriebsmodi und Gängen. In Kapitel 2.5 werden die Grundlagen zu solchen Umschaltvorgängen beschrieben. Abschließend wird in Kapitel 2.6 die Aufgabenstellung dieser Arbeit formuliert und die Abgrenzung zum Stand der Wissenschaft und Technik kenntlich gemacht.

2.1 Hybridelektrische Antriebsstränge

2.1.1 Grundlagen und Klassifizierung

Laut Definition der Richtlinie zur Zulassung von Kraftfahrzeugen des europäischen Parlaments besitzt ein Hybridfahrzeug zum Zwecke des Fahrzeugantriebs mindestens zwei verschiedene Energiewandler und zwei verschiedene Energiespeichersysteme [40]. Bezieht das Fahrzeug die zum mechanischen Antrieb benötigte

Energie aus einem Betriebskraftstoff (z. B. Benzin) und einer Speichereinrichtung für elektrische Energie (z. B. Batterie) wird es als Hybridelektrofahrzeug oder hybridelektrisches Fahrzeug bezeichnet. In der Regel erfolgt die Energiewandlung bei diesen Fahrzeugen über einen Verbrennungsmotor und einen oder mehreren Elektroantrieben, wobei es verschiedene Möglichkeiten gibt, diese Komponenten im Antriebsstrang anzuordnen und deren Funktionalitäten zu kombinieren. Als Klassifizierungsmerkmale hybridelektrischer Antriebsstränge werden die Antriebsstrangkonfiguration und der sogenannte Hybridisierungsgrad [9, 88, 174] bzw. die Antriebsstrangfunktionalität [128, 221, 227] herangezogen.

Der **Hybridisierungsgrad** ist ein Maß für die zusätzliche Funktionalität, die sich durch die Elektrifizierung des Antriebsstrangs ergibt. Er ist definiert als Verhältnis der maximal zur Verfügung stehenden elektrischen Leistung zur maximalen Gesamtantriebsleistung:

$$H = \frac{\sum P_{\mathrm{EA,max}}}{\sum P_{\mathrm{EA,max}} + P_{\mathrm{VM,max}}}, \tag{2.1}$$

mit den Maximalleistungen $P_{\mathrm{EA,max}}$ und $P_{\mathrm{VM,max}}$ von Elektroantrieb und Verbrennungsmotor [9, 220]. Bild 2.1 zeigt die Klassifizierung hybridelektrischer Antriebsstränge nach dem Hybridisierungsgrad H. Umso höher H, desto mehr elektrische Leistung und damit verbundene Funktionalität steht zur Verfügung.

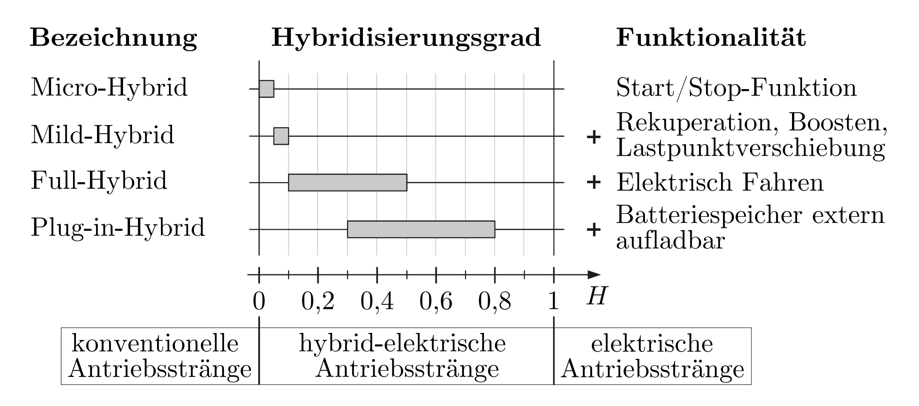


Bild 2.1: Klassifizierung hybridelektrischer Antriebsstränge nach dem Hybridisierungsgrad [88].

Neben dem Hybridisierungsgrad spielt die Antriebsstrangkonfiguration eine entscheidende Rolle, da die in Bild 2.1 aufgelisteten Funktionen nur mit der entsprechenden Konfiguration von Verbrennungs- und Elektromotor realisiert werden können. Bild 2.2 zeigt die grundlegenden Antriebsstrangkonfigurationen des seriellen, parallelen und leistungsverzweigten Hybridantriebs. In [9] werden leistungs-

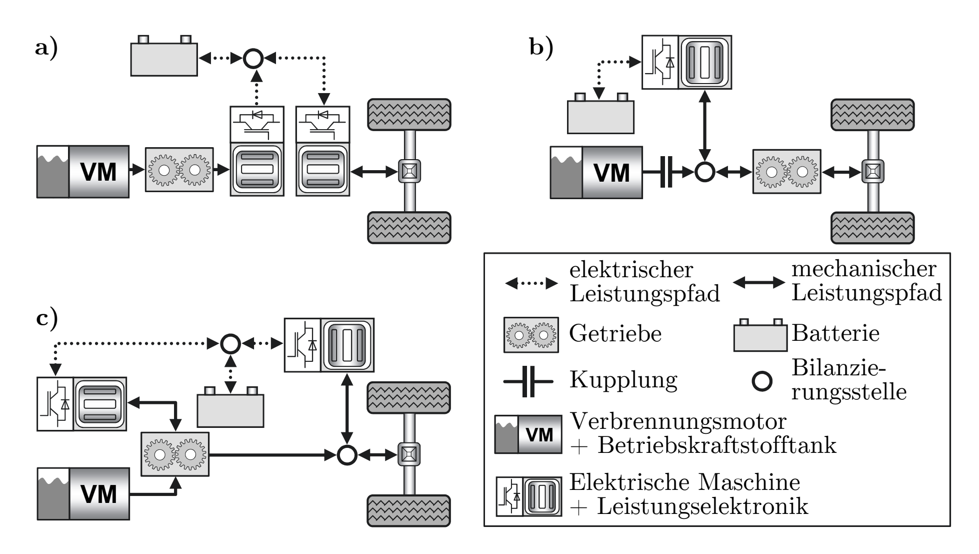


Bild 2.2: Grundlegende Antriebsstrangkonfigurationen nach [9, 88, 128, 174, 221, 227]: **a)** serieller, **b)** paralleler und **c)** leistungsverzweigter Hybridantrieb.

verzweigte Hybridantriebe sowie Kombinationen aus seriellen und parallelen Hybridantrieben unter dem Oberbegriff „Mischhybrid“ zusammengefasst. Laut [88] lassen sich diese Kombinationen auch als Sonderfälle der Leistungsverzweigung betrachten, sodass die Klassifizierung gemäß Bild 2.2 Gültigkeit besitzt.

Beim **seriellen Hybridantrieb** in Bild 2.2a) wird das Fahrzeug ausschließlich mit einem elektrischen Antrieb angetrieben. Die dafür benötigte elektrische Energie stellt entweder die Batterie zur Verfügung oder wird mit einem vom Verbrennungsmotor angetriebenen Generator erzeugt. Da es keine mechanische Verbindung zwischen Verbrennungsmotor und Antriebsachse gibt, kann der Arbeitspunkt des Verbrennungsmotors unabhängig vom Fahrzustand des Fahrzeugs eingestellt werden. Dies ermöglicht den durchgängigen Betrieb des Verbrennungsmotors im Bereich des geringsten Kraftstoffverbrauchs. Im Vergleich zu einem konventionellen Antriebsstrang stehen dem hierdurch gewonnenen Effizienzvorteil die zweifache Energiewandlung vom Verbrennungsmotor zur Antriebsachse und das aufgrund der zwei elektrischen Antriebe erhöhte Fahrzeuggewicht gegenüber.

Der **parallele Hybridantrieb** benötigt nur einen elektrischen Antrieb und ermöglicht sowohl das kombinierte als auch das direkte Antreiben des Fahrzeugs mit dem Verbrennungsmotor. Aufgrund der direkten Kopplung des Verbrennungsmotors mit der Antriebsachse ist ein mehrgängiges Getriebe zur Untersetzung der Drehzahl notwendig. Bild 2.2b) zeigt eine Antriebsstrangkonfiguration des parallelen Hybridantriebs, bei der Verbrennungsmotor und Elektroantrieb über eine gemeinsame Welle miteinander verbunden sind, sodass sich die Drehmomente beider Antriebe addieren. Durch Variation des Elektroantriebsmoments lässt sich der

Lastpunkt des Verbrennungsmotors anheben bzw. absenken und somit in effizientere Betriebsbereiche verschieben (Lastpunktverschiebung [68]). Es existieren noch weitere Antriebsstrangkonfigurationen des parallelen Hybridantriebs, bei denen der Eingriff des Elektroantriebs an anderer Stelle erfolgt (z. B. Axle-Split-Hybridantrieb [174]) oder anstatt der Drehmomentaufteilung das Drehzahlverhältnis zwischen Verbrennungsmotor und Elektroantrieb frei variiert wird (Drehzahladdition [6, 88]). Gegenüber der seriellen Antriebsstrangkonfiguration besitzt die parallele Konfiguration einen Freiheitsgrad weniger zur Steuerung des Verbrennungsmotors. Allerdings lässt sich das Fahrzeug direkt mit dem Verbrennungsmotor antreiben, wodurch die Umwandlungsverluste im elektrischen Leistungspfad entfallen. Gerade bei hohen Fahrleistungen lässt sich so ein höherer Gesamtwirkungsgrad erzielen [88].

Bild 2.2c) zeigt den **leistungsverzweigten Hybridantrieb**, bei dem mit einem Power-Split-Getriebe[3] die vom Verbrennungsmotor erzeugte mechanische Leistung in einen elektrischen und mechanischen Leistungspfad aufgeteilt wird. Beide Leistungspfade werden an der Antriebsachse wieder zusammengeführt, sodass die Summe der Leistungen das Fahrzeug antreibt. In Abhängigkeit des Verhältnisses der Leistungsaufteilung lässt sich das Übersetzungsverhältnis zwischen Verbrennungsmotor und Antriebsachse stufenlos einstellen. Ähnlich dem seriellen Hybridantrieb lässt sich der Lastpunkt des Verbrennungsmotors frei einstellen. Unter Berücksichtigung der Gesamteffizienz ist dieser Freiheitsgrad allerdings nur von Vorteil, wenn ein Großteil der vom Verbrennungsmotor erzeugten Leistung über den effizienteren mechanischen Leistungspfad übertragen wird. Bei einfachen Power-Split-Getrieben mit nur einem Planetensatz ist der Betrieb bei sehr niedrigen und sehr hohen Fahrzeuggeschwindigkeiten ineffizient, da die Einstellung der entsprechenden Übersetzungsverhältnisse hohe Leistungen im elektrischen Leistungspfad bedingt [88]. Erweiterte Getriebekonzepte mit mehreren Planetensätzen und Schaltelementen ermöglichen umschaltbare Power-Split-Modi, die den Leistungsfluss im elektrischen Leistungspfad über einen größeren Geschwindigkeitsbereich gering halten und somit die Betriebseffizienz steigern [71, 106].

2.1.2 Plug-in-Hybride

Das elektrische Antriebssystem und der Batteriespeicher von Plug-in-Hybriden (PHEV[4]) werden so dimensioniert, dass kürzere Fahrstrecken ohne die Unterstützung des Verbrennungsmotors im elektrischen Fahrbetrieb zurückgelegt werden

[3] Power-Split-Getriebe mit elektrischer Leistungsverzweigung werden auch als eCVT (**E**lectrically **C**ontinuous **V**ariable **T**ransmission) bezeichnet [138, 214].

[4] Plug-in-hybrid-elektrisches Fahrzeug (**P**lug-in **H**ybrid **E**lectric **V**ehicle)

können. Darüber hinaus ist der Batteriespeicher extern nachladbar, was z. B. das Nachladen an der heimischen Steckdose oder öffentlichen Ladestationen ermöglicht. Die mit einer Batterieladung im elektrischen Fahrbetrieb maximal zu erzielende Fahrstrecke wird als elektrische Reichweite bezeichnet und liegt bei aktuellen Fahrzeugmodellen zwischen 25 und 60 Kilometer [33, 173][5]. Bei längeren Fahrstrecken liefert der Verbrennungsmotor die benötigte Antriebsenergie, wobei dieser je nach Antriebsstrangkonfiguration das Fahrzeug direkt antreibt, den Elektroantrieb unterstützt oder über einen Generator elektrische Energie erzeugt (REEV[6]). Plug-in-Hybride bieten das Potenzial, die Vorteile batterieelektrischer (BEV[7]) und konventioneller Fahrzeuge zu vereinen. So können tägliche Pendelfahrten mit geringer Fahrdistanz (z. B. Arbeitsweg) emissionsfrei im elektrischen Fahrbetrieb erfolgen und längere und leistungsfordernde Fahrten (z. B. Autobahnfahrt) mit Unterstützung des Verbrennungsmotors unternommen werden. Allerdings ist in Hinblick auf Effizienz und Wirtschaftlichkeit zu berücksichtigen, dass Systemkomplexität, Herstellungskosten und Fahrzeuggewicht höher ausfallen als bei konventionellen Fahrzeugen.

Im Hinblick auf die Effizienz des Einsatzes von Kraftstoff und elektrischer Energie bei Plug-in-Hybriden spielt die Antriebsstrangkonfiguration eine entscheidende Rolle. Grundsätzlich ist jede der in Bild 2.2 gezeigten Konfigurationen dazu geeignet, die Funktionalitäten eines Plug-in-Hybriden zu erfüllen, jedoch ist die Frage nach einer optimalen Konfiguration von der Fahrzeugnutzung, der Betriebsstrategie und der Dimensionierung von Antrieben und Energiespeicher abhängig. Laut der einschlägigen Literatur erfolgt die Auswahl einer optimalen Antriebsstrangkonfiguration typischerweise modellgestützt auf Basis von Simulationen und Optimierungen. In [22, 95] werden anhand von Simulationen mehrere Konfigurationen mit einheitlich vordefinierten Antriebsstrangkomponenten und Fahrzyklen miteinander verglichen, wodurch sich die im Rahmen dieser Vorgaben bestmögliche Konfiguration bestimmen lässt. Allgemeinere Untersuchungen von Antriebsstrangkonfigurationen sind in [6, 54, 76, 81, 101, 105, 107, 127] zu finden, wobei neben der Bestimmung einer optimalen Konfiguration auch die Dimensionierung der Antriebsstrangkomponenten anhand von Optimierungen erfolgt. Um hierbei die Vergleichbarkeit zu gewährleisten, werden als Randbedingungen für die Optimierungen allgemeinere Fahrzeugspezifikationen, wie z. B. Beschleunigungsvermögen oder Maximalgeschwindigkeit, vorgegeben. Darüber hinaus beziehen die Untersuchungen jeweils eine Vielzahl von Fahrzyklen mit unterschiedlichen Distanzen und Fahrleistungen mit ein, sodass der Einfluss der Fahrzeug-

[5]Die Angaben sind auf den NEFZ bezogen (**N**euer **E**uropäischer **F**ahrzyklus).

[6]Elektrofahrzeug mit Reichweitenverlängerung (**R**ange **E**xtended **E**lectric **V**ehicle).

[7]Batterielektrisches Fahrzeug (**B**attery **E**lectric **V**ehicle)

nutzung auf den resultierenden Kraftstoffverbrauch der einzelnen Konfigurationen analysiert werden kann.

Die elektrische Reichweite eines Plug-in-Hybriden hängt von der Größe des Batteriespeichers, der Effizienz des elektrischen Antriebssystems und dem Fahrzeuggewicht ab. In [101] und [81] werden mehrere Antriebsstrangkonfigurationen so dimensioniert, dass sie hinsichtlich des Energieverbrauchs im elektrischen Fahrbetrieb vergleichbar untersucht werden können. Hierbei wurde mit der seriellen Konfiguration die höchste elektrische Reichweite erzielt. Die leistungsverzweigte und parallele Konfiguration erzielen entsprechend dieser Reihenfolge schlechtere Ergebnisse. Laut [38, 89, 177, 200] lässt sich mit einem schaltbaren Mehrganggetriebe für den elektrischen Antrieb der Energieverbrauch senken und die elektrische Reichweite erhöhen. Allerdings kann laut [6] ein komplexeres Getriebe insbesondere bei hohen Fahrleistungen dazu führen, dass die Getriebeverluste den Vorteil gegenüber Konfigurationen mit eingängigen Getrieben aufheben.

Bei langen und leistungsfordernden Fahrstrecken, die die zur Verfügung stehende elektrische Reichweite deutlich überschreiten, ist der direkte verbrennungsmotorische Antrieb gegenüber kombinierten Antrieben tendenziell effizienter [101]. Aus diesem Grund bietet die parallele Konfiguration mit dem direkten verbrennungsmotorischen Durchtrieb den größten Vorteil. Serielle und leistungsverzweigte Konfigurationen schneiden hierbei aufgrund der Verluste bei der Umwandlung von der vom Verbrennungsmotor erzeugten mechanischen Energie in elektrische Energie schlechter ab. Die Untersuchung in [6] zeigt, dass bei langen Fahrstrecken serielle Konfigurationen mehr oder gleich viel CO_2-Emissionen ausstoßen als leistungsverzweigte Konfigurationen. Serielle Konfigurationen mit mechanischem Durchtrieb hingegen ermöglichen eine Reduzierung der Emissionswerte.

2.1.3 Multi-Mode-Getriebe

Multi-Mode-Getriebe sind spezielle Getriebe für Hybridfahrzeuge, die ein Umschalten zwischen mehreren Betriebsmodi, wie z. B. dem seriellen und parallelen Hybridbetrieb, ermöglichen. So lassen sich beispielsweise mehrere der in Bild 2.2 gezeigten Antriebsstrangkonfigurationen miteinander kombinieren und deren individuelle Vorteile vereinen. In [21, 47, 67] wird für diese Art von Getriebe die neue Getriebekategorie „Dedicated Hybrid Transmission (DHT)“ eingeführt, die sich durch folgende Eigenschaften definiert:

- Das Getriebe verbindet mindestens zwei Antriebsquellen, den Verbrennungsmotor und mindestens einen Elektroantrieb.
- Der Elektroantrieb ist integraler Bestandteil der Getriebefunktion, ohne den die Funktionalität des Getriebes nicht abgebildet werden kann.

- Das Getriebe verfügt über mehrere (mindestens zwei) Betriebsmodi, wie z. B. den seriellen und parallelen Hybridmodus.

Sobald Elektroantriebe als Anfahrelemente oder in leistungsverzweigten Konfigurationen genutzt werden, sind diese von zentraler Bedeutung und unverzichtbar für den Fahrzeugbetrieb. Indem der Elektroantrieb über einen größeren Geschwindigkeitsbereich den alleinigen Fahrzeugantrieb übernimmt, lassen sich für den Verbrennungsmotor die für diesen Geschwindigkeitsbereich ausgelegten Gangstufen einsparen, wodurch wiederum die Getriebekomplexität reduziert und somit Gewicht, Bauraum und Kosten eingespart werden [67]. Hierdurch lässt sich ein Teil des aufgrund der Elektrifizierung des Antriebsstrangs entstandenen zusätzlichen Gewichts und Bauraums kompensieren.

Bild 2.3 zeigt als Beispiel den Antriebsstrang des Mitsubishi Outlander mit entsprechendem Multi-Mode-Getriebe. Die sehr einfach gehaltene Getriebearchitektur ermöglicht durch Betätigung der Kupplung das Ein- und Auskuppeln des Verbrennungsmotors. Ist die Kupplung geschlossen, kann das Fahrzeug entweder verbrennungsmotorisch oder im parallelen Hybridbetrieb gefahren werden. In diesen beiden Betriebsmodi verfügt der Verbrennungsmotor lediglich über eine feste Getriebeübersetzung, die die Verfügbarkeit des verbrennungsmotorischen bzw. parallelen Hybridbetriebs auf höhere Fahrzeuggeschwindigkeiten einschränkt. Aus diesem Grund muss bei niedrigen Geschwindigkeiten die Kupplung offen sein und

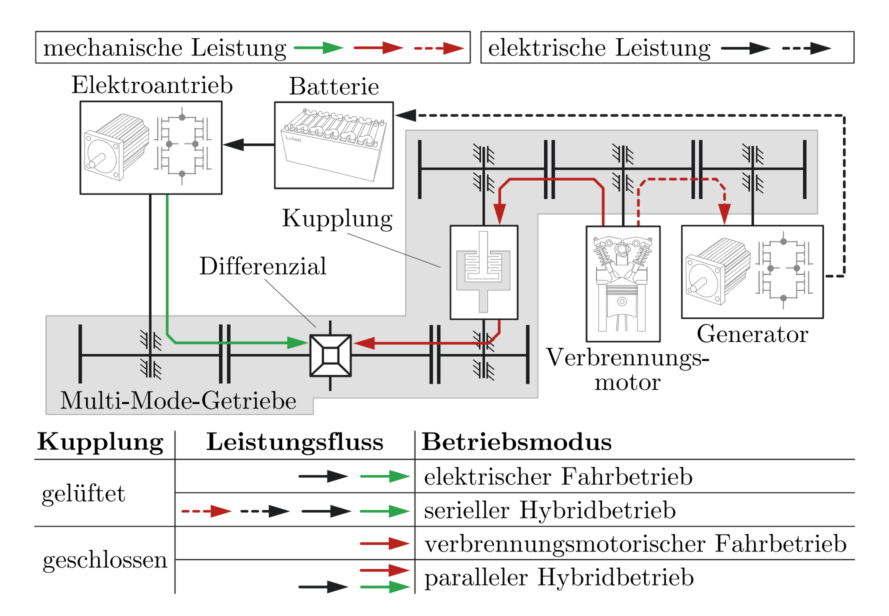


Bild 2.3: Antriebsstrangkonfiguration des Mitsubishi Outlander mit Multi-Mode-Getriebe [60].

das Fahrzeug mit dem Elektroantrieb angetrieben werden. Um dies auch bei entladenem Batteriespeicher zu gewährleisten, kommt der serielle Betriebsmodus zum Einsatz. Das Anfahren erfolgt bei diesem Getriebekonzept immer mit dem Elektroantrieb, sodass ein klassisches Anfahrelement, wie z. B. eine Anfahrkupplung oder ein Drehmomentwandler, entfällt.

In Tabelle 2.1 sind weitere Multi-Mode-Getriebe aufgelistet, die bereits in Fahrzeugen Anwendung finden oder sich noch in der Entwicklungsphase befinden. Einige der Getriebe verfügen über mehrgängige Betriebsmodi, was in der Spalte „Verfügbare Betriebsmodi“ jeweils mit der entsprechenden Ganganzahl gekennzeichnet ist. Der verbrennungsmotorische Fahrbetrieb ist ein Sonderfall des parallelen Hybridbetriebs mit Drehmomentaddition PAR_M. Bei inaktiven Elektroantrieben treibt hierbei nur der Verbrennungsmotor das Fahrzeug an.

Tabelle 2.1: Getriebeentwicklungen, die der Definition eines Multi-Mode-Getriebes bzw. DHTs entsprechen.

Hersteller/ Entwickler	Getriebe-bezeichnung	Fahrzeug-modell	Verfügbare Betriebsmodi*	Quellen
• Mitsubishi	Multimode Transmission	• Mitsubishi Outlander	• 1xEM • 1xSER • 1xPAR_M	[60]
• GM	Voltec (1. Generation)	• Chevrolet Volt • Opel Ampera	• 1xEM • 1xSER • 1xLV	[48, 107]
	Voltec (2. Generation)		• 1xEM • 1xPAR_M • 2xLV	[26, 229]
• GM** • BMW • Chrysler • Daimler	Two-Mode Hybrid Transmission	• Chevrolet Tahoe • BMW X6 • Mercedes ML 450 Hybrid	• 2xEM • 4xPAR_M • 2xLV	[48, 71]
• Toyota	Hybrid Synergy Drive I und II	• Toyota Prius • Toyota Auris • diverse Lexus Modelle	• 1xEM • 1xLV	[48, 203]
• AVL	Future Hybrid 7 Mode	Demonstrator-fahrzeug (Audi A3)	• 2xEM • 3xPAR_M • 2xPAR_n	[21, 210]
	Future Hybrid 8 Mode		• 2xEM • 5xPAR_M • 1xPAR_n	[21]

Hersteller/ Entwickler	Getriebe-bezeichnung	Fahrzeug-modell	Verfügbare Betriebsmodi*	Quellen
• GETRAG	Boosted Range Extender	Demonstrator-fahrzeug (Ford Fiesta)	• 2xEM • 2xSER • 2xPAR_M	[48]

* **EM** - elektrischer Fahrbetrieb, **SER** - serieller Hybridbetrieb, **LV** - leistungsverzweigter Hybridbetrieb, **PAR_M** - paralleler Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition, **PAR_n** - paralleler Hybridbetrieb mit Drehzahladdition [6, 88] (eCVT).

** Hierbei handelt es sich um eine gemeinsame Entwicklung aller angegeben Hersteller.

2.2 Bewertung von Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen bei Plug-in-Hybridfahrzeugen

Um die Vergleichbarkeit verschiedener Fahrzeugtypen und -varianten hinsichtlich Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen herzustellen, sind einheitliche Bewertungsverfahren erforderlich, die gleichzeitig den real zu erwartenden Kraftstoffverbrauch möglichst gut berücksichtigen. Darüber hinaus müssen diese Verfahren besondere Testprozeduren für Plug-in-Hybridfahrzeuge vorsehen, die die im Batteriespeicher enthaltene Energie in der Verbrauchsbilanz berücksichtigen. Denn das einfache Abfahren eines Fahrzyklus[8] mit einem Plug-in-Hybridfahrzeug kann zum Teil elektrisch und somit ohne Kraftstoffverbrauch erfolgen, was Fahrzeuge mit großem Batteriespeicher bei der Bewertung begünstigt und bei realen Fahrten jenseits der im Testverfahren zugrunde gelegten Distanz zu erheblichen Abweichungen gegenüber den Testergebnissen führt. Aus diesem Grund muss sowohl der Betriebszustand mit geladenem als auch mit entladenem Batteriespeicher im Bewertungsverfahren berücksichtigt werden.

Als weltweit einheitliches Verfahren zur Bewertung von Kraftstoffverbrauch- und CO_2-Emissionen bei Kraftfahrzeugen wurde von den Vereinten Nationen das Testverfahren WLTP[9] entwickelt [91]. Im Jahr 2017 hat die Europäische Union den Vorschlag für das Verfahren im Rahmen der Verordnung 217/1151 umgesetzt [42] und somit das alte Testverfahren nach dem NEFZ[10] ersetzt [41]. Die Verordnung definiert die anzuwendenden Fahrzyklen und Testprozeduren für Fahrzeuge mit verschiedenen Antriebstechnologien. Letzteres umfasst eine Vielzahl an Bestimmungen, wie z. B. die anzuwendende Strategie für Schaltgetriebe oder die Vorgehensweise zur Ermittlung der Fahrzeugparameter (Prüfmasse, Aerodynamikeigen-

[8] Auch als Testzyklus bezeichnet: definierter zeitlicher Verlauf der Fahrzeuggeschwindigkeit.

[9] **W**orldwide Harmonized **L**ight-Duty Vehicles **T**esting **P**rocedure

[10] **N**euer **E**uropäischer **F**ahr**z**yklus

schaften und Rollwiderstand), die in Verbindung mit einem Fahrdynamikmodell die Prüfstandstests ermöglichen.

In den folgenden Unterkapiteln wird lediglich die grundsätzliche Vorgehensweise zur Bestimmung von Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen erläutert. Dies beinhaltet insbesondere die Fahrzyklen sowie die für Plug-in-Hybridfahrzeuge vorgesehenen grundlegenden Testprozeduren und Berechnungsvorschriften für Verbrauchs- und Emissionswerte. Zunächst werden das Testverfahren WLTP und der Nutzungsfaktor zur Berücksichtigung der statistisch zurückgelegten Fahrstrecken innerhalb der Europäischen Union vorgestellt. Im Folgekapitel erfolgt die kurze Beschreibung weiterer Bewertungsverfahren für den Kraftstoffverbrauch von Plug-in-Hybriden. Das letzte Unterkapitel beinhaltet eine Methode zur Synthese von Fahrzyklen auf Basis von Messdaten, was die Erzeugung eigener Fahrzyklen ermöglicht.

2.2.1 WLTP

Bei der Durchführung des WLTP wird das zu testende Fahrzeug gemäß dem vorliegenden Verhältnis von Nennantriebsleistung zu Fahrzeugmasse einer von drei Fahrzeugklassen zugeordnet [42, 91]. Jede dieser Fahrzeugklassen besitzt einen gesonderten Fahrzyklus zur Ermittlung von Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen, wobei sich dieser wiederum aus mehreren unterschiedlichen Zyklusphasen zusammensetzt. Für einen Großteil aller Pkws[11] ist der in Bild 2.4 dargestellte Fahrzyklus „WLTC[12]“ anzuwenden.

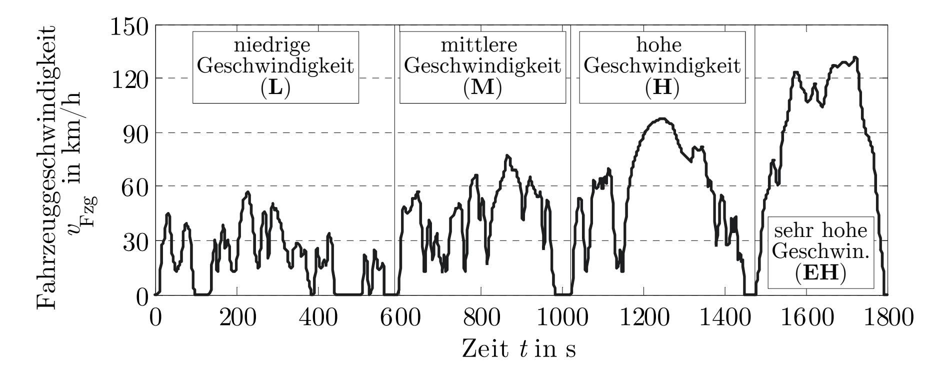


Bild 2.4: Der WLTC bestehend aus den Zyklusphasen **L**, **M**, **H** und **EH**, [42].

[11] Verhältnis von Antriebsleistung zu Gewicht $\geqslant$ 34 W/kg und Höchstgeschwindigkeit $\geqslant$ 120 km/h

[12] **W**orldwide Harmonized **L**ight-Duty Vehicles **T**esting **C**ycle

Zur Bestimmung von Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen bei Plug-in-Hybridfahrzeugen muss der WLTC jeweils im CD-[13] und CS-Betriebsmodus[14] angewendet werden [4, 42, 91], siehe Bild 2.5. Der CD-Modus ist dadurch gekennzeichnet, dass sich durch vorrangig elektrisches Fahren der Batteriespeicher entlädt. Dabei darf der Batterieladezustand zwar schwanken, im Mittel muss er jedoch sinken und sich der minimal zulässigen Ladungsgrenze annähern.

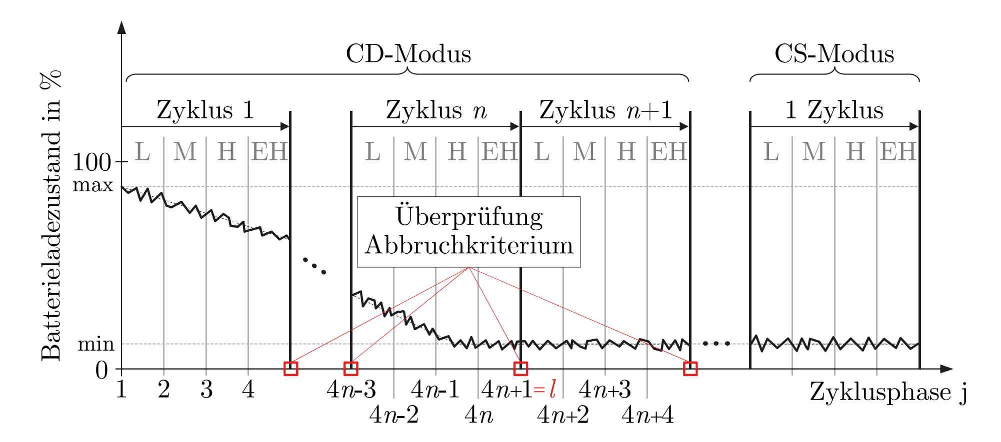


Bild 2.5: Die geforderte Batterieentladung während der Testprozedur zur Verbrauchs- und Emissionsbewertung von Plug-in-Hybridfahrzeugen nach dem WLTP, [42].

In der Regel werden zur Schonung der Batterie die zulässigen Ladungsgrenzen unterhalb der technisch möglichen Grenzen angesetzt, sodass die tatsächlich verfügbare Batteriekapazität nicht vollständig genutzt wird. Beim Test im CD-Modus wird der WLTC solange wiederholt durchfahren, bis das Abbruchkriterium

$$100\,\% \cdot \frac{|\Delta E_{\text{Batt}}|}{E_{\text{Zyklus}}} < 4\,\% \tag{2.2}$$

erfüllt ist. D. h. der Test gilt als abgeschlossen, wenn die relative Energieänderung der Batterie ΔE_{Batt} während des $(n+1)$-ten Zyklus weniger als $4\,\%$ des Zyklusenergiebedarfs E_{Zyklus} entspricht [42, 91]. Zur Bewertung des CD-Tests werden die Ergebnisse der ersten n Zyklen bzw. $l = 4n + 1$ Zyklusphasen herangezogen. Anschließend erfolgt durch einmaliges Durchfahren des WLTC der Test im CS-Modus, wobei der mittlere Batterieladezustand der minimal zulässigen Ladungsgrenze entsprechen muss.

[13] Entladung des Batteriespeichers (*engl.* **C**harge-**D**epleting)

[14] Ladungserhaltung (*engl.* **C**harge-**S**ustaining)

Die finale Verbrauchs- bzw. Emissionsbewertung erfordert die Zusammenführung der Einzelergebnisse aus den CD- und CS-Tests. Laut [4, 42, 91] erfolgt die Berechnung des finalen Kraftstoffverbrauchs nach

$$\tilde{V}_{\mathrm{KS}} = \sum_{j=1}^{l} \left(f_{\mathrm{NF},j} \cdot \tilde{V}_{\mathrm{KS,CD},j} \right) + \left(1 - \sum_{j=1}^{l} f_{\mathrm{NF},j} \right) \cdot \tilde{V}_{\mathrm{KS,CS}}, \tag{2.3}$$

mit dem gewichteten Gesamtverbrauch $\tilde{V}_{\mathrm{KS}}$, den Verbräuchen $\tilde{V}_{\mathrm{KS,CD},j}$ und $\tilde{V}_{\mathrm{KS,CS}}$ aus dem CD- bzw. CS-Test und dem Nutzfaktor $f_{\mathrm{NF},j}$. Zur Berücksichtigung der Ergebnisse des CD-Tests wird der Verbrauch $\tilde{V}_{\mathrm{KS,CD},j}$ am Ende jeder Zyklusphase j bestimmt (vgl. Bild 2.5) und mit dem zur jeweiligen Zyklusphase gehörenden Nutzfaktor $f_{\mathrm{NF},j}$ gewichtet. Der Nutzfaktor basiert auf Fahrstatistiken und ist ein Maß für die statistische Häufigkeit, mit der ein Wegabschnitt im CD-Modus zurückgelegt wird [19, 35]. Die Berechnung der finalen CO_2-Emissionensmasse erfolgt analog zum beschriebenen Verfahren [42], d. h. es werden zunächst gemäß Bild 2.5 die CO_2-Emissionsmassen im CD- und CS-Modus bestimmt und anschließend die Einzelergebnisse analog zur Rechenvorschrift (2.3) zusammengeführt.

2.2.2 Nutzfaktoren

Die Ermittlung der Nutzfaktoren f_{NF} zur Berechnung des gewichteten Kraftstoffverbrauchs $\tilde{V}_{\mathrm{KS}}$ in (2.3) erfolgt auf Grundlage realer Fahrdaten. Durch Auswertung dieser Fahrdaten lässt sich eine Verteilungsfunktion $F_{\mathrm{NF}}(Z)$ erstellen, die die Wahrscheinlichkeit Pr beschreibt, dass eine Fahrt innerhalb einer vorgegebenen Wegstrecke Z durchgeführt wird. Im Allgemeinen definiert sich die Verteilungsfunktion $F_{\mathrm{NF}}(Z)$ als Wahrscheinlichkeit Pr, mit der eine Zufallsvariable $\mathcal{Z}$ kleiner oder gleich eines zu einem betrachteten Zufallsereignis zugeordneten Wertes ausfällt (in diesem Fall entspricht dieser Wert einer Wegstrecke Z). Bild 2.6 zeigt die offiziellen Verteilungsfunktionen für die EU und die USA. Der Vergleich der Kurven bei $Z = 50$ km zeigt, dass in der EU ca. 75 % und in den USA ca. 53 % aller Fahrten mit Pkw eine Wegstrecke kleiner gleich 50 km aufweisen.

Die mathematische Beschreibung der Verteilungsfunktion erfolgt gemäß [19, 42] nach

$$F_{\mathrm{NF}}(Z) = \Pr(\mathcal{Z} \leqslant Z) = 1 - \exp\left(- \sum_{i=1}^{r} C_i \cdot \left(\frac{Z}{Z_n} \right)^i \right), \tag{2.4}$$

wobei die Koeffizienten C_i und die Wegstrecke Z_n zur Normierung entsprechend der vorliegenden Verteilung angepasst werden. Die offiziell zu verwendenden Parameter für die EU und die USA sind im Anhang A.1 und in [19, 35,

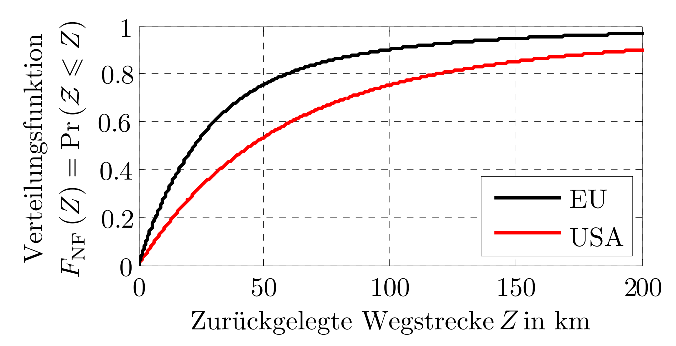


Bild 2.6: Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Bestimmung der Nutzfaktoren f_{NF} für die EU [35, 42] und die USA [19, 199].

42, 199] angegeben. Aufgrund der niedrigen Anzahl an Plug-in-Hybridfahrzeugen im Straßenverkehr wurden Fahrdaten von konventionellen Fahrzeugen zur Erzeugung der Verteilungsfunktionen zugrunde gelegt. Dabei wurde das Fahrverhalten mit konventionellen Fahrzeugen unter der Annahme, dass der Batteriespeicher täglich über Nacht aufgeladen wird, auf Plug-in-Hybridfahrzeuge übertragen [19, 35].

Die zur Gewichtung der Kraftstoffverbräuche bzw. CO_2-Emissionen in (2.3) notwendigen Nutzfaktoren $f_{NF,j}$ berechnen sich aus der zugrunde gelegten Wahrscheinlichkeitsverteilung F_{NF}:

$$f_{NF,j} = F_{NF}\left(Z_{CD,j}\right) - F_{NF}\left(Z_{CD,j-1}\right), \tag{2.5}$$

mit den im CD-Modus zurückgelegten Wegstrecken Z_{CD} am Ende der Zyklusphasen j und $j-1$ (vgl. Bild 2.5). Der Nutzfaktor $f_{NF,j}$ entspricht somit der statistischen Häufigkeit, mit der ein Wegstreckenabschnitt $Z_{CD,j} - Z_{CD,j-1}$ gefahren wird.

2.2.3 Weitere Bewertungsverfahren

Die Berechnung des Gesamtkraftstoffverbrauchs erfolgt grundsätzlich durch Gewichtung der Einzelverbräuche im CD- und CS-Modus. Beim mittlerweile abgelösten NEFZ-Verfahren werden die jeweils zurückgelegten Wegstrecken zur Gewichtung verwendet:

$$\tilde{V}_{KS} = \frac{Z_{CD,max} \cdot \tilde{V}_{KS,CD} + Z_{CS,25} \cdot \tilde{V}_{KS,CS}}{Z_{CD,max} + Z_{CS,25}}, \tag{2.6}$$

mit der im CD-Modus maximal zu erzielenden Wegstrecke $Z_{CD,max}$ und der konstanten Wegstrecke $Z_{CS,25} = 25$ km. Somit liegt die Annahme zugrunde, dass nach

Entladung und vor erneuter Aufladung des Batteriespeichers immer 25 km zurückgelegt werden [41]. Zur Ermittlung der Kraftstoffverbräuche $\tilde{V}_{\mathrm{KS,CD}}$ und $\tilde{V}_{\mathrm{KS,CS}}$ muss der „Neue Europäische Fahrzyklus" NEFZ (siehe Anhang A.2) angewendet werden, wobei dieser im CS-Modus einmal durchfahren und im CD-Modus solange wiederholt wird, bis der Batteriespeicher entladen ist.

Das Bewertungsverfahren der USA ist im SAE-Standard J1711 definiert [198]. Zur wesentlichen Testprozedur gehören zwei Fahrzyklen, die jeweils eine Fahrt im Stadt- und Autobahnverkehr (FTP-75[15] und HWFET[16]) abbilden. Darüber hinaus sind drei weitere Tests definiert (SFTP[17]), bei denen Fahrzyklen mit Anteilen aus Stadt- und Autobahnfahrten verwendet werden, um die Verbrauchseigenschaften bei unterschiedlichen Außentemperaturen und agiler Fahrweise zu testen (siehe Anhang A.2) [34]. Gemäß [65] erfolgt die Bestimmung der Kraftstoffverbräuche lediglich durch Anwendung der Fahrzyklen FTP-75 und HWFET. Der Einfluss der drei Zusatztests wird mittels einer Korrekturgleichung auf Grundlage der Ergebnisse dieser beiden Fahrzyklen berücksichtigt. Sowohl für den FTP-75 als auch den HWFET muss der gewichtete Kraftstoffverbrauch

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{\mathrm{KS,Zyklus}} =& f_{\mathrm{NF}}\left(Z_{\mathrm{CD,max}}\right) \cdot \tilde{V}_{\mathrm{KS,CD,Zyklus}} + \dots \\ & \dots \left(1 - f_{\mathrm{NF}}\left(Z_{\mathrm{CD,max}}\right)\right) \cdot \tilde{V}_{\mathrm{KS,CS,Zyklus}},\end{aligned} \tag{2.7}$$

mit dem Nutzfaktor f_{NF} für die im CD-Modus erzielte Wegstrecke $Z_{\mathrm{CD,max}}$ bestimmt werden. Der finale Kraftstoffverbrauch berechnet sich nach

$$\tilde{V}_{\mathrm{KS}} = 0,55 \cdot \tilde{V}_{\mathrm{KS,FTP}} + 0,45 \cdot \tilde{V}_{\mathrm{KS,HWFET}}, \tag{2.8}$$

mit einer Gewichtung des Stadtzyklus von 55 % und des Autobahnzyklus von 45 %, siehe [66, 65].

2.2.4 Synthese von Fahrzyklen

Sowohl Methoden zur Verbrauchsbewertung als auch zur Antriebsstrangentwicklung erfordern die Berücksichtigung repräsentativer Fahrzyklen, um aussagekräftige Verbrauchsprognosen zu erstellen bzw. Antriebsstränge optimal auszulegen und zu betreiben. Diese Fahrzyklen müssen den realen Fahrzeuggebrauch der im Fokus stehenden Fahrzeugklasse und Region möglichst genau abbilden. Hierzu ist es von Interesse, auf Basis gemessener Fahrdaten einen äquivalenten Fahrzyklus zu

[15] **F**ederal **T**est **P**rocedure: Besteht aus einem ganzen UDDS mit anschließender Wiederholung der ersten 505 Sekunden des UDDS (**U**rban **D**ynamometer **D**riving **S**chedule).

[16] **H**igh**w**ay **F**uel **E**conomy **T**est

[17] **S**upplemental **F**ederal **T**est **P**rocedure

erzeugen, der im Hinblick auf im Vorfeld festzulegende statistische Eigenschaften eine möglichst hohe Übereinstimmung mit den Messungen aufweist.

Die Autoren von [27] geben eine Übersicht über Methoden zur Synthese äquivalenter Fahrzyklen. Grundsätzlich unterscheiden sich diese Methoden in der Segmentierung der Fahrdaten und der Art und Weise, wie die daraus resultierenden Datensegmente zu einem Fahrzyklus zusammengesetzt werden. Die Segmentierung der Fahrdaten erfolgt entweder in Mikro-Trips (z. B. Geschwindigkeitsverlauf zwischen zwei Stopps) [141], anhand des gefahrenen Straßentyps (z. B. Landstraße oder Autobahn) [5] oder anhand der zurückgelegten Distanzen [123, 124, 125, 155, 156]. Je nach Synthesemethode werden die Datensegmente direkt kombiniert [5] oder zusätzlich in Wertebereichsabschnitte unterteilt [82, 123, 124, 125, 155, 156, 195] (z. B. Aufteilung des Geschwindigkeitsbereichs in 1 km/h-Schritten). Der eigentliche Syntheseprozess, d. h. das Zusammensetzen der Datensegmente, kann anhand regelbasierter Methoden [141], durch zufällige Auswahl oder durch Beschreibung von Fahrzyklen als stochastischer Prozess [5, 82, 123, 124, 125, 155, 156, 195] erfolgen.

Fahrzyklen lassen sich als zeit- und wertdiskrete stochastische Prozesse $\mathcal{Z}_k = \mathcal{Z}(t_k)$ auffassen, bei dem jedem Zeitpunkt $t_k = k \cdot T$ eine Zufallsvariable $\mathcal{Z}_k$ zugeordnet ist, die wiederum einen Wert aus einer endlichen Menge $L = \{v_1, ..., v_r\}$ annehmen kann [145]. Jeder Wert in L entspricht dabei einem Zufallsereignis [17], wie z. B. dem Eintreten einer bestimmten Geschwindigkeit oder einer Fahrt eines bestimmten Streckenabschnitts (Mikro-Trips). Bezüglich des stochastischen Prozesses wird die Annahme zugrunde gelegt, dass die Wahrscheinlichkeit mit der die zukünftige Zufallsvariable $\mathcal{Z}_{k+1}$ einen Wert $v_j \in L$ annimmt, ausschließlich von der aktuellen Zufallsvariable $\mathcal{Z}_k$ abhängt:

$$\Pr\left(\mathcal{Z}_{k+1} = v_j | \mathcal{Z}_0, \mathcal{Z}_1, \ldots, \mathcal{Z}_k\right) = \Pr\left(\mathcal{Z}_{k+1} = v_j | \mathcal{Z}_k\right). \tag{2.9}$$

Zufallsprozesse mit dieser Eigenschaft werden als Markov-Kette bezeichnet [145], wobei die Übergangswahrscheinlichkeit von $\mathcal{Z}_k = v_i$ nach $\mathcal{Z}_{k+1} = v_j$ durch

$$p_{ij} = \Pr\left(\mathcal{Z}_{k+1} = v_j | \mathcal{Z}_k = v_i\right) \tag{2.10}$$

angegeben wird. Zusätzlich wird ein stationärer stochastischer Prozess vorausgesetzt, d. h. (2.10) ist unabhängig von der Zeit t_k [145]. Unter diesen Voraussetzungen lässt sich eine konstante Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix $\mathbf{p}_{\text{Ü}}$ erstellen, die p_{ij} für alle Kombinationen von $v_i, v_j \in L$ beinhaltet (vgl. Bild 2.7 oben).

Bild 2.7 zeigt die Vorgehensweise zur Synthese äquivalenter Fahrzyklen, die im Wesentlichen darin besteht, den durch die Übergangswahrscheinlichkeitsmatrix $\mathbf{p}_{\text{Ü}}$

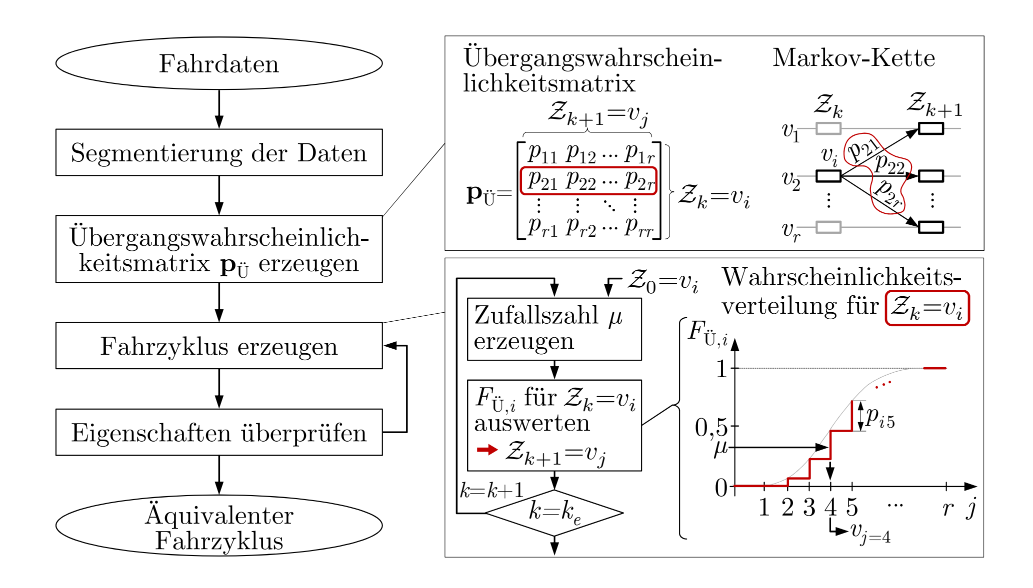


Bild 2.7: Vorgehensweise zur Synthese von Fahrzyklen auf Basis von Fahrdaten und der Beschreibung als stochastischer Prozess bzw. Markov-Kette.

beschriebenen Zufallsprozesses zu simulieren. Zunächst erfolgen die Segmentierung der Fahrdaten und die Festlegung der möglichen Zufallsereignisse durch Definition der Menge L (z. B. kann jede Quantisierungsstufe der Fahrzeuggeschwindigkeit als ein Zufallsereignis aufgefasst werden). Anschließend werden auf Grundlage der segmentierten Daten die Übergangswahrscheinlichkeiten p_{ij} bestimmt und in der Matrix $\mathbf{p}_{Ü}$ gespeichert (siehe Bild 2.7 oben). Im nächsten Schritt erfolgt die iterative Erzeugung eines Fahrzyklus, indem in jedem Iterationsschritt der Wert der zukünftigen Zufallsvariable v_j anhand einer Zufallszahl μ bestimmt wird. Dazu wird zunächst durch Integration der zu $\mathcal{Z}_k = v_i$ zugehörigen Übergangswahrscheinlichkeiten in $\mathbf{p}_{Ü}$ (z. B. rot markierte Zeile in Bild 2.7 oben) die diskrete Verteilungsfunktion $F_{Ü,i}$ bestimmt (siehe Bild 2.7 unten). Der gesuchte Wert v_j ergibt sich dann gemäß dem ersten Funktionswert $F_{Ü,i}$ für den $F_{Ü,i}\left(v_j\right) \geqslant \mu$ gilt. Die Iteration wird solange fortgeführt, bis ein Abbruchkriterium erfüllt ist. Dies kann z. B. die zurückgelegte Wegstrecke oder die Dauer des Fahrzyklus sein.

Da die Erzeugung der Fahrzyklen auf dem Zufallsprinzip beruht, weisen die erzeugten Zyklen jeweils einzigartige Verläufe mit unterschiedlichen statistischen Eigenschaften auf. Daher erfolgt im letzten Schritt ein Abgleich dieser Eigenschaften mit denen der Fahrdaten. Die Generierung und Überprüfung der Fahrzyklen wird solange wiederholt, bis ein Zyklus vorliegt, der die gewünschten Kriterien erfüllt. Typische Eigenschaften zur Überprüfung sind die für das Durchfahren eines Fahrzyklus benötigte mittlere Zugkraft [155, 156], Durchschnittswerte, Standardab-

weichungen und Maximalwerte von Fahrzeuggeschwindigkeit und Steigungswinkel [82] und Abweichungen vom originalen Frequenzspektrum [195, 209]. In [123, 124, 125] werden eine Vielzahl unterschiedlicher Eigenschaften bezüglich der Eignung als Bewertungskriterium analysiert.

2.3 Antriebsstrangsimulation und -modellierung

In diesem Kapitel erfolgt die Beschreibung der Grundlagen zur Modellierung und Simulation von hybridelektrischen Antriebssträngen. Zwei grundlegende Ansätze zur Antriebsstrangsimulation sind die sogenannten vorwärts- und rückwärtsgerichteten Simulationen [58, 136, 139], anhand derer unterschiedliche Kompromisse zwischen Modellgüte und Rechenaufwand dargestellt werden können. Die folgenden Kapitel enthalten die Beschreibungen dieser beiden Simulationsansätze inklusive der jeweils anwendbaren Modelltypen. Darüber hinaus werden in den darauf folgenden Kapiteln die bereits verfügbaren Methoden und Tools zur Antriebsstrangmodellierung und automatischen Modellerzeugung vorgestellt.

2.3.1 Vorwärtsgerichtete Antriebsstrangsimulation

Die vorwärtsgerichtete Antriebsstrangsimulation ist der Funktionsweise eines realen Fahrzeugs hinsichtlich der Steuerung und Regelung nachempfunden. Bild 2.8 zeigt den entsprechenden Aufbau der Simulation bestehend aus dem Antriebsstrangmodell, der Antriebsstrangregelung und der Vorgabe eines Fahrzyklus.

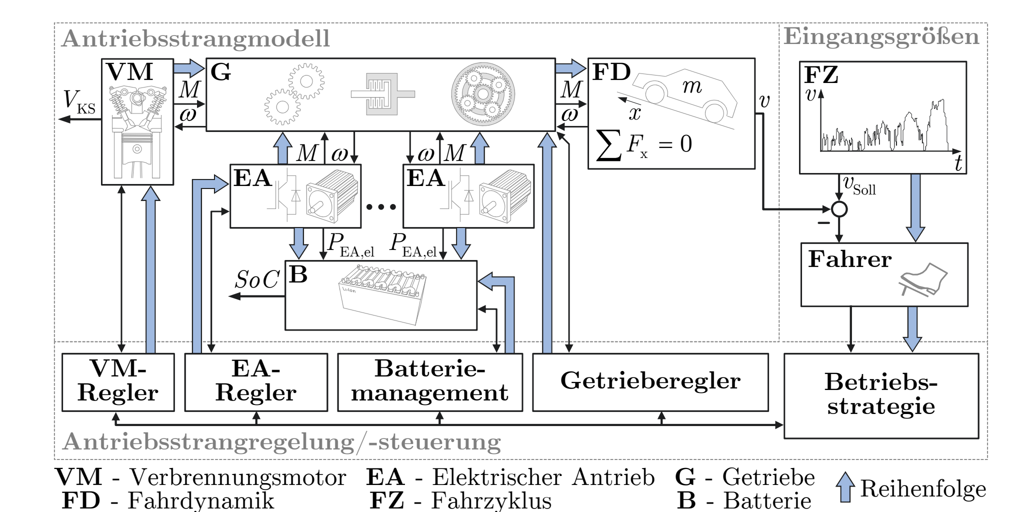


Bild 2.8: Aufbau der vorwärtsgerichteten Antriebsstrangsimulation bestehend aus Modell, Regler und der Vorgabe von Fahrzyklen.

Grundsätzlich ist ein Fahrermodell zur Regelung der Fahrzeuggeschwindigkeit erforderlich [103]. Dieses bestimmt ein Steuersignal (z. B. Pedalstellung) für die Antriebsstrangregelung, die wiederum die einzelnen Antriebsstrangkomponenten so regelt, dass die geforderte Fahrzeuggeschwindigkeit erreicht wird. Die Antriebsstrangregelung (in Realität ein Steuergeräteverbund) umfasst eine übergeordnete Betriebsstrategie sowie diverse Regler für die einzelnen Antriebsstrangkomponenten. Aufgrund des reglerbasierten Aufbaus der Simulation erfolgt die Auswertung des Antriebsstrangmodells in Vorwärtsrichtung beginnend mit den einzelnen Modellen der Antriebsstrangkomponenten bis hin zum Fahrdynamikmodell.

Vorwärtsgerichtete Simulationen erfordern Antriebsstrangmodelle mit einer ausreichend genauen Abbildung der Systemdynamik, sodass in Verbindung mit den Reglern ein stabiles und realistisches Systemverhalten abgebildet wird. Die Modellierung der Antriebsstrangkomponenten erfolgt hierbei maßgeblich auf Basis physikalischer Gesetzmäßigkeiten [170], weshalb die entsprechenden Modelle als Differenzialgleichungssysteme vorliegen. Aufgrund der hohen Dynamik des elektrischen Antriebssystems (Ansteuerung mit ca. 10 kHz – 20 kHz) und der im Vergleich dazu geringen Dynamik des mechanischen Teilsystems (Verbrennungsmotormoment < 500 Hz [176], hohe Fahrzeugmasse) handelt es sich bei Modellen von hybridelektrischen Antriebssträngen meist um steife Differenzialgleichungen. Zur stabilen Simulation solcher Systeme sind daher geeignete numerische Lösungsverfahren (Solver) notwendig [63]. Darüber hinaus müssen zur detaillierten Abbildung hoher Dynamiken geringe Simulationsschrittweiten gewählt werden, was wiederum zu einem hohen Rechenaufwand führt. Eine Möglichkeit den Rechenaufwand zu reduzieren, besteht in der Verwendung von vereinfachten Modellen, die nur einen Teil der Dynamik abbilden (z. B. Mittelwertmodell für die Leistungselektronik [208]). Generell ist jedoch der Rechenaufwand bei dieser Art der Simulation gegenüber der rückwärtsgerichteten Simulation höher.

Typischerweise finden vorwärtsgerichtete Simulationen bei der Entwicklung und dem Test von Regelalgorithmen für den Antriebsstrang Anwendung. Beispiele hierfür sind der Test von Betriebsstrategien bei Hybridfahrzeugen [216] oder generell die für den Funktionstest von Steuergeräten verwendete Hardware-in-the-Loop-Simulation, bei der das Systemverhalten des Antriebsstrangs durch eine Echtzeitsimulation an den Schnittstellen der Steuergeräte emuliert wird [219].

2.3.2 Rückwärtsgerichtete Antriebsstrangsimulation

Bild 2.9 zeigt das Prinzip der rückwärtsgerichteten Simulation. Ausgehend von Geschwindigkeit und Beschleunigung, die das Fahrzeug entsprechend eines vorgegebenen Fahrzyklus aufbringen muss, werden die einzelnen Teilmodelle in Rückwärts-

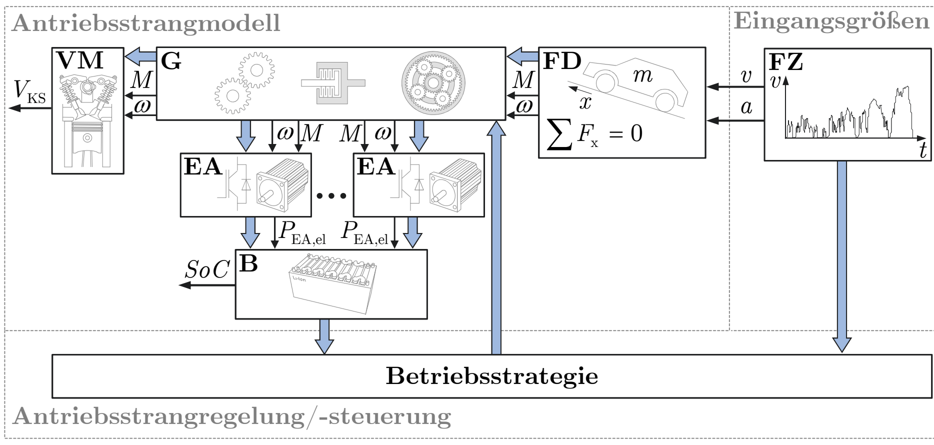


Bild 2.9: Rückwärtsgerichtete Antriebsstrangsimulation bestehend aus Modell, Betriebsstrategie und der Vorgabe von Fahrzyklen.

richtung beginnend mit dem Fahrdynamikmodell bis hin zu den Antriebsmodellen ausgewertet. Voraussetzung bei dieser Vorgehensweise ist, dass alle Antriebsstrangkomponenten innerhalb ihrer zulässigen Systemgrenze betrieben werden. Ansonsten sind aufgrund der sequenziellen Auswertung der Teilmodelle alle Größen, die vor einer Wertbegrenzung berechnet wurden, fehlerhaft. Laut [224] ermöglicht eine zusätzliche Vorwärtsrechnung die Korrektur solcher Fehler. Des Weiteren ist zur Durchführung der Simulation eine Antriebsstrangregelung bzw. –steuerung notwendig, die die Freiheitsgrade des betrachteten Antriebsstrangs nutzt, um einen möglichst effizienten Fahrbetrieb zu ermöglichen. Bei konventionellen Antriebssträngen entspricht dies der Gangwahl, wohingegen bei hybridelektrischen Antriebssträngen zusätzlich eine Betriebsstrategie (Auswahl Betriebsmodus und Leistungsaufteilung zwischen Verbrennungsmotor und Elektroantrieb) hinzukommt.

In der Regel kommen bei rückwärtsgerichteten Simulationen quasistationäre Antriebsstrangmodelle zur Anwendung, die bis auf die Fahrdynamik lediglich das stationäre Systemverhalten berücksichtigen [74, 73]. Im Vordergrund der Modellierung steht die Auswertung von Kraftstoff- und Energieverbrauch, weshalb die Modellierung der einzelnen Teilkomponenten auf Kennfeldern basiert, die die jeweiligen Verbräuche bzw. Verluste im stationären Betrieb charakterisieren. Nach [216] können quasistationäre Modelle auch aus dynamischen Modellen abgeleitet werden. Hierbei ergeben sich durch Vernachlässigung der Antriebsstrangdynamik zwar geringe Berechnungszeiten aber gleichzeitig auch eine geringere Modellgüte. Invers-dynamische Modelle hingegen, ermöglichen laut [56] und [57] eine höhere Modellgüte, ohne gleichzeitig die Berechnungsdauer wesentlich zu erhöhen. Grund-

lage hierfür sind dynamische Antriebsstrangmodelle, die durch Invertierung an das Prinzip der rückwärtsgerichteten Simulation angepasst werden. Da die Modellinvertierung eine Beschreibung des gesamten Antriebsstrangs als ein einheitliches differenzialalgebraisches Gleichungssystem bedingt, geht die Modularität bezüglich der einzelnen Teilmodelle im Zuge der Invertierung verloren. Des Weiteren erfordert der Ansatz stetig differenzierbare Eingangssignale, weshalb zunächst eine Glättung des Fahrzyklus durchgeführt werden muss. Dies ist vergleichbar mit der Verwendung eines Fahrermodells bei der vorwärtsgerichteten Simulation (siehe Bild 2.8). In [87] wurden ein quasistationäres, dynamisches und invers-dynamsiches Modell bezüglich der Abbildung des Kraftstoffverbrauchs miteinander verglichen. Für mehrere Fahrzyklen ergab sich hierbei ein maximaler Unterschied von ca. 4 %.

Die Vorteile rückwärtsgerichteter Simulationen liegen im geringen Rechenaufwand und der einfacheren Anpassbarkeit der Modelle hinsichtlich Systemparameter und -struktur (keine Regler für die einzelnen Antriebsstrangkomponenten notwendig). Dadurch eignet sich dieser Simulationsansatz besonders für Optimierungsaufgaben, die insbesondere Bestandteil von Algorithmen für Betriebsstrategien sind und bei der Dimensionierung von Antriebssträngen vorkommen [58, 216].

2.3.3 Antriebsstrang- und Getriebemodellierung

Der Begriff Modellierung steht hier für die mathematische Beschreibung von Systemen anhand physikalischer Gesetzmäßigkeiten und funktionaler Zusammenhänge. Darüber hinaus wird die Lösung der hieraus resultierenden mathematischen Gleichungen als Simulation bezeichnet. Zur Modellierung und Simulation von Systemen existieren bereits entsprechende Softwaretools mit verschiedenen Arten der Modelleingabe sowie unterschiedlichen Automatisierungsgraden hinsichtlich der Modellierung und Simulation. Grundsätzlich wird gemäß Bild 2.10 zwischen der komponenten- und signalflussorientierten Modelleingabe unterschieden [55].

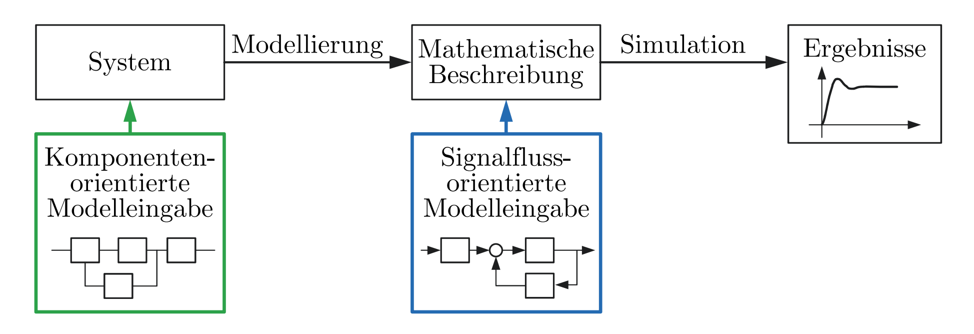


Bild 2.10: Möglichkeiten zur Modelleingabe bei gängigen Softwaretools zur Systemsimulation.

Bei der signalflussorientierten Modelleingabe müssen die Modellgleichungen zunächst händisch aufgestellt und gemäß der geforderten Definition von Ein- und Ausgangsgrößen umgeformt werden. Die umgeformten Gleichungen werden dann innerhalb der Simulationssoftware durch elementare Blöcke mit definierten Ein- und Ausgangsgrößen dargestellt. Ein bekanntes Simulationstool für diese Art der Modelleingabe ist Matlab/Simulink. Die komponentenorientierte Modelleingabe erfolgt durch Zusammenstellung elementarer Komponentenblöcke, die physikalische Komponenten (z. B. Federelement oder elektrischer Widerstand) repräsentieren und deren Schnittstellen anstatt als Ein- und Ausgangsgrößen als Potenzial- und Flussgrößen (z. B. Spannung und Strom bei elektrischen Systemen [92, 134]) definiert sind. Auf Basis einer solchen Zusammenstellung werden die zugehörigen Modellgleichungen automatisch unter Berücksichtigung der geforderten Definition von Ein- und Ausgangsgrößen erzeugt. Die Modularität bei der Modelleingabe sowie die automatische Modellerzeugung ermöglichen es, dem Anwender mit möglichst geringem Arbeitsaufwand beliebige (auch multiphysikalische) Systemkonfigurationen zu modellieren und simulieren. Die gängigen Softwaretools diesbezüglich sind die auf dem Modellica-Standard [55] basierenden Tools Dymola [39], MapleSim [113] und Simulation X [223] sowie die Matlab/Simulink-Toolbox SimScape [37, 211].

Zur **Modellierung hybridelektrischer Antriebstränge** stehen zahlreiche Softwaretools mit entsprechenden Modellbibliotheken zur Verfügung. Dazu gehören unter anderem die bereits oben erwähnten Tools zur Modellierung multiphysikalischer Systeme: SimScape Toolbox für Matlab/Simulink mit den Modellbibliotheken SimDriveLine [100] und SimPowerSystems [192] sowie die Modellica-basierten Tools Dymola, MapleSim und Simulation X. Da die Modelleingabe bei diesen Tools komponentenorientiert erfolgt, lassen sich die Modellschnittstellen beliebig wählen und somit alle Modelltypen für die vorwärts- und rückwärtsgerichteten Simulationen erzeugen. Darüber hinaus gibt es Tools, die speziell für die Antriebsstrangmodellierung entwickelt wurden. Hierbei handelt es sich um in Matlab/Simulink programmierte Modellbibliotheken, die aufgrund der signalflussorientierten Modelleingabe festgelegte Schnittstellen enthalten und somit entweder nur für vor- oder rückwärtsgerichtete Simulationen geeignet sind. Zu diesen Tools gehören PSAT [182] für vorwärtsgerichtete Simulationen und ADVISOR [136, 224] für rückwärtsgerichtete Simulationen. Eine Auflistung weiterer Tools zur Antriebsstrangsimulation ist in [25, 58] zu finden.

Die **Getriebemodellierung** erfolgt sowohl bei den auf Matlab/Simulink als auch bei den auf Modellica basierenden Tools nach dem Prinzip der komponentenorientierten Modelleingabe, sodass die jeweiligen Benutzeroberflächen der Tools das Zusammenstellen beliebiger Getriebekonfigurationen anhand elementa-

rer Übersetzungs- und Schaltelementkomponenten ermöglichen [64, 189]. Dabei lassen sich auch die Getriebeverluste durch Reibung zwischen den Zahnflanken und in den Lagern sowie durch Schleppmomente bei nasslaufenden Kupplungs- und Bremselementen berücksichtigen [162, 184]. Laut [39, 100] ermöglichen diese Tools darüber hinaus die Erzeugung echtzeitfähiger Getriebemodelle mit einer ausreichend genauen Abbildung der Dynamik, um diese Modelle in Tests von Getriebesteuergeräten im Rahmen von Hardware-in-the-Loop-Simulationen einzubinden. Eine der größten Herausforderung hierbei ist die Berücksichtigung der durch die Kupplungs- und Bremselemente hervorgerufenen Schaltereignisse (Übergang zwischen Haft- und Gleitreibung), da diese Strukturänderungen im Getriebe hervorrufen und aufgrund der festen Simulationsschrittweite möglicherweise nicht rechtzeitig berücksichtigt werden können. In [39] wurde die Echtzeitfähigkeit von einem Dymola-Modell eines Sechsganggetriebes nachgewiesen, wobei hierzu allerdings der Detaillierungsgrad des Getriebemodells reduziert werden musste. Generell steigt die Berechnungszeit bei komplexeren Getriebemodellen an, sodass zur Erfüllung der Echtzeitfähigkeit meist eine Reduzierung der Modellgüte erforderlich ist. Bei den Matlab-basierten Modellen werden dem Anwender diesbezüglich Maßnahmen zur Reduzierung des Detaillierungsgrads vorgeschlagen, die sich im Wesentlichen auf eine vereinfachte Darstellung der Reibung beziehen.

2.3.4 Automatische Erzeugung von Getriebemodellen

Die Modellierung mit komponentenorientierter Modelleingabe erfordert die Erzeugung der mathematischen Beschreibung eines Systems auf Basis dessen Zusammensetzung aus elementaren Systemkomponenten, siehe Bild 2.11. Methoden zur Umsetzung einer solchen Modellerzeugung sind vor allem im Bereich elektrischer Systeme bekannt. Mit diesen lassen sich die Knoten- und Maschengleichungen beliebiger, linearer und zeitinvarianter, elektrischer Schaltungen systematisch aufstellen. Bei graphenbasierten Methoden beispielsweise erfolgt eine Abstraktion elektrischer Schaltungen durch Netzwerke, die wiederum anhand von Graphen (be-

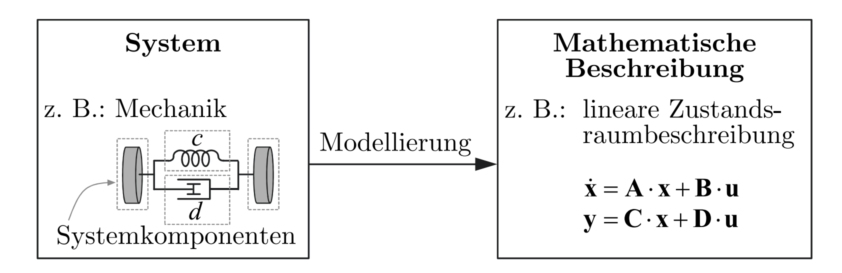


Bild 2.11: Komponentenorientierte Modellierung eines mechanischen Beispielsystems.

stehend aus Knoten und Zweigen) beschrieben werden [30]. Auf Basis dieser Graphenbeschreibung lässt sich das Gleichungssystem mit allen notwendigen Knoten- und Maschengleichungen ableiten. Gemäß der Erweiterung nach [115, 180] ist auch die Erzeugung eines Modells in Zustandsraumdarstellung möglich. Eine weitere Methode zur Modellerzeugung ist die sogenannte „modifizierte Knotenanalyse“, bei der jede Teilkomponente ein eigenes Teilgleichungssystem besitzt [85, 222]. Anhand der Information, welche Teilkomponenten miteinander verbunden sind, lassen sich diese Teilgleichungssysteme zu einem Gesamtgleichungssystem zusammenfügen. Um die Beschreibung der Schaltung in Zustandsraumdarstellung zu erhalten, sind weitere Umformungen des Gleichungssystems nach [98, 99, 147] erforderlich. Generell ist die Anwendung dieser Methoden nicht auf elektrische Schaltungen beschränkt, da Systeme unterschiedlicher physikalischer Domänen Äquivalenzen aufweisen [92, 121, 134], die eine Abstraktion der Methode zur Anwendung auf Systeme aller Domänen oder auch auf multiphysikalische Systeme ermöglichen. Als Einschränkung bleibt jedoch die Anwendbarkeit auf lineare und zeitinvariante Systeme. Daher erfolgt oft eine Trennung von linearen und nichtlinearen Systemanteilen im Vorfeld der Modellierung [206], sodass nur die Modellgleichungen des linearen Teilsystems erzeugt werden. Die Berücksichtigung der Nichtlinearitäten erfolgt dann im Nachhinein in Kombination mit den Modellgleichungen des linearen Teilsystems.

Wie in Kapitel 2.3.3 bereits erwähnt, ermöglichen Softwaretools die komponentenorientierte Modellierung von multiphysikalischen Systemen, sodass hierbei entsprechende Methoden zur Modellerzeugung implementiert sein müssen. Um welche es sich hierbei handelt, ist im Detail meist nicht angegeben. In [37] wird lediglich darauf hingewiesen, dass die Modellerzeugung bei SimScape anhand eines netzwerkbasierten Ansatzes erfolgt. Bezüglich Dymola kommen laut [39] graphenbasierte Verfahren zum Einsatz, mit denen sich Gleichungssysteme mit minimaler Größe bestimmen lassen.

Die **Erzeugung von Getriebemodellen** findet unter anderem zur Analyse von Getriebekonfigurationen Anwendung. In [77, 78] wird die klassische Knotenanalyse zur Erzeugung der Modellgleichungen für beliebige Getriebekonfigurationen angewendet, um die Kinematik und Statik von Getrieben zu analysieren. Zur Berücksichtigung von Getriebeverlusten lassen sich hierbei Wirkungsgrade vorgeben. Eine auf der Graphentheorie basierende Erzeugung von Getriebemodellen wird in [53, 90, 163] vorgestellt. Diese ermöglicht die Analyse stationärer Leistungsflüsse innerhalb beliebiger Konfigurationen von Umlaufgetrieben. In [164] wird diese Methode zwecks Analyse der Dynamik erweitert, sodass sich Massenträgheiten im Getriebe berücksichtigen lassen.

2.4 Optimierung hybridelektrischer Antriebsstränge

Die Elektrifizierung von Antriebssträngen hin zu Hybridtechnologien geht mit einer Vielzahl möglicher Antriebsstrangtopologien sowie Auslegungen der Antriebsstrangkomponenten und Betriebsführung einher. Aufgrund der damit verbundenen Komplexität kann die Suche nach dem bestmöglichen Entwurf nur noch modellgestützt erfolgen, wobei die Größe des Entwurfsraums eine Überprüfung aller Möglichkeiten nach dem Brute-Force-Prinzip selbst unter Anwendung von Simulationen impraktikabel macht. Um einen optimalen Entwurf mit einer möglichst geringen Anzahl an Modellauswertungen zu bestimmen, werden oftmals mathematische Methoden zur Optimierung herangezogen. Hierzu wird ein entsprechendes Optimierungsproblem formuliert und ein dafür geeignetes Verfahren zur Ermittlung des globalen Optimums angewendet. Im Allgemeinen liegen bei der Antriebsstrangoptimierung nichtlineare und nichtkonvexe Probleme vor, die sowohl durch diskrete als auch kontinuierliche Größen beschrieben werden [140, 196].

Bild 2.12 zeigt die üblicherweise zur Antriebsstrangoptimierung herangezogene Systemaufteilung von hybridelektrischen Antriebssträngen. Die Topologie beschreibt dabei die Anordnung der Antriebsstrangkomponenten, die wiederum eine bestimmte Technologie und Dimensionierung aufweisen. Für den Betrieb des Antriebsstrangs ist eine an die Topolgie und Antriebsstrangkomponenten angepasste Betriebsstrategie erforderlich, die als übergeordnete Regelung bzw. Steuerung den Betriebsmodus und die Leistungsaufteilung zwischen Verbrennungs- und Elektromotor vorgibt. Die tatsächliche Umsetzung dieser Vorgaben erfolgt durch die unterlagerten Steuerungen und Regelungen der Antriebsstrangkomponenten (vgl. Bild 2.8). Das zu lösende Optimierungsproblem für den gesamten Antriebsstrang beruht im Wesentlichen auf einer oder mehrerer Kostenfunktionen, die durch geeignete Konfigurationen der Topologie, Antriebsstrangkomponenten und Betriebsstrategie minimiert werden müssen. Typischerweise beschreiben diese Kostenfunk-

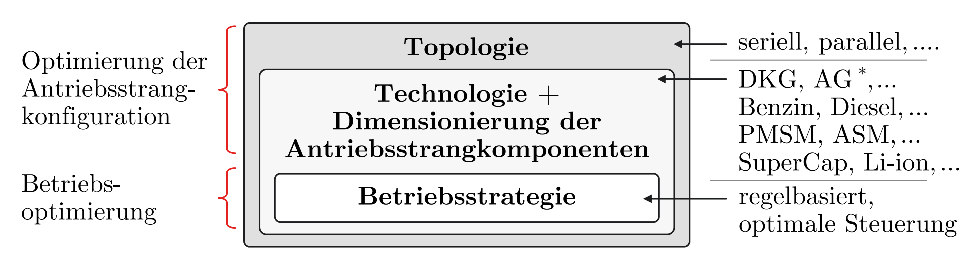


Bild 2.12: Allgemeine Systemaufteilung hybridelektrischer Antriebsstränge und Unterteilung der Antriebsstrangoptimierung in Teiloptimierungen der Konfiguration und Betriebstrategie [196].

tionen Betriebs- und Systemkosten, wie z. B. Kraftstoffverbrauch, Gewicht oder monetäre Systemkosten [196].

Zur Durchführung der Optimierung ist es grundsätzlich von Interesse, das gesamte Optimierungsproblem des Antriebsstrangs in mehrere Teilprobleme aufzuteilen, die jeweils kleinere Suchräume aufweisen und somit effizienter gelöst werden können [7, 212]. Separate Optimierungen einzelner Teilprobleme für Topologie, Dimensionierung und Betriebsstrategie führen laut [45] zu einem lediglich suboptimalen Gesamtsystem, da die jeweiligen Teilprobleme nicht unabhängig voneinander sind. Eine laut [45] typische Aufteilung von Systemen hinsichtlich der Optimierung ist die Aufteilung zwischen Strecke und Regelung, was bei hybridelektrischen Antriebssträngen einer Aufteilung zwischen Antriebsstrangkonfiguration (Topologie und Dimensionierung) und Betriebsstrategie entspricht. Da zur Bestimmung des globalen Optimums die entsprechenden Teilprobleme nicht unabhängig voneinander gelöst werden können, ist eine geeignete Reihenfolge bei der iterativen Ausführung der einzelnen Teiloptimierungen erforderlich. Die grundsätzlichen Möglichkeiten hierzu sind in Bild 2.13 dargestellt. Bei der abwechselnden Optimierung wird eine initiale Auslegung der Antriebsstrangkonfiguration oder Betriebsstrategie vorgeben und jeweils abwechselnd ein Teilproblem mit der Lösung des anderen gelöst. Trotz Anwendung geeigneter Optimierungsverfahren für die beiden Teilprobleme kann es hierbei vorkommen, dass die Ergebnisse der Teiloptimierungen nicht konvergieren und somit kein Optimum für das Gesamtproblem bestimmbar ist. Im Gegensatz dazu ist dies bei der verschachtelten und simultanen Vorgehensweise möglich [45, 196]. Bei der verschachtelten Optimierung erfolgt in jedem Iterationsschritt der übergeordneten Optimierung die Betriebsoptimierung und bei der simultanen Optimierung erfolgt die direkte Optimierung des gesamten Problems ohne Aufteilung in Teilprobleme. Einige Beispiele zur verschachtelten Optimierung sind in [15, 194] und zur simultanen Optimierung in [29, 44, 144, 169] zu finden.

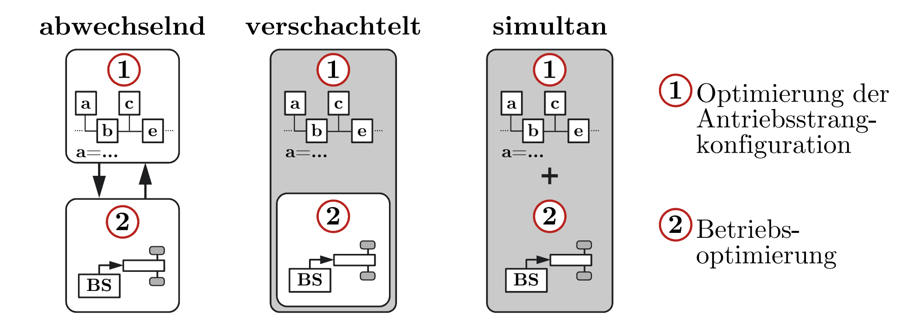


Bild 2.13: Mögliche Reihenfolgen zur iterativen Ausführung der einzelnen Teiloptimierungen der Antriebsstrangkonfiguration und Betriebsstrategie. [196].

Die folgenden Unterkapitel geben einen Überblick über die in der einschlägigen Literatur beschriebenen Methoden zur Optimierung von Betriebsstrategien und Antriebsstrangkonfigurationen. Zunächst werden Offline-Betriebsstragien für Antriebsstrangoptimierungen betrachtet. Danach folgen echtzeitfähige Betriebsstrategien für die Verwendung im realen Fahrbetrieb und eine Übersicht von Methoden zur Optimierung von Topologie und Dimensionierung der Antriebsstrangkomponenten.

2.4.1 Betriebsstrategien

Um das Potenzial hybridelektrischer Antriebsstränge gänzlich auszuschöpfen, bedarf es einer geeigneten Betriebsstrategie, die einen optimalen Betrieb des elektrischen und verbrennungsmotorischen Antriebssystems ermöglicht und somit maßgeblich zur Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs beiträgt. Dabei wird zwischen Offline- und Echtzeit-Betriebsstrategie unterschieden. Während Offline-Betriebsstrategien hauptsächlich zur Durchführung von Simulationen im Rahmen von Optimierungen oder Konzeptbewertungen dienen, können echtzeitfähige Betriebsstrategien auf Steuergeräte implementiert und im realen Fahrbetrieb angewendet werden. Im Folgenden werden die in der Literatur vorzufindenden Methoden für Betriebsstrategien unter dem Gesichtspunkt der Offline-Anwendung betrachtet. Hierzu erfolgt gemäß Bild 2.14 zunächst die Unterteilung in heuristische und optimierungsbasierte Methoden.

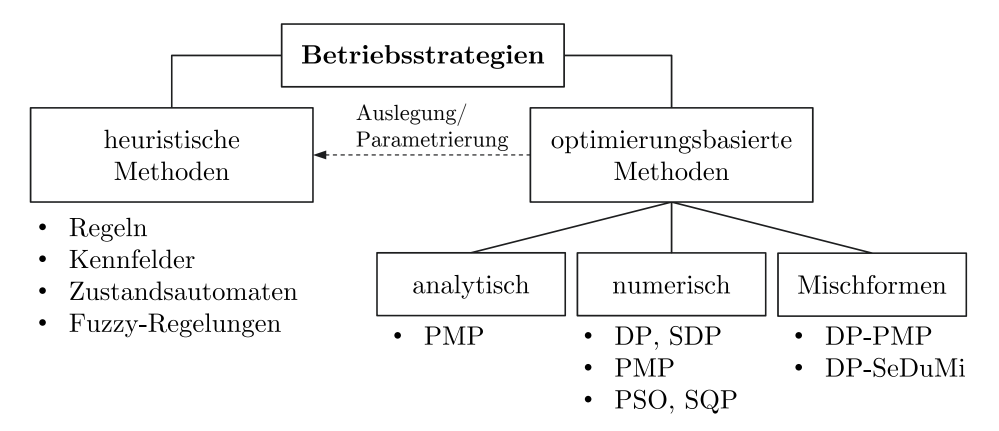


Bild 2.14: Kategorisierung der Offline-Betriebsstrategien für hybridelektrische Antriebsstränge nach [68, 131, 135, 225]. Abkürzungen: **PMP** - **P**ontryagin'sches **M**aximum**p**rinzip, **DP** - **D**ynamische **P**rogrammierung, **SDP** - **S**tochastische **D**ynamische **P**rogrammierung, **PSO** - **P**artikel-**S**chwarm-**O**ptimierung, **SQP** - Quadratische Optimierung (**S**equential **Q**uadratic **P**rogramming), **SeDuMi** - Software Tool.

Die Auslegung **heuristischer Methoden** basiert generell auf Expertenwissen, wobei die Umsetzung meist anhand einfacher Regeln, Kennfelder [88, 213], Zustandsautomaten oder Fuzzy-Regelungen [1, 122, 186] erfolgt. Ein oftmals verwendeter und intuitiver Ansatz besteht darin, die Methoden so auszulegen, dass Elektro- und Verbrennungsmotor während der Fahrt immer möglichst nahe am effizientesten Arbeitspunkt betrieben werden [74]. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, die Methodenauslegung entweder anhand von Optimierungsverfahren zu optimieren oder auf Basis von Optimierungsergebnissen anzupassen [13, 14, 130]. Generell muss bei der Anwendung heuristischer Methoden sichergestellt sein, dass der Batterieladezustand stets innerhalb der zulässigen Betriebsgrenzen verläuft. Eine gängige Methode in diesem Zusammenhang ist die Regelung des Ladezustandes nach dem Prinzip eines Schaltreglers [93]. Mit heuristischen Methoden als Betriebsstrategie lassen sich hinsichtlich des Kraftstoffverbrauchs lediglich suboptimale Ergebnisse erzielen, die sich bestenfalls an das Optimum annähern. Vorteilig ist die Einfachheit der Umsetzung, der geringer Rechenaufwand und dass keinerlei Vorkenntnisse über die zu fahrende Strecke vorliegen müssen. Dadurch eignen sich heuristische Methoden prinzipiell auch zur Umsetzung einer Echtzeit-Betriebsstrategie.

Optimierungsbasierte Methoden ermöglichen die optimale Steuerung dynamischer Systeme. Dabei werden die für einen optimalen Systembetrieb notwendigen Steuergrößen durch Lösen eines entsprechenden Optimierungsproblems bestimmt. Die allgemeine Formulierung solcher Optimierungsprobleme unter Berücksichtigung eines festgelegten Endzustandes x_e und einer festen Endzeit t_e erfolgt durch Beschreibung der Gesamtkosten K gemäß

$$K = \int_0^{t_\mathrm{e}} f_0\left(x, u, t\right) dt, \tag{2.11}$$

mit der Kostenfunktion f_0, der skalaren Zustandsgröße x und der Steuergröße u, wobei x und u jeweils Funktionen von der Zeit t sind. Für den Fall, dass x_e und t_e im Vorfeld unbekannt und somit selbst Gegenstand der Optimierung sind, weist die Kostenfunktion einen weiteren Term zur Berücksichtigung dieser Größen auf [50, 159]. Dies ist bei der Betriebsoptimierung von hybridelektrischen Antriebssträngen in der Regel nicht der Fall, da x_e dem bekannten Batterieladezustand am Ende der Fahrt entspricht und die Optimierung auf Grundlage von Fahrzyklen mit definierter Dauer t_e erfolgt. Darüber hinaus wird für die Kostenfunktion f_0 der aufgewendete Kraftstoff-Volumenstrom, für den Zustand x der Batterieladezustand und für die Steuergröße u die Leistungsaufteilung zwischen Elektro- und Verbrennungsmotor gewählt. Allerdings bieten Hybridfahrzeuge mit Multi-Mode-Getriebe einen zusätzlichen Freiheitsgrad bezüglich der Auswahl von Gang und Betriebsmodus,

weshalb eine zusätzliche diskrete Steuergröße vorliegt. Der Einfachheit halber wird zur allgemeinen Beschreibung der Methoden von einer Steuergröße ausgegangen. Eine mögliche Umsetzung für mehrere Steuergrößen ist in Kapitel 4.3 beschrieben. Zur optimalen Steuerung muss ein Verlauf der Steuergröße $u(t)$ gefunden werden, der innerhalb des Zeitintervals $[0\ \ t_\mathrm{e}]$ sowohl K minimiert als auch die Nebenbedingung hinsichtlich des Systemzustands x für die Zustandsdifferenzialgleichung

$$\dot{x} = f(x, u, t) \tag{2.12}$$

erfüllt. Darüber hinaus sind die Randbedingungen für die Anfangs- und Endzustände

$$\begin{aligned} x(0) &= x_0, \\ x(t_\mathrm{e}) &= x_\mathrm{e} \end{aligned} \tag{2.13}$$

und die systembedingten Grenzen der Steuer- und Zustandsgröße

$$u \in \mathcal{U}, \tag{2.14}$$

$$x \in \mathcal{X}, \tag{2.15}$$

mit $\mathcal{U}, \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ zu berücksichtigen. In Bild 2.14 sind die üblicherweise verwendeten optimierungsbasierten Methoden für Betriebsstrategien von hybridelektrischen Antriebssträngen angegeben. Generell wird zwischen analytischen, numerischen und kombinierten Methoden unterschieden, wobei die Anwendbarkeit unter anderem von den konkreten Eigenschaften des Optimierungsproblems (2.11)–(2.15) abhängt (z. B. konvexe oder quadratische Kostenfunktion).

Bei der **analytischen Optimierung** von Betriebsstrategien kommt hauptsächlich das Pontryagin‘sches Maximumprinzip (PMP) zur Anwendung [50, 69, 75, 166]. Das PMP ist eine Erweiterung der gewöhnlichen Variationsrechnung um die Berücksichtigung beschränkter Steuergrößen. Zur Lösung des Optimierungsproblems (2.11)–(2.15) ohne Begrenzung der Zustandsgrößen wird zunächst die Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H}(x, u, \lambda, t) = -f_0(x, u, t) + \lambda \cdot f(x, u, t) \tag{2.16}$$

aufgestellt, in der die Kostenfunktion f_0 und die mit den Lagrange-Multiplikatoren $\lambda(t)$ gewichtete Systemfunktion f eingehen. Die notwendigen Bedingungen für ein Optimum von (2.11) lauten gemäß [50, 69]

$$\dot{x} = \frac{\partial \mathcal{H}(x, u, \lambda, t)}{\partial \lambda}, \tag{2.17}$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial \mathcal{H}\left(x, u, \lambda, t\right)}{\partial x}, \tag{2.18}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{H}\left(x, u, \lambda, t\right)}{\partial u}, \tag{2.19}$$

mit den Anfangs- und Endzuständen (2.13) und der Steuergrößenbeschränkung (2.14). Für den unbeschränkten Fall von u und unter der Bedingung, dass (2.19) nach u umformbar ist, lässt sich (2.19) zur Substitution von u in (2.17) und (2.18) nutzen. Daraus resultiert ein Differenzialgleichungssystem mit $x(t)$ und $\lambda(t)$ als unbekannte Funktionen, das mit den laut (2.13) geforderten Anfangs- und Endzuständen ein Randwertproblem darstellt. Durch Lösen dieses Randwertproblems ergeben sich die optimalen Verläufe $x^*(t)$ und $\lambda^*(t)$, die wiederum durch Einsetzen in (2.19) zur Bestimmung der optimalen Steuergröße $u^*(t)$[18] dienen [50, 69]. Theoretisch können mehrere Lösungen für $u^*(t)$ existieren, wodurch die Erfüllung der notwendigen Bedingungen (2.17)–(2.19) nicht mehr ausreichend für ein globales Optimum ist. In diesem Fall muss zusätzlich als hinreichende Bedingung die Hesse-Matrix der Hamilton-Funktion nach u untersucht werden. Laut [50, 69] ist das in der Praxis kaum relevant, da die Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung meist im Vorfeld feststeht.

Sofern eine Beschränkung der Steuergröße u vorliegt, ist (2.19) als Optimalitätsbedingung nicht mehr gültig und gemäß dem PMP durch die allgemeinere Formulierung

$$\mathcal{H}\left(x^*, u^*, \lambda^*, t\right) \geqslant \mathcal{H}\left(x^*, u, \lambda^*, t\right), \tag{2.20}$$

mit $u, u^* \in \mathcal{U}$ zu ersetzen. Demnach muss eine Steuergröße innerhalb von $\mathcal{U}$ gefunden werden, die zu einem Maximum der Hamilton-Funktion führt. Dies ist im Allgemeinen nicht mehr ganzheitlich analytisch möglich und erfordert eine an den Anwendungsfall angepasste Lösung. Einige Beispiele sind in [69] aufgeführt.

Die analytische Betriebsoptimierung bei hybridelektrischen Antriebssträngen nach dem PMP erfolgt anhand konvexer Antriebsstrangmodelle (Approximation der Verlustkennfelder durch konvexe Funktionen) [75, 152, 166], wodurch sich zum einen eine analytische Systembeschreibung und zum anderen ein eindeutiges globales Optimum für (2.11) ergibt[19] [12, 18, 36, 62]. Darüber hinaus wird der Batte-

[18] Die mit * gekennzeichneten Größen stellen die Lösung des Optimierungsproblems dar, d. h., durch Einsetzen in die Kostenfunktion f_0 ergibt sich das Minimum für die Kosten K.

[19] Die notwendigen Optimalitätsbedingungen sind auch hinreichend, wenn f_0 und f hinsichtlich u konvex sind und x linear oder gar nicht in f eingeht [12]. In Spezialfällen darf f auch bez. x konkav sein [109].

rieladezustand durch einen einfachen Integrator beschrieben, sodass keine Abhängigkeit der Systemfunktion f vom Zustand x und somit ein konstanter Lagrange-Multiplikator λ vorliegt ($\dot{\lambda} = 0$, vgl. (2.18)). Unter diesen Bedingungen lässt sich durch Analyse der Hamilton-Funktion ein Maximum bestimmen, wodurch sich eine bereichsweise analytische Beschreibung der optimalen Steuergröße unter Berücksichtigung der Steuergrößenbegrenzung (2.14) ergibt. Dabei wird zunächst davon ausgegangen, dass der optimale Lagrange-Multiplikator λ^* bekannt ist. Die Lösung des Randwertproblems bzw. die Bestimmung des konkreten Wertes für λ^* erfolgt in der Regel numerisch unter Anwendung eines Schießverfahrens (z. B. Bisektion, Newton-Verfahren).

Der Vorteil analytischer Betriebsoptimierungen nach dem PMP liegt im geringen Rechenaufwand zur Bestimmung des Optimums, was sehr schnelle Auswertungen der entsprechenden Algorithmen ermöglicht. Nachteilig ist, dass diskrete Steuergrößen (z. B. Gangwahl) nicht ohne zusätzliche numerische Maßnahmen berücksichtigt werden können. Darüber hinaus entstehen aufgrund des Unterschieds, der durch die approximierenden konvexen Funktionen gegenüber den originalen kennfeldbasierten Antriebsstrangmodellen hervorgerufen wird, Abweichungen zum eigentlichen Optimum, das sich für die originalen Modelle ergeben würde.

In Bild 2.14 sind die typischerweise verwendeten Verfahren zur **numerischen Optimierung** von Betriebsstrategien angegeben. Hierzu gehören die Dynamische Programmierung (DP) [11, 12], die Stochastische Dynamische Programmierung (SDP) [129, 142, 171], das Prontryagin'sche Maximumprinzip[20] (PMP) [108, 207], die Partikelschwarmoptimierung (PSO) [24] und die Sequenzielle Quadratische Optimierung (SQP) [15]. Die PSO und SQP sind im allgemeinen Verfahren zur Lösung statischer Optimierungsprobleme ohne Zustandsgröße x und Systemgleichung (2.12), weshalb das dynamische Optimierungsproblem der Betriebsoptimierung zunächst in ein statisches Problem überführt werden muss [69, 111, 159]. Dies geschieht durch Anwendung einer zeitlichen Diskretisierung, sodass ein statisches Optimierungsproblem mit unbekannten Steuergrößen für jeden diskreten Zeitschritt entsteht. Gegenüber diesen Verfahren kommt die DP ohne diese Umwandlung aus und setzt hinsichtlich des Optimierungsproblems keine speziellen Anforderungen an Konvexität o. Ä. voraus. So lassen sich mit der DP nichtlineare und unstetige Probleme mit Zustands- und Steuergrößenbeschränkungen eindeutig und zuverlässig lösen. Allerdings bedingt die Umsetzung des Verfahrens einen hohen Speicher- und Rechenbedarf, sodass es bei Problemen mit mehreren Steuer- und Zustandsgrößen schnell an seine Grenzen kommt.

[20] Hierbei erfolgt die Auswertung der Optimalitätsbedingungen (2.17), (2.18) und (2.20) numerisch.

Zur Anwendung der DP wird zunächst das Optimierungsproblem (2.11)–(2.15) in N Schritte diskretisiert. Unter Anwendung des expliziten Euler-Verfahrens ergibt sich z. B.

$$
\begin{aligned}
&K_\mathrm{d} = T \cdot \sum_{k=0}^{N} f_0\left(x_k, u_k, k\right), \\
&x_{k+1} = x_k + T \cdot f\left(x_k, u_k, k\right), \\
&x_{k=0} = x_0, \;\; x_{k=N} = x_\mathrm{e}, \\
&u_k \in \mathcal{U}, \;\; x_k \in \mathcal{X},
\end{aligned}
\tag{2.21}
$$

mit den diskreten Kosten K_d, der Schrittweite T und dem Index k, sodass $t_k = k{\cdot}T$ gilt. Darüber hinaus ist eine Quantisierung der Steuer- und Zustandsgröße erforderlich, wobei die diskreten Wertigkeiten dieser Größen durch das Steuergrößenraster $\mathbf{u}^\mathrm{R}$ und Zustandsgrößenraster $\mathbf{x}^\mathrm{R}$ angegeben werden. Bild 2.15 veranschaulicht die grundsätzliche Vorgehensweise zur Durchführung der DP anhand des Zustandsgrößenrasters $\mathbf{x}^\mathrm{R}$. Zunächst wird für $k = (N\text{-}1)...0$ eine Rückwärtsrechnung zur Ermittlung der optimalen Übergänge zwischen den quantisierten Zustandswerten von k nach $k+1$ durchgeführt. Um hierbei den geforderten Endzustand x_e einzuhalten, werden für $k = N$ alle übrigen Zustandswerte von der Entscheidungsfindung ausgeschlossen und die entsprechenden Übergänge nicht berücksichtigt. Basierend auf den optimalen Übergängen aus der Rückwärtsrechnung und unter Vorgabe eines Anfangszustandes x_0 werden im Anschluss mit einer Vorwärtsrechnung für $k = 0...(N\text{-}1)$ die optimalen Trajektorien u_k^* und x_k^* bestimmt. Die DP

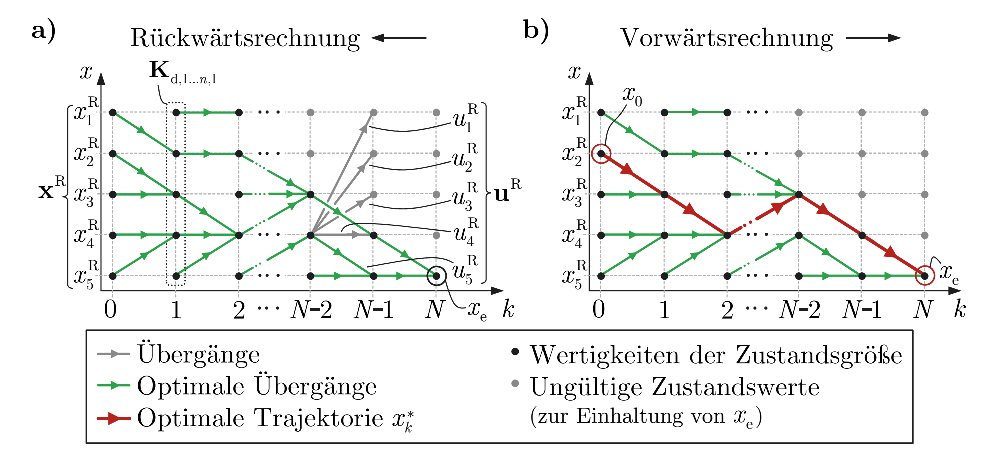


Bild 2.15: Funktionsprinzip der Dynamischen Programmierung: **a)** Rückwärtsrechnung zur Bestimmung aller optimalen Zustandsübergange und **b)** Vorwärtsrechnung zur Bestimmung der optimalen Zustandstrajektorie x_k^*.

beruht auf dem Bellman'schen Optimalitätsprinzip [10, 12, 159], das besagt, dass für eine optimale Trajektorie $u^*(t)$ mit $t \in [0\ \ t_\mathrm{e}]$, die ein System optimal vom Anfangszustand x_0 in den Endzustand x_e überführt, jede mögliche Teiltrajektorie $u^*(\tilde{t})$ mit $\tilde{t} \in [t_1\ \ t_\mathrm{e}]$ und $t_1 > 0$, die das System vom Zwischenzustand $x^*(t_1)$ in den Endzustand x_e überführt, ebenfalls optimal ist. Bei der Rückwärtsrechnung wird dieses Prinzip genutzt, indem basierend auf der Kenntnis einer optimalen Teiltrajektorie der Steuergröße, die das System von x^*_{k+1} nach x_e überführt, der optimale Zustand x^*_k und die optimale Steuergröße u^*_k für einen Übergang nach x^*_{k+1} bestimmt werden. Aufgrund der Quantisierung von Steuer- und Zustandsgröße existiert nur eine endliche Anzahl an Entscheidungsmöglichkeiten, von denen die optimalen Entscheidungen zu jedem Zeitpunkt bestimmt und gespeichert werden müssen. Das Ergebnis der Optimierung ist somit eine zeitliche Aneinanderreihung optimaler Entscheidungen.

Zur Anwendung der DP auf das Optimierungsproblem (2.21) wird das Zustandsgrößenraster $\mathbf{x}^\mathrm{R} = \left[x^\mathrm{R}_1 ... x^\mathrm{R}_n\right]^T$ und Eingangsgrößenraster $\mathbf{u}^\mathrm{R} = \left[u^\mathrm{R}_1 ... u^\mathrm{R}_m\right]^T$ zugrunde gelegt und eine Kostenmatrix $\mathbf{K}_\mathrm{d}$ definiert. Diese Matrix weist n-Zeilen für jeden Zustandswert in $\mathbf{x}^\mathrm{R}$ und $N+1$ Spalten für jeden Zeitwert auf, wobei die Einträge die minimalen Wegkosten für die Übergänge von den zugeordneten Zustands- und Zeitwerten nach x_e wiedergeben. Diese Wegkosten stellen die Grundlage für die Entscheidungsfindung dar. Für die **Rückwärtsrechnung** sind zunächst die Endkosten $\mathbf{K}_{\mathrm{d},1...n,N}$ zu definieren und anschließend folgende Schritte für $k = (N\text{-}1)...0$ durchzuführen:

1. Bestimmung der minimalen Wegkosten zum Zeitpunkt k und für alle Elemente des Zustandsgrößenrasters x^R_i mit $i \in 1...n$:

$$K_{\mathrm{d},i,k} = \min_{u_k \in \mathcal{U}} \left(K_{\mathrm{d},p,k+1} + T \cdot f_0\left(x^\mathrm{R}_i, u_k, k\right)\right), \tag{2.22}$$

mit

$$\mathcal{U} = \left\{u^\mathrm{R}_j \text{ mit } j \in 1...m\right\}. \tag{2.23}$$

Die Kosten $K_{\mathrm{d},p,k+1}$ werden dabei anhand des zukünftigen Zustandswerts

$$x_p = x^\mathrm{R}_i + T \cdot f\left(x^\mathrm{R}_i, u_k, k\right) \tag{2.24}$$

aus der Kostenmatrix $\mathbf{K}_\mathrm{d}$ entnommen. Der Index p bezeichnet dabei die Zeilen in $\mathbf{x}^\mathrm{R}$ und $\mathbf{K}_\mathrm{d}$, die dem Zustand x_p zugeordnet sind. Da in der Regel kontinuierliche Zustandsgrößen vorliegen und x_p somit nicht zwangsläufig auf dem Zustandsgrößenraster liegt, wird $K_{\mathrm{d},p,k+1}$ auf Basis der gemäß dem Zustandsgrößenraster nächstgelegenen Zustände und Kosten interpoliert [11].

2. Die optimalen Steuer- und Zustandsgrößen (grüne Pfeile in Bild 2.15) ergeben sich zu

$$u_i^* = \underset{u_k \in \mathcal{U}}{\arg\min} \left(K_{\mathrm{d},p,k+1} + T \cdot f_0 \left(x_i^{\mathrm{R}}, u_k, k \right) \right) \tag{2.25}$$

$$x_i^* = x_i^{\mathrm{R}} + T \cdot f \left(x_i^{\mathrm{R}}, u_i^*, k \right) \tag{2.26}$$

und müssen zur weiteren Verwendung bei der Vorwärtsrechnung in den Matrizen

$$Q_{\mathrm{u},i,k} = u_i^* \tag{2.27}$$

$$Q_{\mathrm{x},i,k} = x_i^* \tag{2.28}$$

abgespeichert werden. $\mathbf{Q}_\mathrm{u}$ und $\mathbf{Q}_\mathrm{x}$ besitzen jeweils n Zeilen und N Spalten.

Um im Rahmen der **Vorwärtsrechnung** die optimale Steuer- und Zustandstrajektorie zu bestimmen, müssen unter Vorgabe eines Anfangszustands $x_0^* = x_0$ und für $k = 0...(N\text{-}1)$ die folgenden Schritte durchgeführt werden:

1. Die optimale Steuergröße aus der Matrix $\mathbf{Q}_\mathrm{u}$ entnehmen:

$$u_k^* = Q_{\mathrm{u},p,k}, \tag{2.29}$$

wobei sich der Index p gemäß der zur Zustandsgröße

$$x_p = x_k^* \tag{2.30}$$

zugehörigen Zeile im Zustandsgrößenraster ergibt. Sofern x_p nicht auf dem Zustandsgrößenraster liegt, muss für u_k^* in (2.29) entweder der nächstgelegene Wert ausgewählt oder eine entsprechende Interpolation durchgeführt werden.

2. Die optimale Zustandsgröße für den folgenden Zeitschritt lässt sich entweder gemäß

$$x_{k+1}^* = Q_{\mathrm{x},p,k} \tag{2.31}$$

aus $\mathbf{Q}_\mathrm{x}$ entnehmen oder alternativ mittels der Zustandsgleichung

$$x_{k+1}^* = x_k^* + T \cdot f \left(x_k^*, u_k^*, k \right) \tag{2.32}$$

berechnen.

Die aufgrund der Quantisierung auftretenden Ungenauigkeiten können entweder durch Interpolation der Wegkosten [11] oder durch Erhöhung der Quantisierungs-Auflösung reduziert werden. Allerdings entspricht die Gesamtanzahl der Funktionsauswertungen dem Produkt der Anzahlen der Quantisierungsstufen aller

Steuer- und Zustandsgrößen, wodurch sich der Rechenaufwand durch Erhöhung der Auflösung entsprechend schnell erhöht. Der Vorteil der DP liegt in der uneingeschränkten Anwendbarkeit auf jegliche Art dynamischer Optimierungsprobleme (sofern die Problemgröße nicht die verfügbare Rechenkapazität überschreitet). Demgegenüber steht der hohe Rechenaufwand, um ein Optimierungsproblem mit ausreichend hoher Auflösung zu lösen. Für eine schnelle und gleichzeitig für komplexe Probleme geeignete Optimierung kann die DP mit anderen z. T. analytischen Verfahren kombiniert werden [152, 154] (siehe Bild 2.14). Dabei erfolgt die Optimierung diskreter Steuergrößen (z. B. Gangwahl) numerisch mit der DP und die von kontinuierlichen Steuergrößen (z. B. Leistungsaufteilung zwischen Verbrennungsmotor und Elektroantrieb) mit einem geeigneten Verfahren ohne Quantisierung. In [152] erfolgt Letzteres mit dem PMP und in [154] mit dem Tool SeDuMi[21].

In der hier angegebenen Form sind die optimierungsbasierten Methoden nur für Offline-Anwendungen geeignet, da im Vorfeld der Optimierungen ein Fahrzyklus bekannt sein muss. Dieser ist im realen Fahrbetrieb jedoch zunächst, d. h. zum Zeitpunkt der notwendigen Entscheidungsfindung, unbekannt, weshalb zur Online-Anwendung spezielle und zum Teil auf den optimierungsbasierten Methoden aufbauende Verfahren zum Einsatz kommen. Im folgenden Kapitel werden solche Verfahren behandelt.

2.4.2 Echtzeit-Betriebsstrategien

Die Anwendung von Betriebsstrategien auf den realen Fahrbetrieb erfordert sowohl echtzeitfähige als auch kausale Methoden. Letzteres bezeichnet die Eigenschaft, dass die Ausführung der Betriebsstrategie nur auf aktuellen und vergangenen Messgrößen beruht. Gerade bei optimierungsbasierten Ansätzen ist dies von Bedeutung, da meist ein Geschwindigkeitsprofil der zukünftigen Fahrt erforderlich ist, das in der Realität aufgrund nicht vorhersehbarer Verkehrssituationen und Fahrweisen unbekannt ist. Von den in Kapitel 2.4.1 vorgestellten Methoden sind lediglich die heuristischen Methoden echtzeitfähig und kausal. Die optimierungsbasierten Methoden hingegen sind nur zum Teil echtzeitfähig und in der bisher behandelten Form nicht kausal. Dennoch sind optimierungsbasierte Methoden von großem Interesse, da sie Informationen über die zu fahrende Strecke berücksichtigen (wenn auch nur Schätzungen) und somit in der Regel bessere Ergebnisse liefern als heuristische Methoden. In [158, 191] sind jeweils eine Übersicht über Methoden zur echtzeitfähigen Betriebsoptimierung enthalten. Zu den wohl bekanntesten optimierungsbasierten Echtzeit-Betriebsstrategien gehören die ECMS (**E**quivalent **C**onsumption **M**inimization **S**trategy) und diver-

[21] **Se**lf-**Du**al-**Mi**nimization: Optimierungen basierend auf inneren Punktverfahren [168].

se MPC-basierte (**M**odel **P**redictive **C**ontrol) Ansätze. Beide Methoden erfordern eine Prädiktion der zukünftigen Fahrweise und liefern nur optimale Lösungen, sofern sich die zugrunde gelegte Prädiktion mit der Realität deckt. Da in der Regel nur ein begrenzter Informationsgehalt über die zukünftige Fahrweise vorliegt, kann die tatsächliche Betriebsweise nur an die optimale Betriebsweise angenähert werden.

Die Grundidee der **ECMS** besteht darin, im Vorfeld einen äquivalenten Kraftstoffverbrauch für die Verwendung der im Batteriespeicher enthaltenen elektrischen Energie zu definieren, sodass während des Betriebs anhand eines vereinheitlichten Verbrauchs eine Abwägung zwischen elektrischen und verbrennungsmotorischen Betrieb erfolgen kann [157, 190, 191]. Laut [193] lässt sich die ECMS durch Anwendung des PMP realisieren, wobei der Lagrange-Multiplikator als Äquivalenzfaktor hinsichtlich Kraftstoffverbrauch und elektrischer Energie interpretiert werden kann. Dieser Äquivalenzfaktor ist im Allgemeinen eine zeit- und arbeitspunktabhängige Größe und muss im Vorfeld auf Basis bekannter Informationen über die zukünftige Fahrweise prädiziert werden. Hierzu existiert bereits eine Vielzahl von Ansätzen, die im Wesentlichen unterschiedliche Informationsgrade über die Fahrstrecke berücksichtigen und zum Teil auch adaptive Prädiktionen ermöglichen [117, 118, 161, 165, 185, 215]. Die Umsetzung der ECMS erfolgt anhand eines Fahrzeugmodells, das unter Berücksichtigung aktueller Messgrößen (Batterieladezustand, Drehmomentanforderung vom Fahrer usw.) und durch Vorgabe eines Äquivalenzfaktors zur Berechnung der Hamilton-Funktion dient. Durch Variation der Eingangsgrößen lässt sich so die Hamilton-Funktion maximieren, sodass (2.20) erfüllt ist und die optimalen Steuergrößen vorliegen. In jedem Abtastschritt erfolgt somit eine zeitlich lokale Optimierung, wobei die Qualität des Gesamtergebnisses hinsichtlich der gesamten Fahrdauer von der Wahl geeigneter Äquivalenzfaktoren abhängt.

Bei **MPC**-basierten Betriebsstrategien erfolgt in jedem Abtastschritt eine Betriebsoptimierung für eine prädizierte Fahrstrecke [3, 32]. Diese Prädiktion ist auf einen endlichen Horizont begrenzt (Streckenfenster) und verschiebt sich mit jedem weiteren Abtastschritt über die abzufahrende Strecke. Die Streckeninformationen bzw. die Verkehrsverhältnisse innerhalb des Prädiktionshorizonts werden durch entsprechende Sensoren oder Telematik bereitgestellt. Anhand eines Fahrzeugmodells sowie den aktuellen Messgrößen und Streckeninformationen erfolgt zur Bestimmung der optimalen Steuergrößen eine Betriebsoptimierung über den Prädiktionshorizont. Dabei kommen im Wesentlichen Verfahren zur Anwendung, die auch bei nicht echtzeitfähigen Betriebsstrategien Verwendung finden, wie z. B. Evolutionäre Algorithmen [150], Sequenzielle Quadratische Programmierung [16, 181], PMP [151] oder Stochastische Dynamische Programmierung

[137, 178]. Die Wahl des Optimierungsverfahrens richtet sich nach der Art des Fahrzeugmodells und der notwendigen Berechnungsdauer für eine Optimierung des festgelegten Prädiktionshorizonts.

2.4.3 Optimierung von Antriebsstrangkonfigurationen

Die Antriebsstrangkonfiguration umfasst sowohl die Antriebsstrangtopologie als auch die Dimensionierung der Antriebsstrangkomponenten. Hinsichtlich der Optimierung dieser beiden Systemeigenschaften liegt ein zeitunabhängiges und somit statisches Optimierungsproblem

$$\mathbf{K} = \mathbf{f_0}\left(\mathbf{u}\right), \tag{2.33}$$

mit $\mathbf{u} \in \mathcal{U}$ vor, wobei im Falle multikriterieller Probleme eine vektorwertige Kostenfunktion $\mathbf{f_0}\left(\mathbf{u}\right)$ betrachtet werden muss (z. B. zur Abwägung von Betriebseffizienz und Systemleistung). Formal liegt aufgrund des dynamischen Optimierungsproblems für die Betriebsstrategie ein dynamisches Gesamtproblem vor. Allerdings lassen sich durch Anwendung der verschachtelten Optimierung nach Bild 2.13 die Optimierungen der Antriebsstrangkonfiguration und Betriebsstrategie voneinander trennen, sodass hinsichtlich der Antriebsstrangkonfiguration ein statisches Problem gemäß (2.33) vorliegt. Um auch bei der simultanen Optimierung ein statisches Gesamtproblem zu erhalten, werden in der Praxis entweder regelbasierte Betriebsstrategien angewendet oder das dynamische Teilproblem der Betriebsoptimierung als statisches Problem betrachtet, indem alle Steuergrößenwerte über den gesamten Zeitraum den Suchraum bilden [69, 111, 159] (siehe Tabelle 2.2: Bei allen Anwendungsbeispielen für simultane Optimierungen werden Verfahren zur Lösung statischer Probleme verwendet). Die Formulierung der Kostenfunktion $\mathbf{f_0}\left(\mathbf{u}\right)$ erfordert Antriebsstrangmodelle, die hinsichtlich der Antriebsstrangkonfiguration (Topologie und Dimensionierung) parametrierbar sind. Da die Verluste im Antriebsstrang meist durch arbeitspunktabhängige Wirkungsgradkennfelder berücksichtigt werden, muss eine Anpassung dieser Kennfelder erfolgen. In [179] wird eine vereinheitlichte Modellierung von Verbrennungsmotor und Elektroantrieb vorgestellt, bei der durch Skalierung der Wirkungsgradkennfelder eine entsprechende Anpassung auf die geforderte Dimensionierung erfolgt. Detailliertere Untersuchungen zur Skalierbarkeit der Komponentenmodelle sind in [6] zu finden.

Bild 2.16 zeigt die Einteilung der einschlägigen Literatur gemäß der angewendeten Ansätze zur Optimierung von Antriebsstrangkonfigurationen. Unterschieden wird hierbei in Brute-Force-Ansätze und optimierungsbasierte Ansätze mit originaler oder vereinfachter Modellbeschreibung. Bei den Brute-Force-Ansätzen erfolgt zunächst eine Quantisierung der Dimensionierungsgrößen, sodass die bestmögliche

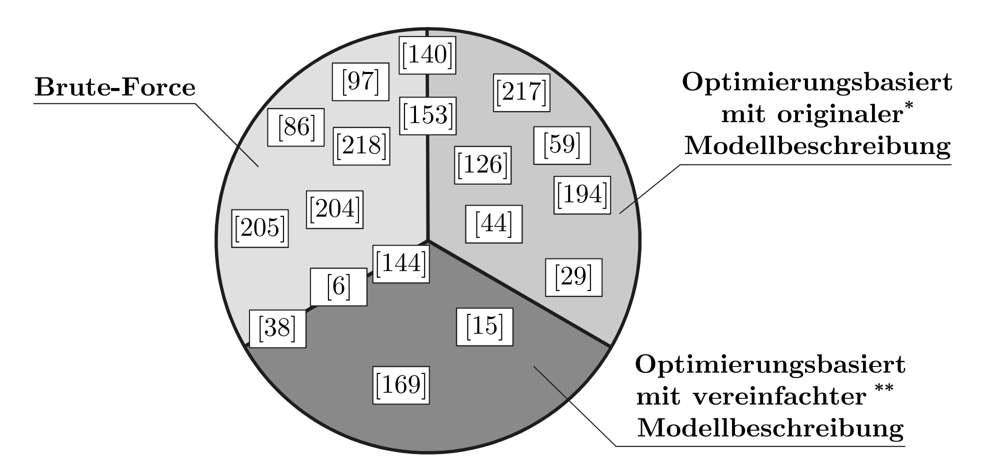


Bild 2.16: Ansätze zur Optimierung von Antriebsstrangkonfigurationen aus der Literatur (vgl. Tabelle 2.2): *mit gemessenen Wirkungsgradkennfeldern, **Approximation der Wirkungsgradkennfelder durch Ersatzmodelle.

Lösung durch Ausprobieren einer endlichen Anzahl an Möglichkeiten bestimmt wird. Optimierungsbasierte Ansätze hingegen nutzen Optimierungsverfahren zur Bestimmung der bestmöglichen Lösung. Hierbei erfolgt die Modellbeschreibung entweder anhand der aus Messungen erzeugten Wirkungsgradkennfelder oder anhand von Ersatzmodellen, die diese Kennfelder approximieren. Diese Ersatzmodelle sind meist nichtphysikalische Beschreibungen (z. B. Polynome, Neuronale Netzwerke usw.), die die grundlegenden Zusammenhänge zwischen Dimensionsparametern und Kostenfunktion abbilden. Die Vorteile solcher Modelle liegen in einem geringeren Rechenbedarf und ggf. der Möglichkeit, Konvexität zu erzwingen, sodass in Verbindung mit einem geeigneten Optimierungsverfahren eine effiziente und eindeutige Bestimmung des globalen Optimums möglich ist.

Bei den typischen Anwendungsbeispielen in der Literatur [6, 38, 86, 140, 144, 153] wird die Optimierung der Antriebsstrangtopologie ausschließlich nach dem Brute-Force-Prinzip und als übergeordnetes Verfahren durchgeführt. Dabei entspricht das untergeordnete Verfahren den Optimierungen von Dimensionierung und Betriebsstrategie, die wiederum sowohl nach dem Brute-Force-Prinzip als auch optimierungsbasiert ausgeführt werden können. In den meisten Fällen stehen nur wenige und vordefinierte Topologien, wie z. B. serielle oder parallele Antriebsstränge, zur Auswahl, wodurch die Ermittlung der optimalen Topologie nach dem Brute-Force-Prinzip nur eine geringe Anzahl an Optimierungsdurchläufen erfordert. Werden allerdings alle möglichen Anordnungen von Getriebe, Elektro- und Verbrennungsmotor im Antriebsstrang berücksichtigt, kann sich eine sehr hohe

Anzahl an Möglichkeiten ergeben [196]. In [197] wird eine Methode zur Eingrenzung dieser Möglichkeiten vorgestellt.

Tabelle 2.2 enthält detaillierte Informationen über die in Bild 2.16 angegeben Literaturquellen hinsichtlich der optimierten Eigenschaften, den angewendeten Optimierungsverfahren und der Reihenfolge in der die Optimierung von Antriebsstrangkonfiguration und Betriebsstrategie erfolgt. Bei den Verfahren zur Optimierung der Konfiguration handelt es sich ausschließlich um Verfahren zur Optimierung statischer Funktionen. Darüber hinaus finden zum Großteil gradientenfreie Verfahren Anwendung, die entweder auf stochastischen oder deterministischen Funktionsweisen basieren. Weitere Angaben zu den typischerweise angewendeten Optimierungsverfahren sind in [46, 59] zu finden.

Tabelle 2.2: Literatur zur Antriebsstrangoptimierung mit Unterteilung in Verfahren zur Optimierung von Konfiguration und Betriebsstrategie sowie der Angabe über die Reihenfolge in der diese beiden Optimierungen erfolgen. Abkürzungen: Elektromotor (**EM**), Verbrennungsmotor (**VM**), Batterie (**BAT**), Getriebe (**GET**), Topologie (**TOP**).

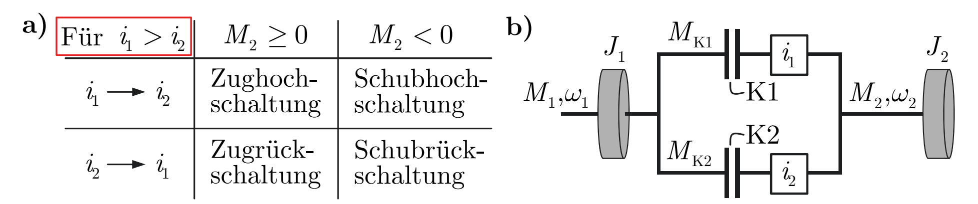
Quellen	**Optimierung von**					**Konfiguration***	**Betriebsstrategie***	**Reihenfolge****
	EM	**VM**	**BAT**	**GET**	**TOP**			
[204, 205]	x	x	x			Brute-Force	DP	verschach.
[218]	x	x	x			Brute-Force	DP	verschach.
[86]	x			x	x	Brute-Force	DP	verschach.
[97]	x	x		x		Brute-Force	DP	verschach.
[140]	x		x		x	EA	regelbasiert	-
[153]	x	x	x		x	PSO	DP	verschach.
[217]	x	x	x	x		EA	DP	verschach.
[59]	x	x	x	x		DIRECT, PSO, SA	regelbasiert	simultan
[126]		x	x	x		EA	regelbasiert	simultan
[194]	x	x	x			DIRECT, PSO, SQP	DP	verschach.
[44]	x	x	x	x		EA	regelbasiert	simultan
[29]	x	x	x			EA	regelbasiert	simultan
[15]	x			x		EA	SQP	verschach.
[169]	x	x	x			SeDuMi	-	simultan
[144]			x		x	SeDuMi	-	simultan
[6]	x	x	x	x	x	Gradienten Verfahren	regelbasiert	simultan
[38]	x		x	x	x	EA	-	-

* Optimierung von Antriebsstrangtopologie und -dimensionierung: **EA** - **E**volutionäre **A**lgorithmen, **PSO** - **P**artikel-**S**chwarm-**O**ptimierung, **DIRECT** - **DI**viding **RECT**angles [96], **SQP** - Quadratische Optimierung (**S**equentiell **Q**uadratic **P**rogramming), **SA** - **S**imulated **A**nnealing, **SeDuMi** - Software Tool, **DP** - **D**ynamische **P**rogrammierung

** Bezogen auf Aufteilung in Antriebsstrangkonfiguration und Betriebsstrategie.

2.5 Getriebesteuerung

Der Betrieb von Multi-Mode-Getrieben, aber auch von konventionellen Automatikgetrieben, erfordert eine Getriebesteuerung zur möglichst zugkraftunterbrechungsfreien Umschaltung von Gängen bzw. Betriebsmodi. Dabei setzt die Getriebesteuerung die von einer übergeordneten Steuerung vorgegebenen Gang- bzw. Modiauswahl um, indem die am Schaltvorgang beteiligten Kupplungs- und Bremselemente so gesteuert werden, dass der Drehmomentfluss im Getriebe während des Umschaltvorgangs aufrechterhalten bleibt. Die Grundlagen zur Durchführung solcher im Allgemeinen als Lastschaltung bezeichneten Vorgänge sind z. B. in [48] dargestellt. Hierbei ist gemäß Bild 2.17a) zu unterscheiden, ob sich das Fahrzeug im Zug- oder Schubbetrieb befindet (positives bzw. negatives Drehmoment M_2 an Antriebsachse) und ob eine Umschaltung von einer hohen in eine niedrige Übersetzung oder andersherum erfolgen soll. Beispielsweise werden Umschaltungen von einer hohen in eine niedrige Übersetzung (z. B. vom 1. in den 2. Gang) im Zugbetrieb als Zughochschaltung und umgekehrt als Zugrückschaltung bezeichnet. Zur Durchführung von Lastschaltungen ist eine Planung des Schaltablaufs erforderlich, d. h. die Signalverläufe zur Ansteuerung der Schaltelemente sowie für Eingriffe im Antriebsmoment müssen im Voraus bestimmt werden (gesteuerter Betrieb). Diese Planung erfolgt anhand der in Bild 2.17b) gezeigten Ersatzgetriebestruktur mit dem antriebsseitigen Massenträgheitsmoment J_1 (z. B. Schwungmasse des Verbrennungsmotors), dem äquivalenten Massenträgheitsmoment des Fahrzeugs J_2, dem höheren Übersetzungsverhältnis i_1, dem niedrigeren Übersetzungsverhältnis i_2 und den am Schaltvorgang beteiligten Kupplungen K1 und K2 mit den dazugehörigen Drehmomenten M_{K1} und M_{K2}. Des Weiteren stellt M_1 das Antriebsmoment und M_2 das Ausgangsmoment des Getriebes dar. Laut [119, 120] lassen sich Schaltvorgänge in Automatikgetrieben mit komplexer Verschaltung der Schalt- und Übersetzungselemente ersatzweise durch solche Doppelkupplungsgetriebe darstellen, was die Planung von Schaltabläufen für eine Vielzahl von Fahrzeuggetrieben auf Basis einer einheitlichen Getriebedarstellung ermöglicht.



a)

Für $i_1 > i_2$	$M_2 \geq 0$	$M_2 < 0$
$i_1 \rightarrow i_2$	Zughoch-schaltung	Schubhoch-schaltung
$i_2 \rightarrow i_1$	Zugrück-schaltung	Schubrück-schaltung

Bild 2.17: a) Bezeichnung von Lastschaltungen bei unterschiedlichen Betriebszuständen sowie **b)** Ersatzgetriebestruktur zur Planung des Schaltablaufs [48].

Die Übersetzungsverhältnisse der Ersatzgetriebestruktur entsprechen hierbei dem aktiven Gang und dem Zielgang.

Zur näheren Beschreibung der Schaltabläufe werden die eingangs- und ausgangsseitigen Drehmomentverhältnisse

$$M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1 - M_{\mathrm{K1}} - M_{\mathrm{K2}} = 0 \tag{2.34}$$

$$M_{\mathrm{K1}} \cdot i_1 + M_{\mathrm{K2}} \cdot i_2 - M_2 = 0 \tag{2.35}$$

der Getriebeersatzstruktur in Bild 2.17b) herangezogen. Unter jeweils idealisierten Bedingungen, bei denen keine Schleppmomente sowie Getriebeverluste vorliegen und die Haltemomente der Kupplungen exakt einstellbar sind, ergeben sich die in Bild 2.18 dargestellten beispielhaften Verläufe der Drehzahlen und Drehmomente. Die Schaltabläufe werden hierbei in vier aufeinanderfolgende Phasen unterteilt, in denen die Anfangs- und Endzustände der Lastschaltungen definiert sind und die Lastwechsel zwischen den Kupplungen sowie Maßnahmen zur Drehzahlsynchronisation erfolgen. Das hier betrachtete Betriebsszenario sieht die Durchführung der Lastschaltungen bei konstanter Beschleunigung mit einem Antriebsmoment von $M_1 = 100$ Nm vor.

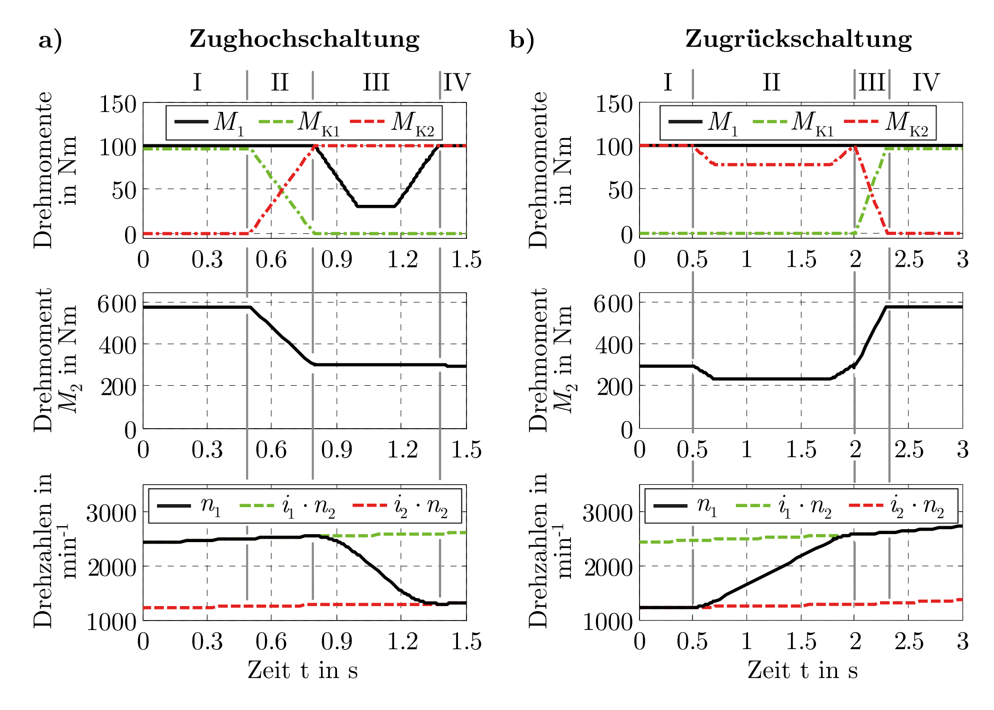


Bild 2.18: Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten nach [48]: **a)** Zughochschaltung und **b)** Zugrückschaltung, jeweils mit den Systemparametern $i_1 = 6$, $i_2 = 3$, $J_1 = 0{,}2\ \mathrm{kg\,m^2}$, $J_2 = 196\ \mathrm{kg\,m^2}$.

Zughochschaltungen erfolgen nach dem in Bild 2.18a) dargestellten Beispiel und lassen sich wie folgt ausführen.

I. In der **Anfangsphase** ist K1 geschlossen (haftend) und K2 vollständig geöffnet. Das von K1 übertragene Drehmoment ergibt sich zu $M_{\mathrm{K1}} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und das Ausgangsdrehmoment zu $M_2 = i_1 \cdot M_{\mathrm{K1}}$.

II. In der **Überschneidungsphase** wird K2 kontinuierlich geschlossen, wodurch M_{K2} ansteigt. Gleichzeitig wird das Haltemoment von K1 entsprechend nachgeführt, sodass K1 haftend bleibt und sich M_{K1} gemäß (2.34) verringert. Am Ende dieser Phase muss das Haltemoment von K1 komplett abgebaut sein, sodass K2 das Drehmoment vollständig überträgt und sich das Ausgangsdrehmoment zu $M_2 = i_2 \cdot M_{\mathrm{K2}}$ ergibt.

III. **Synchronisationssphase**: Da K1 während der Überschneidungsphase haftend geblieben ist und sich somit keine Differenzdrehzahl aufgebaut hat, weist die Antriebsseite nach wie vor das Drehzahlniveau von i_1 auf ($n_1 = i_1 \cdot n_2$). Um n_1 zu senken, muss der Gradient

$$\dot{\omega}_1 = \frac{M_1 - M_{\mathrm{K2}}}{J_1} \tag{2.36}$$

negativ sein, was durch eine Reduzierung von M_1 erzielt wird. Alternativ kann auch das Haltemoment von K2 kurzzeitig angehoben werden.

IV. In der **Endphase** ist K1 vollständig geöffnet und K2 geschlossen (haftend), sodass $M_{\mathrm{K2}} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_2 \cdot M_{\mathrm{K2}}$ gelten.

Bild 2.18b) zeigt die Drehmoment- und Drehzahlverläufe einer **Zugrückschaltung**. Bei einer Zugrückschaltung dreht sich die Abtriebsseite von K1 schneller als die Antriebsseite, wodurch das Schließen von K1 zu einem negativen Drehmoment M_{K1} und einem entsprechend reduzierten oder sogar ebenfalls negativen Ausgangsmoment M_2 führt. Daher erfolgen die Synchronisations- und Überschneidungsphasen in umgekehrter Reihenfolge, sodass K1 erst bei abgebauter Differenzdrehzahl geschlossen wird.

I. In der **Anfangsphase** ist K2 geschlossen (haftend) und K1 vollständig geöffnet. Somit ergeben sich $M_{\mathrm{K2}} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_2 \cdot M_{\mathrm{K2}}$.

II. Zu Beginn der **Synchronisationsphase** weist die eingangsseitige Drehzahl n_1 das Drehzahlniveau von i_2 auf. Um die Drehzahl an i_1 anzupassen, wird K2 kurzzeitig geöffnet, sodass die Kupplung zu schlupfen beginnt und weniger Drehmoment übertragen wird (M_2 sinkt). Der vom konstanten Antriebsmoment M_1 überschüssige Anteil beschleunigt daraufhin die Trägheit J_1. Sofern M_1 nicht zu nahe an der Volllastgrenze liegt, kann die Drehzahlsyn-

chronisation alternativ auch durch Anheben von M_1 erfolgen (siehe (2.36)). Am Ende dieser Phase ist n_1 an i_1 angeglichen.

III. **Überschneidungsphase**: Da im Rahmen der Synchronisationsphase die Differenzdrehzahl von K1 bereits abgebaut wurde, entsteht durch Schließen von K1 direkt Haftreibung. Hierbei erfolgt die Steuerung des von K1 aufgebrachten Haltemoments so, dass K1 das gesamte Drehmoment übertragen kann und somit ein Haften der Kupplung sichergestellt ist. Durch kontinuierliches Öffnen von K2 übernimmt K1 allmählich die Drehmomentübertragung, sodass K1 am Ende der Phase die vollständige Last trägt und K2 lastfrei ist.

IV. In der **Endphase** ist K1 geschlossen (haftend) und K2 vollständig geöffnet. Es gilt dann $M_{\mathrm{K1}} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_1 \cdot M_{\mathrm{K1}}$.

Im Schubbetrieb des Fahrzeugs ist das Vorzeichen des Ausgangsdrehmoments M_2 negativ. Unter dieser Bedingung erfolgen die Hoch- und Rückschaltungen wie im Zugbetrieb nur mit jeweils umgekehrter Reihenfolge der Überschneidungs- und Synchronisationsphasen. Ein entsprechendes Beispiel ist im Anhang A.3 aufgeführt.

Die hier beschriebene Vorgehensweise gilt nur für zugkraftunterbrechungsfreie Umschaltungen von Gängen bei Fahrzeugen mit einem Antrieb. Bei Hybridfahrzeugen ergeben sich durch den zusätzlichen elektrischen Antrieb weitere Eingriffsmöglichkeiten in den Schaltablauf. Darüber hinaus ist bei Fahrzeugen mit Multi-Mode-Getriebe die Planung von Lastschaltungen für den Wechsel der Betriebsmodi erforderlich.

2.6 Aufgabenstellung und Abgrenzung zum Stand der Technik

Bild 2.19 zeigt die im Rahmen dieser Dissertation verfolgte Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben für plug-in-hybrid-elektrische Antriebsstränge. Die in der Systematik enthaltenen Methoden sollen allgemein anwendbar sein und im Rahmen dieser Arbeit zur Entwicklung eines konkreten Multi-Mode-Getriebes inklusive der Antriebsstrangsteuerung dienen. Hierbei sind die Spezifikationen des betrachteten Fahrzeugs sowie die der dazugehörigen Antriebsstrangkomponenten (Verbrennungsmotor, elektrischer Antrieb und Batterie) vorgegeben und es soll auf dieser Basis die im Hinblick auf einen minimalen Kraftstoffverbrauch bestmögliche Antriebsstrangtopologie einschließlich der Getriebekonfiguration sowie der Antriebsstrang- und Getriebesteuerung bestimmt werden. Die Getriebeentwicklung selbst soll lediglich auf konzeptioneller Ebene erfolgen,

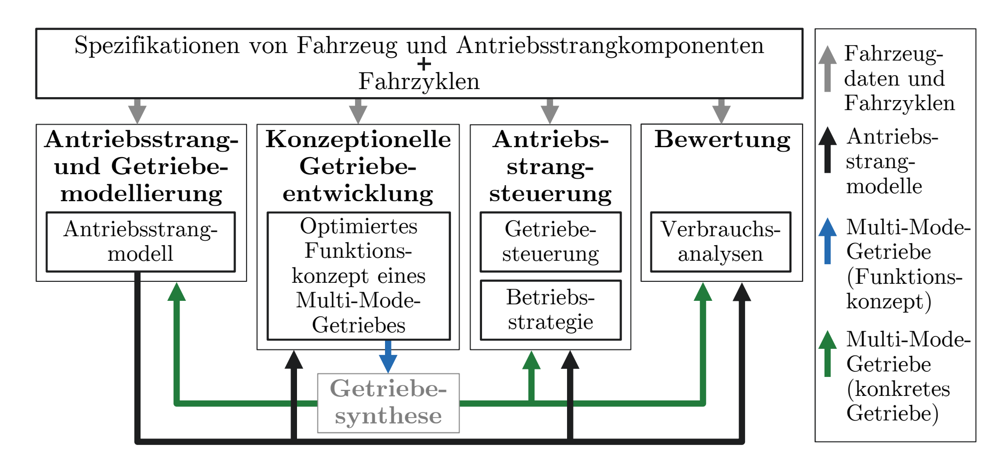


Bild 2.19: Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben für plug-in-hybrid-elektrische Antriebsstränge.

was die Festlegung von Ganganzahl und Übersetzungsverhältnissen sowie der Betriebsmodi umfasst. Zur Entwicklung eines konkreten Getriebeaufbaus ist darüber hinaus eine Getriebesynthese notwendig [79], die jedoch nicht Teil dieser Arbeit ist. Entsprechende Ergebnisse diesbezüglich sollen als gegeben betrachtet werden. Die gesamte Systematik unterteilt sich in die vier Aufgabenfelder: Antriebsstrang- und Getriebemodellierung, konzeptionelle Getriebeentwicklung, Entwicklung einer Antriebsstrangsteuerung und Bewertung. Im Folgenden werden diese Aufgabenfelder näher beschrieben und die jeweiligen Abgrenzungen der in dieser Arbeit entwickelten Methoden zum Stand der Technik kenntlich gemacht.

Die **Antriebsstrang- und Getriebemodellierung (Kap. 3)** erfordert einen Ansatz, der sowohl der hohen Variantenvielfalt von Antriebstrang- bzw. Getriebekonfigurationen gerecht wird als auch die Möglichkeit bietet, den Detaillierungsgrad der Modelle an die jeweiligen Entwicklungsaufgaben anzupassen. Daher soll im Rahmen dieser Arbeit ein systematischer Ansatz zur Antriebsstrang- und Getriebemodellierung entwickelt werden, mit dem die Modellierung unterschiedlicher Antriebsstränge in diversen Detaillierungsstufen mit möglichst wenig Aufwand durchführbar ist. Bezüglich dieser Aufgabenstellung ergeben sich die folgenden Abgrenzungen zum Stand der Technik:

- Mit einem entsprechenden Modellierungsansatz für Getriebe müssen sowohl dynamische als auch stationäre Getriebemodelle für die Anwendung in vorwärts- bzw. rückwärtsgerichteten Antriebsstrangsimulationen erzeugt werden können. Aktuelle Softwaretools ermöglichen dies zwar, jedoch sind die entsprechenden Modellgleichungen nicht zugänglich und es kommen meist allgemeine numerische Lösungsverfahren (z. B. Iterationsverfahren) zur An-

wendung, wodurch sich vergleichsweise hohe Berechnungszeiten ergeben. Darüber hinaus ist die Berücksichtigung der Getriebeverluste auf festdefinierte Funktionen (z. B. konstante Wirkungsgrade) beschränkt, was die Parametrierbarkeit der Verluste einschränkt und somit zu einer ungenauen Abbildung der Verluste führt. Bei dem hier entwickelten Modellierungsansatz liegen die Modellgleichungen vor, sodass sich speziell auf die Problemstellung angepasste und effiziente Lösungsansätze ergeben, mit denen selbst Modelle komplexer Getriebeaufbauten unter Berücksichtigung von Getriebeverlusten noch rechenzeiteffizient ausgeführt werden können. Dabei lassen sich die Getriebeverluste anhand beliebiger Funktionsbeschreibungen berücksichtigen, sodass die Anpassung der zugehörigen Parameter ohne Einschränkung möglich ist. Die Kenntnis der Modellgleichungen hat darüber hinaus den Vorteil, dass die zur Anwendung analytischer Optimierungsmethoden für Betriebsstrategien erforderlichen Systemgleichungen analytisch vorliegen.

- Um eine systematische Getriebemodellierung zu ermöglichen, ist eine geeignete Modellerzeugung erforderlich. Aktuell verfügbare Softwaretools verwenden entsprechende Ansätze bereits, wobei lediglich bekannt ist, dass es sich um graphenbasierte Ansätze handelt. Im Gegensatz dazu wird im Rahmen dieser Arbeit die modifizierte Knotenanalyse zur Modellerzeugung verwendet. Bisher wurde diese Methode lediglich auf elektrische Systeme angewandt, weshalb zunächst eine entsprechende Anpassung auf mechanische Systeme bzw. Getriebe erforderlich ist. Ein wesentlicher Unterschied zu den bereits verfügbaren Softwaretools ist die Möglichkeit, alle hinsichtlich der betrachteten Detaillierungsgrade möglichen Getriebemodelle auf Basis einer einheitlichen Beschreibung zu erzeugen.

Bei der **konzeptionellen Getriebeentwicklung (Kap. 4)** soll unter Vorgabe von (eigenen) Fahrzyklen sowie von Spezifikationen eines Fahrzeugs und dessen Antriebsstrangkomponenten die Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben auf Antriebsstrang-Systemebene erfolgen. Unter Anwendung von Optimierungen werden hierbei Funktionskonzepte von Multi-Mode-Getrieben bestimmt, die sowohl die verfügbaren Betriebsmodi als auch die Ganganzahlen und Übersetzungsverhältnisse definieren. Das Ergebnis der konzeptionellen Getriebeentwicklung ist ein im Hinblick auf einen minimalen Kraftstoffverbrauch optimiertes Funktionskonzept, das als Grundlage zur Entwicklung eines konkreten Getriebeaufbaus verwendet werden kann (Getriebesynthese). Im Rahmen dieser Arbeit wird die konzeptionelle Getriebeentwicklung anhand eines Beispiels durchgeführt, wobei sich folgende Neuerungen gegenüber dem Stand der Technik ergeben:

- Die Betrachtungen in bereits existierenden Arbeiten zur Optimierung hybridelektrischer Antriebstränge beschränken sich bisher auf feste Antriebsstrangkonfigurationen (seriell, parallel und leistungsverzweigt). Darüber hinaus liegt der Fokus meist nicht auf dem Getriebe oder es werden lediglich die Übersetzungsverhältnisse eines gegebenen Getriebes optimiert. Die im Rahmen dieser Arbeit durchzuführenden Optimierungen von Multi-Mode-Getrieben wurden bisher noch nicht betrachtet. Dies gilt insbesondere für Untersuchungen der Kraftstoff- und Energieeinsparungen durch Mehrgängigkeiten im verbrennungsmotorischen und elektrischen Antriebspfad.
- Zur konzeptionellen Getriebeentwicklung sind Verfahren zur Optimierung von Betriebsstrategien und Antriebsstrangkonfigurationen erforderlich. Da gemäß dem Stand der Technik bereits eine Vielzahl bewährter Verfahren existiert, wird im Rahmen dieser Arbeit auf einen Teil davon zurückgegriffen und eine entsprechende Anpassung an die vorliegende Problemstellung vorgenommen. Die Optimierung der Betriebsstrategie mit dem Pontryagin'schen Maximumprinzip ermöglicht aufgrund der analytischen Problemlösung sehr schnelle Auswertungen. Damit ist dieses Verfahren prädestiniert für die unterlagerte Optimierung der Betriebsstrategie im Rahmen einer verschachtelten Antriebsstrangoptimierung. In bisherigen Arbeiten erfolgt die Optimierung der Betriebsstrategie anhand einer Kombination von Pontryagin'schen Maximumprinzip und Dynamischer Programmierung, sodass auch Probleme mit diskreten Steuergrößen lösbar sind. Allerdings treten bei Modiumschaltungen [152] und durch Anwendung konvexer Approximationen für die Verbrauchs- und Verlustkennfelder Ungenauigkeiten in den Optimierungsergebissen auf. Darüber hinaus wurde dieses Verfahren bisher nicht in verschachtelten Optimierungen und auch nur auf vergleichsweise einfache Antriebsstrangkonfigurationen angewandt. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher die Verfahrenskombination von Pontryagin'schen Maximumprinzip und Dynamischer Programmierung zur Optimierung der Betriebsstrategie von Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getrieben weiterentwickelt und die Genauigkeit der Optimierungsergebnisse durch zusätzliche Maßnahmen erhöht.

Die in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse bezüglich der konzeptionellen Getriebeentwicklung sind im Rahmen des Forschungsverbundprojekts PHEVplus [V15] entstanden, bei dem auch die Entwicklung und Umsetzung eines konkreten Multi-Mode-Getriebes erfolgte. Dieses Getriebe dient als Anwendungsbeispiel für die Entwicklung einer **Antriebsstrangsteuerung (Kap. 5)**, die eine übergeordnete Betriebsstrategie zur Auswahl der Betriebsmodi und eine unterlagerte Getriebe-

steuerung zur zugkraftunterbrechungsfreien Umschaltung von Gängen und Betriebsmodi umfasst. Diesbezüglich ergeben sich folgende Neuerungen:

- Die Vorgehensweise zur Durchführung von zugkraftunterbrechungsfreien Umschaltungen zwischen Gängen ist gemäß dem Stand der Technik (siehe Kapitel 2.5) bereits bekannt. Bedingt durch den zusätzlichen elektrischen Antrieb bei Hybridfahrzeugen ergeben sich allerdings weitere Eingriffsmöglichkeiten in den Schaltablauf, die zur besseren Drehzahlsynchronisation beitragen können. Darüber hinaus ist bei Fahrzeugen mit Multi-Mode-Getriebe die Planung von Lastschaltungen für den Wechsel der Betriebsmodi erforderlich. Hierzu werden im Rahmen dieser Arbeit entsprechende Steuerstrategien entwickelt.
- Zur Umsetzung einer echtzeitfähigen Betriebsstrategie wird die bereits bekannte Methode der ECMS angewendet (vgl. Kapitel 2.4.2). Die hierfür notwendigen Methoden zur Streckenprädiktion sind gemäß dem Stand der Technik weitestgehend bekannt, wohingegen eine Gegenüberstellung der mit diesen Prädiktionen zu erzielenden Kraftstoffverbräuchen auf Basis gemessener Fahrdaten bisher noch nicht durchgeführt wurde.

Um das Potenzial zur Kraftstoffeinsparung eines neu entwickelten Multi-Mode-Getriebes abzuschätzen, werden im Rahmen der **Bewertung (Kap. 6)** mehrere Getriebe anhand von Verbrauchssimulationen miteinander verglichen. Als Beispiel erfolgt in dieser Arbeit der Vergleich zwischen dem schon bei der Antriebsstrangsteuerung verwendeten Beispielgetriebe und einem deutlich einfacheren Getriebe. Hierbei sollen die erforderlichen Antriebsstrangmodelle jeweils identische Fahrzeugeigenschaften, Antriebe und Batteriespeicher berücksichtigen, sodass die in der Simulation erzielten Unterschiede im Kraftstoffverbrauch nur auf das Getriebe und die Betriebsstrategie zurückzuführen sind. Darüber hinaus werden Messungen der Getriebewirkungsgrade beider Getriebe berücksichtigt, wodurch sich der Einfluss der Getriebekomplexität auf den Kraftstoffverbrauch untersuchen lässt.

- In der einschlägigen Literatur sind lediglich Vergleiche zwischen verschiedenen Antriebsstrangkonfigurationen zu finden, wobei entweder keine Getriebeverluste oder nur konstante Wirkungsgrade berücksichtigt wurden. Eine Gegenüberstellung identischer Antriebsstränge mit unterschiedlichen Multi-Mode-Getrieben und gleichzeitiger Berücksichtigung von Getriebemessungen wurde bisher noch nicht betrachtet.

3 Antriebsstrang- und Getriebemodellierung

Als Grundlage zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben dienen mehrere Typen von Antriebsstrangmodellen, die eine Anpassung von Modellgüte und Rechengeschwindigkeit an die jeweiligen Anforderungen der betrachteten Entwicklungsstufe ermöglichen. Hierbei steht die Abbildung der wesentlichen Vorgänge bei der Fahrdynamik und den Leistungsflüssen innerhalb des Antriebsstrangs im Vordergrund. Darüber hinausgehende Detaillierungsgrade für z. B. Modalanalysen, Festigkeitsberechnungen oder komplexere fahrdynamische Betrachtungen sind nicht Gegenstand dieser Arbeit, auch wenn die hier entwickelten Getriebemodelle für einige solcher Anwendungen durchaus geeignet sind. In diesem Kapitel wird eine systematische Vorgehensweise zur Antriebsstrang- und Getriebemodellierung vorgestellt, die mit möglichst wenig Aufwand sowohl die Modellierung unterschiedlicher Antriebsstränge als auch die Anpassung der Detaillierungsgrade an die jeweilige Aufgabenstellung ermöglicht.

Bild 3.1 zeigt die grundlegende Vorgehensweise zur Antriebsstrang- und Getriebemodellierung als Bestandteil der gesamten Entwicklungsmethodik. Im **ersten**

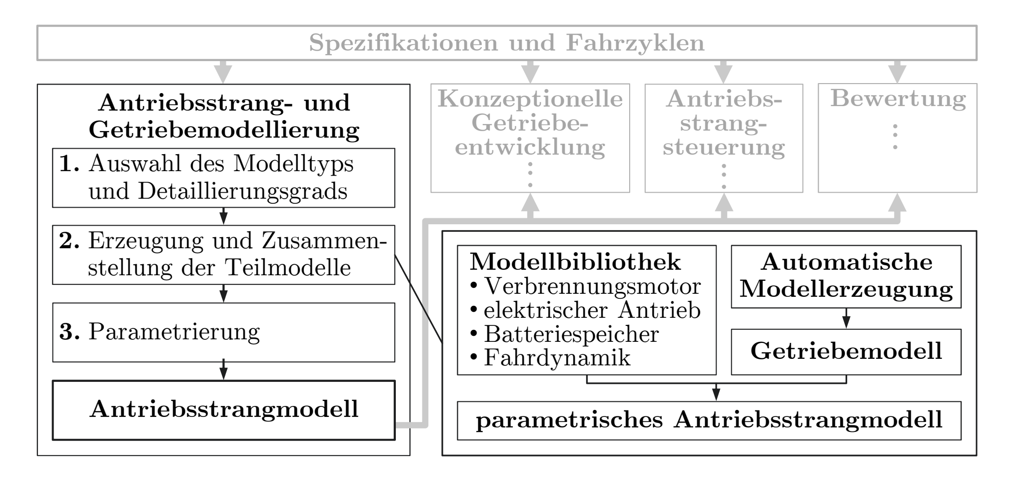


Bild 3.1: Antriebsstrang- und Getriebemodellierung als Bestandteil der Gesamtsystematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben.

Schritt erfolgt die Auswahl eines Modelltyps und Detaillierungsgrades, um den in der aktuellen Entwicklungsstufe geforderten Kompromiss zwischen Modellgüte und Rechenanforderung festzulegen. Als Modelltypen stehen quasistationäre und dynamische Antriebsstrangmodelle (siehe Kapitel 2.3) zur Verfügung und der Detaillierungsgrad definiert die jeweilige Modellierungstiefe hinsichtlich der Verlustleistungen und Systemdarstellung (z. B. Zusammenfassung von komplexeren Getriebestrukturen zu einer äquivalenten Einzel-Übersetzung).

Auf Basis des gewählten Modelltyps und Detaillierungsgrades erfolgt im **zweiten Schritt** die Erzeugung und Zusammenstellung der modularen Teilmodelle, die entsprechend zusammengeführt ein parametrisches Antriebsstrangmodell ergeben. Dabei werden generische Modelle von Verbrennungsmotor, Elektroantrieb, Batterie und Fahrdynamik aus einer vordefinierten Modellbibliothek entnommen und entsprechend des geforderten Modelltyps und Detaillierungsgrads konfiguriert. Beim Getriebemodell hingegen erfolgt aufgrund der hohen Variantenvielfalt von Getrieben in Kombination mit den verschiedenen Modelltypen und Detaillierungsgraden eine automatische Modellerzeugung. Hierbei lassen sich alle notwendigen Modelle auf Basis einer einheitlichen Beschreibung des Getriebes erzeugen.

Im **dritten Schritt** erfolgt die Parametrierung des Antriebsstrangmodells. Hiermit ist die Anpassung von Parameter an Messdaten gemeint, die z. B. für die Getriebeverluste anhand von Wirkungsgradmessungen erfolgt. Nicht alle Modellparameter benötigen eine solche Anpassung, da sie im Vorfeld bereits bekannt sind oder für weiterführende Optimierungen frei einstellbar bleiben müssen. Die sich so ergebenden Antriebsstrangmodelle finden in den folgenden Entwicklungsstufen der Gesamtsystematik Anwendung.

Kapitel 3.1 enthält zunächst eine Übersicht über die zugrunde gelegten Modelltypen und Detaillierungsgrade sowie deren Verwendungszwecke. Die generischen Teilmodelle von Verbrennungsmotor, Elektromotor, Batterie und Fahrdynamik inklusive der jeweiligen Parametrierung werden in Kapitel 3.2 beschrieben. Danach folgt in Kapitel 3.3 die Getriebemodellierung. Dies umfasst einen systematischen Ansatz zur automatischen Modellerzeugung und die Parametrierung des Modells auf Basis von Messdaten.

3.1 Modelltypen, Detaillierungsgrade und Verwendungszweck

Tabelle 3.1 listet die zur Auswahl stehenden Modelltypen und Detaillierungsgrade der einzelnen Teilmodelle des Antriebsstrangs auf. Grundsätzlich muss die Wahl der jeweiligen Modelltypen einheitlich erfolgen, sodass sich entweder ein rückwärts-

Tabelle 3.1: Modelltypen und Detaillierungsgrade der Teilmodelle aller Antriebsstrangkomponenten.

Antriebsstrang-komponente	**Modelltyp**			**Detaillierungsgrad**		
	stationär (rückwärtsgerichtet)	inv.-dynamisch (rückwärtsgerichtet)	dynamisch (vorwärtsgerichtet)	idealisiert	mit Verlusten	Sonstiges
V-Motor	x		x		x	• vereinfacht und kennfeldbasiert
E-Antrieb	x		x		x	
Batterie	x		x		x	
Fahrdynamik		x	x		x	• Längsdynamik
Getriebe	x		x	x	x*	• abstrakte **oder** • konkrete Getriebe-konfiguration

* Mehrere im Detaillierungsgrad unterschiedliche Möglichkeiten die Verluste zu modellieren.

gerichtetes (quasistationäres) oder vorwärtsgerichtetes (dynamisches) Antriebsstrangmodell ergibt. Die Auswahl von Modelltyp und Detaillierungsgrad richtet sich nach der jeweiligen Aufgabenstellung und der dazugehörigen Datenbasis. Für die Teilmodelle des Verbrennungsmotors, elektrischen Antriebs, der Batterie und Fahrdynamik steht jeweils nur ein Detaillierungsgrad zur Verfügung. In dieser Arbeit finden für diese Komponenten hauptsächlich vereinfachte und generische Modelle Anwendung, bei denen unterschiedliche Auslegungen und Technologien durch entsprechende Parametrierungen von Kennfeldern abgebildet werden. Trotz dieser Vereinfachungen lässt sich das Gesamtsystemverhalten des Antriebsstrangs ausreichend genau abbilden, sodass der Einfluss des Getriebes im Gesamtsystem untersucht und bewertet werden kann. Im Allgemeinen ermöglicht der modulare Modellierungsansatz aber auch die Einbindung komplexerer und genauerer Teilmodelle. Für das Getriebemodell stehen mehrere Detaillierungsgrade zur Auswahl, sodass es während der modellgestützten Entwicklung immer weiter detailliert werden kann. Neben der Berücksichtigung von Verlusten lassen sich hierbei auch Modelle von abstrakten und konkreten Getriebekonfigurationen erstellen. Modelle abstrakter Konfigurationen fassen Getriebestrukturen zusammen, sodass lediglich die Getriebefunktion beschrieben wird. Bei Modellen von konkreten Getriebekonfigurationen hingegen werden detaillierte Zusammensetzungen von Übersetzungs- und Schaltelementen beschrieben.

In Tabelle 3.2 sind die Verwendungszwecke der Antriebsstrangmodelle unterschiedlicher Typen und Detaillierungsgrade aufgeführt. Im Rahmen der konzeptionellen Getriebeentwicklung erfolgt eine **Getriebeoptimierung** zur Bestimmung der Übersetzungsverhältnisse und Ganganzahlen. Dies erfordert Antriebsstrangmodelle, die einen möglichst geringen Rechenaufwand aufweisen. Darüber hinaus sind in dieser Entwicklungsstufe weder eine konkrete Getriebekonfiguration noch die Getriebeverluste bekannt. Daher werden quasistationäre Antriebsstrangmodelle[22] verwendet, die abstrakte Getriebekonfigurationen und idealisierte Leistungsflüsse im Getriebemodell abbilden.

Tabelle 3.2: Verwendungszwecke der Antriebsstrangmodelle unterschiedlicher Typen und Detaillierungsgrade.

Verwendungszweck	Modelltyp	Detaillierungsgrad Getriebemodell
• Getriebeoptimierung (Kap. 4)	quasi-stationär	idealisiert und abstrakte Getriebekonfi.
• Betriebsstrategie (Kap. 5) • Bewertung (Kap. 6)	quasi-stationär	mit Verlusten und konkreter Getriebekonfi.
• Getriebesteuerung (Kap. 5)	dynamisch	mit Verlusten und konkreter Getriebekonfi.

Da sowohl bei der Umsetzung einer **Betriebsstrategie** als auch bei der abschließenden **Bewertung** eines Getriebekonzepts Optimierungen durchzuführen sind, werden die schnell ausführbaren quasistationären Antriebsstrangmodelle zugrunde gelegt. In den entsprechenden Entwicklungsstufen liegen eine konkrete Getriebekonfiguration und entsprechende Messungen der Getriebeverluste vor, weshalb grundsätzlich beides in den Getriebemodellen berücksichtigt werden kann. Vor allem bei der Bewertung ist die Berücksichtigung von Getriebeverlusten erforderlich, da sich nur so der Vorteil einer Mehrgängigkeit dem Nachteil höherer Verluste aufgrund des komplexeren Getriebes gegenüberstellen lässt.

Die Entwicklung einer **Getriebesteuerung** zur Gang- und Betriebsmodus-Umschaltung erfordert ein Antriebsstrangmodell, das die detaillierte Zusammensetzung von Übersetzungs- und Schaltelementen beschreibt und die Getriebedynamik bei Umschaltvorgängen abbildet. Hierfür wird ein dynamisches Modell mit Abbildung der konkreten Getriebekonfiguration verwendet. Die Berücksichtigung von Getriebeverlusten ermöglicht eine realistischere Abbildung des Fahrzeugs, was eine detailliertere Überprüfung der Getriebesteuerung ermöglicht.

[22] Verlustkennfelder der Antriebe und Batterie werden bei der Optimierung mittels konvexer Funktionen approximiert.

3.2 Generische Teilmodelle

In diesem Kapitel werden die generischen Teilmodelle des Verbrennungsmotors, elektrischen Antriebs, Batteriespeichers und der Fahrdynamik beschrieben. Jedes Teilmodell lässt sich gemäß Tabelle 3.1 entweder als stationäres oder dynamisches bzw. invers-dynamisches Modell konfigurieren, sodass die Anwendung in sowohl rückwärts- als auch vorwärtsgerichteten Antriebsstrangsimulationen möglich ist. Darüber hinaus sind die Teilmodelle Bestandteil einer Modellbibliothek, die im Zuge der modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben entsprechend vorgefertigte Komponentenmodelle bereitstellt (vgl. Bild 3.1).

3.2.1 Verbrennungsmotormodelle

Bild 3.2 zeigt den Aufbau des einfachen Verbrennungsmotormodells. Dieser unterteilt sich in einen Anteil zur Berücksichtigung der Dynamik und einen Anteil zur Berechnung des Kraftstoffverbrauchs, wobei die Verbrauchsberechnung dem stationären Modell und die Kombination aus Verbrauchs- und Dynamikberechnung dem dynamischen Modell entspricht. Zur Berechnung des Kraftstoffverbrauchs dient ein Kennfeld, mit dem sich der Kraftstoff-Volumenstrom $\dot{V}_{\mathrm{KS}}$ in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit des Verbrennungsmotors ω_{VM} und dem effektiven Drehmoment an der Kurbelwelle $M_{\mathrm{VM,e}}$ bestimmen lässt. Die Dynamik des Drehmomentenaufbaus wird vereinfacht als P-T_1-Glied mit der Zeitkonstante T_{VM} modelliert, wobei zur Einhaltung der zulässigen Drehmomentgrenzen eine Begrenzung des Solldrehmoments $M^*_{\mathrm{VM,i}}$ auf das durch die entsprechende Volllastkurve beschriebene drehzahlabhängige Maximalmoment $M_{\mathrm{VM,VL}}$ erfolgt. Von dem so verzögerten und begrenzten idealen Drehmoment $M_{\mathrm{VM,i}}$ wird das durch

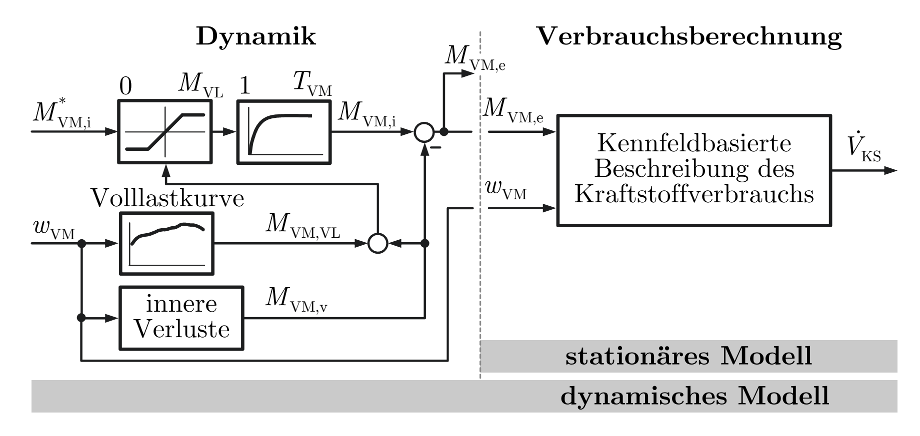


Bild 3.2: Stationäres und dynamisches Verbrennungsmotormodell.

die inneren Verluste verursachte Verlustdrehmoment $M_{\mathrm{VM,v}}$ abgezogen, wodurch sich das effektive Drehmoment $M_{\mathrm{VM,e}}$ ergibt. Durch Berücksichtigung von $M_{\mathrm{VM,v}}$ lässt sich die Abbremswirkung des Verbrennungsmotors im Schubbetrieb des Fahrzeugs (Motorbremse) abbilden, was insbesondere bei Simulationen in Verbindung mit der Getriebesteuerungen eine Rolle spielt (Drehzahlsynchronisation).

Die Berechnung des Kraftstoff-Volumenstroms $\dot{V}_{\mathrm{KS}}$ basiert auf einem Kennfeld (Muscheldiagramm), das den spezifischen Kraftstoffverbrauch b_{e} als Funktion des effektiven Mitteldrucks p_{me} und der Motordrehzahl n_{VM} beschreibt (siehe Bild 3.3). Da gemäß Bild 3.2 ein Drehmoment als Eingangsgröße zur Verbrauchsberechnung vorliegt, muss zunächst eine Umrechnung in den effektiven Mitteldruck

$$p_{\mathrm{me}} = \frac{a_{\mathrm{Takt}} \cdot \pi}{V_{\mathrm{H}}} M_{\mathrm{VM,e}} \tag{3.1}$$

erfolgen, wobei a_{Takt} der Taktzahl und V_{H} dem Hubvolumen des Motors entspricht. Dies ermöglicht die Bestimmung des spezifischen Kraftstofverbrauchs b_{e} anhand des Kennfeldes und somit die Berechnung des Kraftstoff-Volumenstroms

$$\dot{V}_{\mathrm{KS}} = \frac{M_{\mathrm{VM,e}} \cdot \omega_{\mathrm{VM}} \cdot b_{\mathrm{e}}\left(p_{\mathrm{me}}, \omega_{\mathrm{VM}}\right)}{\rho_{\mathrm{KS}}}, \tag{3.2}$$

mit der Kraftstoffdichte ρ_{KS}.

Die an der Kurbelwelle zur Verfügung stehende mechanische Leistung ist aufgrund von Verlusten geringer als die innere Leistung, die auf die Kolben übertragen wird. Die Gründe hierfür sind die Reibung in den Lagerstellen, der Antrieb der Ventil- und Steuertriebe sowie der Nebenaggregate (z. B. Ölpumpe) und Pumpverluste [175]. Zur Ermittlung dieser inneren Verluste gibt es laut [9] zahlreiche experimentelle Methoden, die allerdings mit einem hohen technischen Aufwand einhergehen.

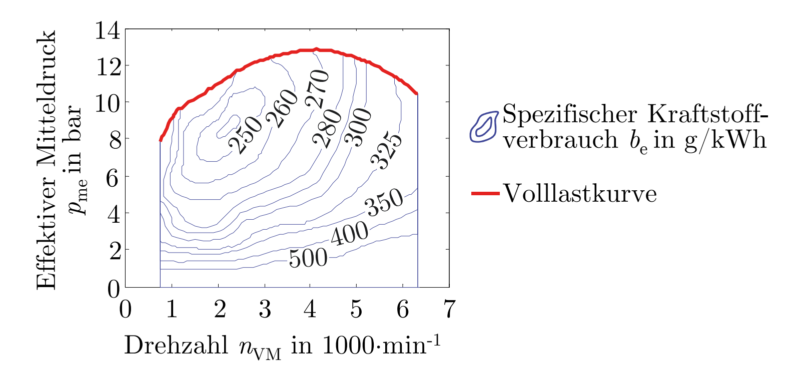


Bild 3.3: Kennfeld des spezifischen Kraftstoffverbrauchs eines Viertakt-Ottomotors mit 2 L Hubraum [72].

Um dies zu umgehen, besteht laut [9, 84, 167] auch die Möglichkeit, eine grobe Näherung der Verluste aus dem Kennfeld des spezifischen Kraftstoffverbrauchs zu extrahieren. Dazu werden die sogenannten Willans-Linien herangezogen, die den Kraftstoff-Volumenstrom $\dot{V}_{\mathrm{KS}}$ für verschiedene Drehzahlen n_{VM} als Funktion des effektiven Drehmoments $M_{\mathrm{VM,e}}$ abbilden (Berechnung anhand von (3.1) und (3.2)). Für das Kennfeld in Bild 3.3 ergeben sich die in Bild 3.4a) gezeigten Willans-Linien. Durch lineare Extrapolation lassen sich hierbei die Schnittpunkte mit der Abszissenachse ($\dot{V}_{\mathrm{KS}}$=0) bestimmen, wobei diese den Verlustdrehmomenten entsprechen. Bild 3.4b) zeigt die Schnittpunkte bzw. die Verlustdrehmomente für verschiedene Drehzahlen. Der Vergleich mit [9] zeigt, dass sich die Verlustdrehmomente innerhalb eines für den betrachteten Motortyp typischen Wertebereichs befinden (graue Fläche). Die Beschreibung des Verlustdrehmoments im Verbrennungsmotormodell erfolgt der Einfachheit halber anhand der rot dargestellten linearen Näherung.

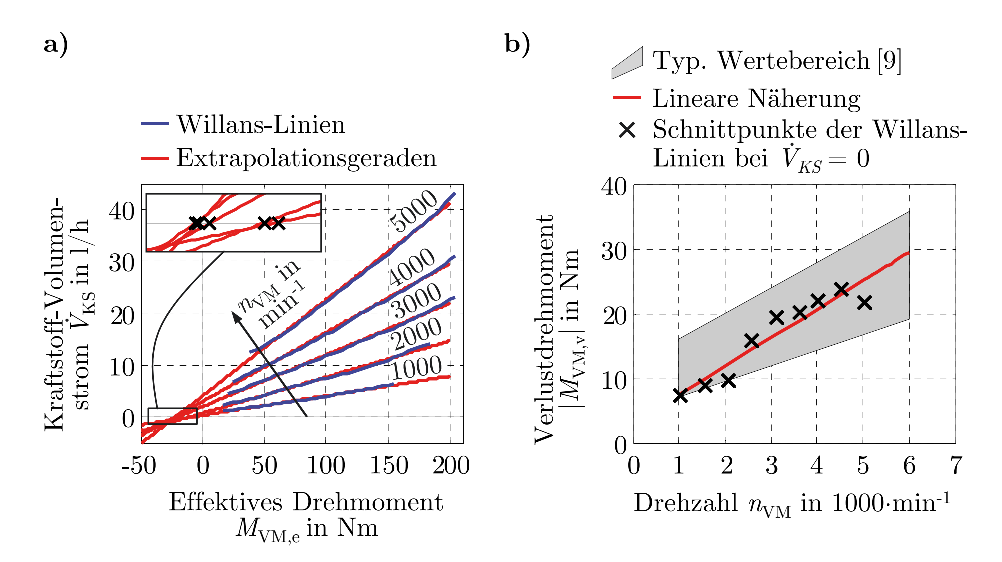


Bild 3.4: **a)** Willans-Linien für das Kennfeld in Bild 3.3 mit $a_{\mathrm{Takt}} = 4$, $V_{\mathrm{H}} = 2000\ \mathrm{cm}^3$ und $\rho_{\mathrm{KS}} = 745$ g/L und **b)** die daraus ermittelten Verlustdrehmomente.

3.2.2 Elektroantriebsmodelle

In Bild 3.5 ist das hier verwendete das Modell eines elektrischen Antriebs dargestellt. Analog zum Verbrennungsmotormodell erfolgt eine Aufteilung in je ein Teilmodell zur Berücksichtigung der Verluste und zur Abbildung der Dynamik, sodass sich sowohl ein dynamisches als auch ein stationäres Modell erstellen lässt. Die Dynamik des Drehmomentenaufbaus wird als Näherung durch ein P-T_1-Glied mit

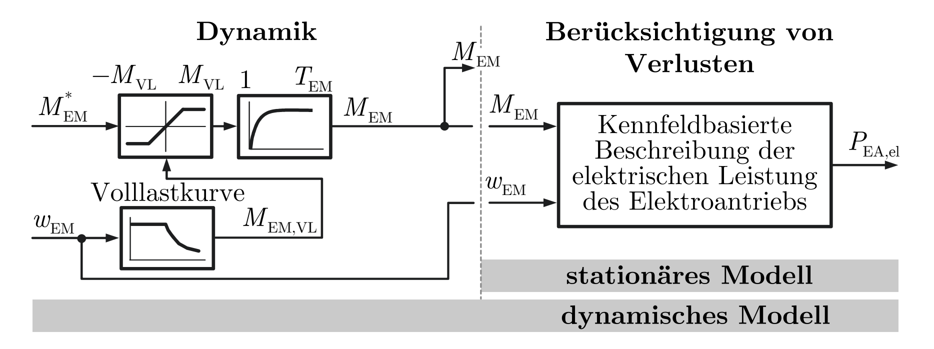


Bild 3.5: Stationäres und dynamisches Modell des elektrischen Antriebs.

der Zeitkonstante T_{EM} abgebildet, wobei zur Einhaltung der zulässigen Drehmomentgrenzen das Solldrehmoment M^*_{EM} gemäß der von der Winkelgeschwindigkeit ω_{EM} abhängigen Volllastkurve begrenzt wird. Zur Bestimmung der aufgenommenen oder abgegebenen elektrischen Leistung im Zwischenkreis $P_{EA,el}$ dient eine kennfeldbasierte Beschreibung der arbeitspunktabhängigen Verluste im Antrieb.

Bild 3.6 zeigt ein Beispiel für ein Wirkungsgrad- und Verlustleistungskennfeld eines elektrischen Antriebs mit 60 kW Nennleistung. Um den Gesamtwirkungsgrad bzw. die Gesamtverluste des elektrischen Antriebs zu beschreiben, werden die Kennfelder von Leistungselektronik und elektrischer Maschine zusammengefasst. Darüber hinaus werden die Kennfelder auf alle vier Quadranten bezüglich des Drehmoments M_{EM} und der Drehzahl ω_{EM} gespiegelt, sodass die Kennfeldauswertung für alle motorischen und generatorischen Betriebsfälle möglich ist[23].

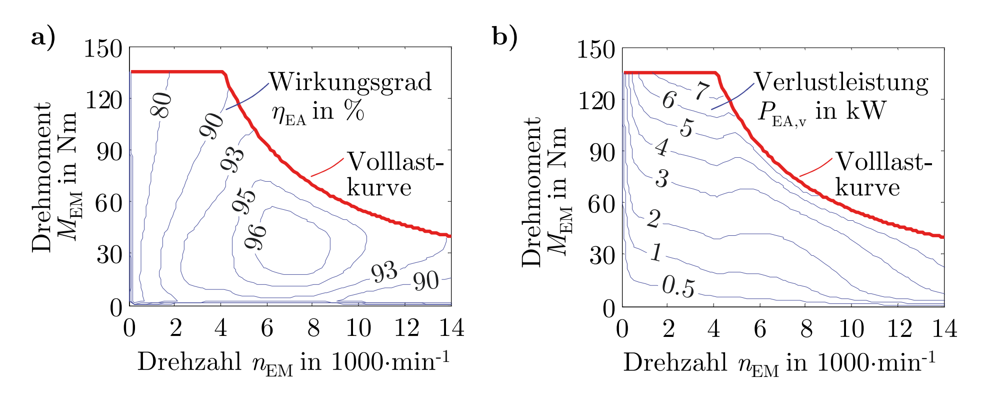


Bild 3.6: **a)** Wirkungsgrad- und **b)** Verlustleistungskennfeld einer Synchronmaschine inklusive Leistungselektronik mit 60 kW Nennleistung [188].

[23] Nicht erforderlich, wenn das Kennfeld für die entsprechenden Quadranten definiert ist.

Je nachdem ob ein Wirkungsgrad- oder Verlustleistungskennfeld vorliegt, lässt sich die elektrische Eingangsleistung anhand der Wirkungsgraddefinition

$$P_{\mathrm{EA,el}} = \frac{M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}}}{\eta_{\mathrm{EA}}\left(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}}\right)}, \tag{3.3}$$

mit dem Wirkungsgradkennfeld des elektrischen Antriebs $\eta_{\mathrm{EA}}(\cdot)$ oder der Leistungsbilanz

$$P_{\mathrm{EA,el}} = M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + P_{\mathrm{EA,v}}\left(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}}\right), \tag{3.4}$$

mit dem Verlustleistungskennfeld des elektrischen Antriebs $P_{\mathrm{EA,v}}(\cdot)$ berechnen.

3.2.3 Batteriemodelle

Li-Ionen-Batterien stellen aufgrund hoher Energiedichten und Wirkungsgrade sowie einer langen Lebensdauer den aktuellen Stand der Technik bezüglich der in Elektro- und Hybridfahrzeugen verwendeten Batteriespeicher dar [160]. Daher soll bei der Modellierung ausschließlich diese Technologie betrachtet werden. Des Weiteren wird der Modellierungsansatz in [102, 160] angewendet, bei dem die Beschreibung des elektrochemischen Verhaltens einer Li-Ionen-Batteriezelle anhand des in Bild 3.7 gezeigten elektrischen Ersatzschaltbildes erfolgt. Die Ersatzschaltung für ein stationäres Batteriemodell besteht hierbei lediglich aus einer Spannungsquelle zur Beschreibung der Ruhespannung u_0 und einem Innenwiderstand $\tilde{R}_{\mathrm{i}}$ (umfasst die Widerstände bzw. Realteile des dynamischen Modells), wohingegen die Ersatzschaltung für das dynamische Batteriemodell weitere dynamische Elemente enthält. Laut [160] beschreibt die Induktivität L das induktive Verhalten der Zelle, das RC-Glied den Ladungsdurchtritt zwischen Elektrolyt und Elektroden (Doppelschichtkapazität C_{DS} und Durchtrittswiderstand R_{DT}) und die Warburgimpedanz $\underline{Z}_{\mathrm{W}}$ den bei Ladungsentnahme entstehenden Spannungsabfall durch Diffusion der

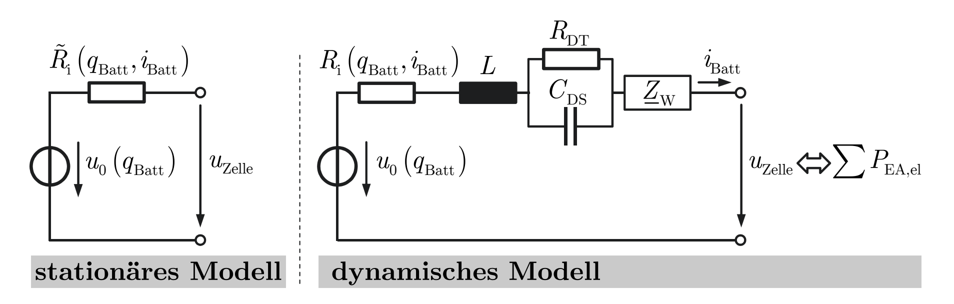


Bild 3.7: Elektrische Ersatzschaltbilder des stationären und dynamischen Modells einer Li-Ionen-Batteriezelle [102, 160].

Li-Ionen im Elektrodenmaterial. Im Allgemeinen ist das Betriebsverhalten der Batterie nichtlinear, was durch Abhängigkeiten der Schaltungsparameter von der Betriebstemperatur, der Ladung q_{Batt} und dem Batteriestrom i_{Batt} abgebildet wird. Allerdings ist die Batteriedynamik bei Antriebsstrangsimulationen aufgrund einer ansonsten zu hohen Berechnungsdauer nicht beliebig genau darstellbar, weshalb hier der Einfachheit halber bis auf den Innenwiderstand der Batterie konstante Parameter angenommen werden.

Der Batterieladezustand wird als *SoC* (**S**tate **o**f **C**harge) bezeichnet und ist definiert durch

$$SoC = \frac{q_{\mathrm{Batt}}}{Q_{\mathrm{Batt}}}, \tag{3.5}$$

mit der maximal zur Verfügung stehenden Ladungskapazität der Batterie Q_{Batt} und dem aktuellen Ladungszustand q_{Batt}. Letzteres ergibt sich durch Lösen der Zustandsgleichung

$$\dot{q}_{\mathrm{Batt}} = -i_{\mathrm{Batt}}. \tag{3.6}$$

Eingangsgröße des Modells ist die insgesamt zu- oder abgeführte elektrische Leistung P_{Batt}, die sich aus der Summe der durch die einzelnen Elektroantriebe aufgenommen oder abgegeben elektrischen Leistungen $P_{\mathrm{EA,el}}$ ergibt:

$$P_{\mathrm{Batt}} = \sum P_{\mathrm{EA,el}}. \tag{3.7}$$

Diese Leistung lässt sich wiederum durch das Produkt von Batteriestrom i_{Batt} und Batteriespannung u_{Batt} ausdrücken:

$$P_{\mathrm{Batt}} = i_{\mathrm{Batt}} \cdot u_{\mathrm{Batt}} = i_{\mathrm{Batt}} \cdot a_{\mathrm{Zellen}} \cdot u_{\mathrm{Zelle}}, \tag{3.8}$$

mit der Anzahl der Batteriezellen a_{Zellen} und der Zellenspannung u_{Zelle}. Hierbei liegt die Annahme zugrunde, dass alle Zellen identische Ladungszustände und Parameter aufweisen.

Bei **stationären Batteriemodellen** wird (3.8) nach u_{Zelle} umgeformt und die Maschengleichung der zum stationären Teil gehörenden Ersatzschaltung aufgestellt:

$$i_{\mathrm{Batt}}^2 - \frac{u_0\left(q_{\mathrm{Batt}}\right)}{\tilde{R}_{\mathrm{i}}\left(q_{\mathrm{Batt}}, i_{\mathrm{Batt}}\right)} \cdot i_{\mathrm{Batt}} + \frac{P_{\mathrm{Batt}}}{a_{\mathrm{Zellen}} \cdot \tilde{R}_{\mathrm{i}}\left(q_{\mathrm{Batt}}, i_{\mathrm{Batt}}\right)} = 0, \tag{3.9}$$

wobei die Ruhespannung u_0 als Kennlinie und der Innenwiderstand $\tilde{R}_{\mathrm{i}}$ als Kennfeld vorliegt. Da $\tilde{R}_{\mathrm{i}}$ von i_{Batt} abhängig ist, muss die Lösung von (3.9) somit numerisch

anhand eines Iterationsverfahrens (z. B. Bisektionsverfahren) erfolgen. Auf diese Weise wird im Vorfeld ein Kennfeld mit festgelegten Stützstellen für q_{Batt} und P_{Batt} berechnet:

$$i_{\mathrm{Batt}} = f\left(q_{\mathrm{Batt}}, P_{\mathrm{Batt}}\right). \tag{3.10}$$

Zur Auswertung des *SoC* nach (3.5) und (3.6) müssen die aus (3.10) resultierenden Werte aufintegriert werden[24].

Bei **dynamischen Batteriemodellen** müssen gemäß Bild 3.7 weitere Schaltungselemente in der Maschengleichung der Batteriezelle berücksichtigt werden. Folglich ergibt sich für die Batteriespannung u_{Batt} eine Differenzialgleichung nach dem in Bild 3.8 dargestellten Wirkungsplan. Aufgrund des direkten Durchgriffs bei der Berechnung der Spannung über der Induktivität L und dem Innenwiderstand R_{i} entsteht hierbei eine algebraische Schleife, die zur Berechnung von u_{Batt} zunächst gelöst werden muss. Da auch hier R_{i} als Kennfeld vorliegt, muss die Lösung numerisch erfolgen. Oft wird die algebraische Schleife durch Einfügen einer Verzögerung um einen Simulationsschritt unterbrochen, was äquivalent zu einer Fixpunktiteration mit einem Iterationsschritt ist. Hierbei muss allerdings sichergestellt werden, dass die Konvergenzkriterien des Verfahrens erfüllt sind und der Fehler durch den Abbruch nach dem ersten Iterationsschritt nicht zur Instabilität der Simulation führt.

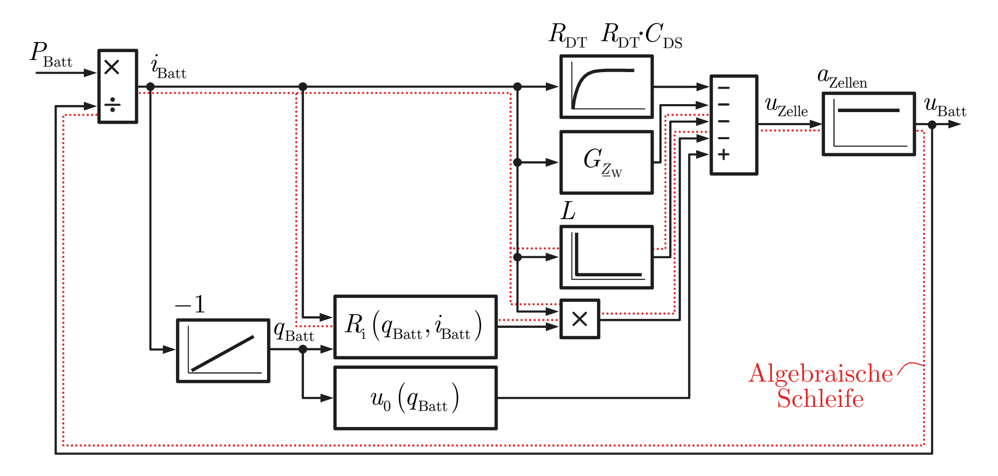


Bild 3.8: Wirkungsplan des dynamischen Batteriemodells (Die Warburgimpedanz wird hier als entsprechende Übertragungsfunktion $G_{\underline{Z}_{\mathrm{W}}}$ berücksichtigt).

[24] Die Integration von i_{Batt} erfolgt numerisch, wobei aufgrund der Beschreibung als Kennfeld ein explizites Lösungsverfahren angewendet wird (z. B. Vorwärts-Euler).

Die Parametrierung des stationären Batteriemodells erfolgt auf Basis der in Bild 3.9a) gezeigten Entladekurven, die den Zusammenhang zwischen der Zellenspannung u_{Zelle} und dem Batterieladezustand SoC für Entladungsvorgänge mit konstantem Batteriestrom i_{Batt} beschreiben (stationärer Betrieb). Im Ruhezustand für $i_{\text{Batt}} = 0$ entspricht u_{Zelle} der Ruhespannung u_0 (rote Kennlinie in Bild 3.9a)) und im Entladezustand für $i_{\text{Batt}} > 0$ entsteht im Inneren der Batteriezelle ein zusätzlicher Spannungsabfall, der zu einer Reduzierung von u_{Zelle} führt. Dieser Spannungsabfall lässt sich durch den Innenwiderstand der Ersatzschaltung für das stationäre Batteriemodell berücksichtigen. Um den Widerstand zu bestimmen, werden die Entladungskurven herangezogen und in die nach $\tilde{R}_{\text{i}}$ umgeformte Maschengleichung der Ersatzschaltung

$$\tilde{R}_{\text{i}} = \frac{u_0 - u_{\text{Zelle}}}{i_{\text{Batt}}} \tag{3.11}$$

eingesetzt. Der Innenwiderstand $\tilde{R}_{\text{i}}$ ergibt sich für das betrachtete Beispiel gemäß dem Kennfeld Bild 3.9b). Den Untersuchungen in [102] zufolge müsste der Innenwiderstand unabhängig vom Arbeitspunkt der Batterie sein. Allerdings enthalten die Entladekurven auch die Einflüsse, die mit den arbeitspunktabhängigen Durchtrittswiderstand R_{DT} und den ohmschen Anteilen der Warburgimpedanz $\underline{Z}_{\text{W}}$ berücksichtigt werden, weshalb (3.11) der Summe aller Widerstände entspricht und somit ebenfalls arbeitspunktabhängig ist. Die Parametrierung des dynamischen Batteriemodells ist weit aufwendiger und erfordert Impedanzspektroskopien für eine Vielzahl unterschiedlicher Arbeitspunkte [102]. Da im Rahmen dieser Arbeit keine entsprechende Messungen vorliegen, erfolgt die Parametrierung des Innenwiderstandes nach (3.11) und die der anderen Schaltungselemente durch Schätzungen auf Basis von Daten aus der Literatur [8, 94, 183].

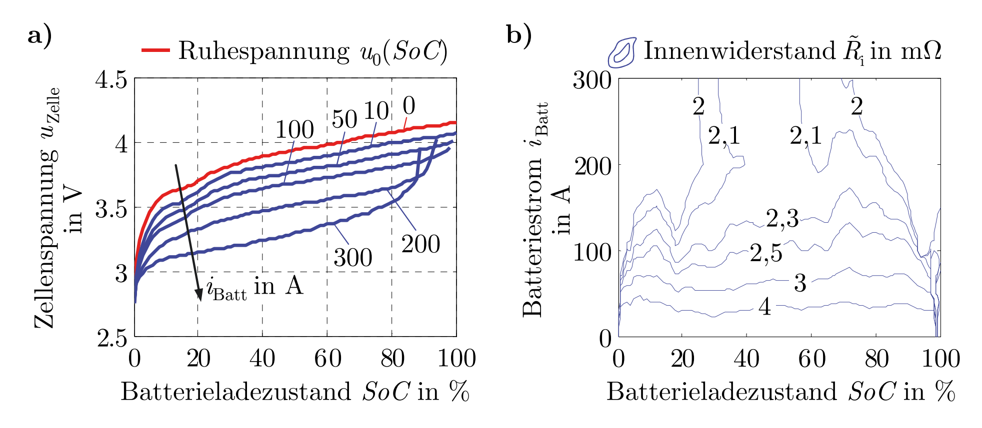


Bild 3.9: a) Entladungskurven einer Li-Ionen-Batteriezelle nach [110] und **b)** zugehöriges Kennfeld des Innenwiderstandes $\tilde{R}_{\text{i}}$ nach (3.11) (mit Interpolation).

3.2.4 Fahrdynamikmodelle

Die Betrachtungen in dieser Arbeit erfordern lediglich die Beschreibung der Fahrzeugbewegung in Längsrichtung. Daher erfolgt die Modellierung der Fahrdynamik gemäß [80] anhand der in Längsrichtung des Fahrzeugs angreifenden Fahrwiderstandskräfte, siehe Bild 3.10. Um die Fahrzeugmasse m_{FZ} zu beschleunigen, muss die vom Fahrzeugantrieb aufgebrachte Zugkraft F_{Zug} die Luftwiderstandskraft F_{Luft}, die Rollwiderstandskraft F_{Roll}, die Hangabtriebskraft F_{Ab} und die Beschleunigungskraft $m_{\mathrm{FZ}} \cdot \ddot{z}$ kompensieren. Somit ergibt sich das Kräftegleichgewicht zu

$$\underbrace{\frac{M_{\mathrm{An}}}{r_{\mathrm{R}}}}_{F_{\mathrm{Zug}}} = m_{\mathrm{FZ}} \cdot \ddot{z} + \underbrace{c_{\mathrm{w}} \cdot A_{\mathrm{SF}} \cdot \frac{\rho_{\mathrm{Luft}}}{2} \cdot \dot{z}^2}_{F_{\mathrm{Luft}}} + \underbrace{k_{\mathrm{Roll}} \cdot \cos(\alpha) \cdot F_{\mathrm{g}}}_{F_{\mathrm{Roll}}} + \underbrace{\sin(\alpha) \cdot F_{\mathrm{g}}}_{F_{\mathrm{Ab}}}, \quad (3.12)$$

mit dem Drehmoment an der Antriebsachse M_{An}, dem effektiven Reifenradius r_{R}, der Wegkoordinate z, dem Strömungswiderstandsbeiwert c_{w}, der Stirnfläche des Fahrzeugs A_{SF}, der Luftdichte ρ_{Luft}, dem Rollwiderstandsbeiwert k_{Roll}, der Gewichtskraft F_{g} und dem Steigungswinkel α. Zur Berücksichtigung der Massenträgheitsmomente rotierender Fahrzeugteile (z. B. Schwungmassen, Antriebswellen usw.), werden deren äquivalente Massen mittels r_{R} und ggf. mit der Getriebeübersetzung bestimmt und zur Fahrzeugmasse m_{FZ} hinzuaddiert. Die Dynamik wird hierbei stets durch $\ddot{z}$ berücksichtigt, weshalb sich die unterschiedlichen Modelltypen durch Anpassung der Modellschnittstellen bzw. durch Umformung von (3.12) ergeben (vgl. Schnittstellen von FD-Modell in Bild 2.8 und 2.9).

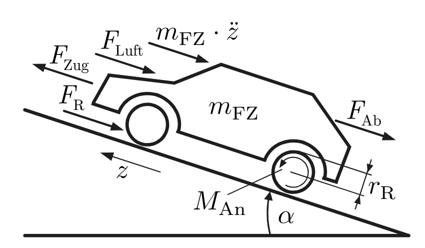


Bild 3.10: Zugkraft und Fahrwiderstandskräfte bei einer Fahrzeugbewegung in Längsrichtung [80].

3.3 Getriebemodelle

Für die Getriebemodellierung wurde ein komponentenorientierter Modellierungsansatz gewählt, der eine hohe Flexibilität hinsichtlich der Abbildung verschiedener Getriebetypen und -konfigurationen gewährleistet. Ein solcher Ansatz legt elemen-

tare Teilkomponenten von Getrieben zugrunde, die entsprechend miteinander kombiniert jede beliebige Getriebekonfiguration ergeben. Auf Basis der Beschreibungen dieser Teilkomponenten lassen sich dann die Modellgleichungen des Gesamtgetriebes herleiten. Während Kupplungen und Bremsen bereits elementare Teilkomponenten darstellen, müssen für Übersetzungen noch geeignete Unterteilungen festgelegt werden. Ziel hierbei ist die Darstellung beliebiger Übersetzungsstrukturen, wobei ausschließlich Vorgelege- und Umlaufgetriebe als gängige Bauweisen von Fahrzeuggetrieben berücksichtigt werden [132, 143].

Vorgelegegetriebe bestehen aus einer Anordnung mehrerer Stirnräder und besitzen je eine An- und Abtriebswelle sowie ggf. eine zusätzliche Vorgelegewelle zur Erhaltung der eingangsseitigen Drehrichtung. Typische Beispiele hierfür sind Handschalt- und Doppelkupplungsgetriebe. Bild 3.11a) zeigt ein einfaches Beispiel für ein Vorgelegegetriebe, wobei die Antriebs-, Abtriebs- und Vorgelegewellen jeweils in einem fixierten Gehäuse gelagert sind, das die zu übertragenden Drehmomente abstützt [132].

Die elementare Teilkomponente hierbei ist eine Stirnradpaarung, wobei die folgenden Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentbeziehungen gelten (vgl. Bild 3.11b)):

$$\omega_2 = \frac{1}{i_{12}} \cdot \omega_1, \tag{3.13}$$

$$M_2 = -i_{12} \cdot M_1, \tag{3.14}$$

mit dem Übersetzungsverhältnis

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{a_{Z2}}{a_{Z1}}, \tag{3.15}$$

das sich aus dem Verhältnis der Winkelgeschwindigkeiten bzw. der Zähnezahlen a_{Z1} und a_{Z2} der jeweiligen Stirnräder ergibt [226]. Gleichungen (3.13) bis (3.15) beschreiben lediglich das ideale Übertragungsverhalten der Zahnradpaarung. Tat-

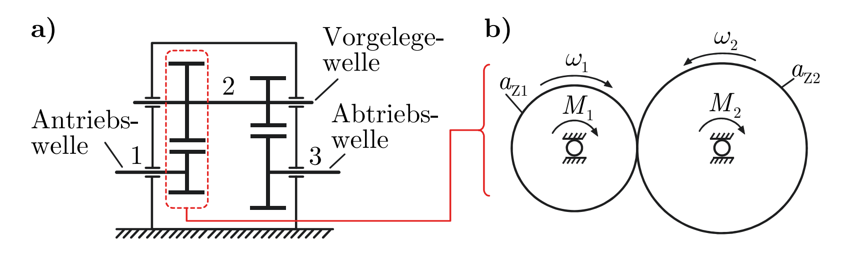


Bild 3.11: a) Beispiel eines Vorgelegegetriebes und **b)** eine Stirnradpaarung als elementare Teilkomponente von Vorgelegegetrieben.

sächlich führt die Beölung des Getriebes und die Reibung zwischen den im Eingriff befindlichen Zähnen sowie in den Lagerstellen zu Verlusten [116, 184]. Die Gesamtverluste werden durch einen zusätzlichen Term in der Drehmomentengleichung (3.14) berücksichtigt, sodass

$$M_2 = -i_{12} \cdot M_1 + M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_1, M_1\right), \tag{3.16}$$

mit dem Verlustdrehmoment $M_{\mathrm{v,G}}$ als Funktion des zu übertragenden Drehmoments M_1 und der Winkelgeschwindigkeit ω_1 vorliegt [116, 184]. Darüber hinaus sind die durch die Beölung des Getriebes hervorgerufenen Verluste temperaturabhängig. Allerdings erfolgen alle Untersuchungen in dieser Arbeit unter der Voraussetzung, dass die Betriebstemperaturen der Antriebsstrangkomponenten erreicht sind und näherungsweise konstant bleiben, sodass der Temperatureinfluss auf $M_{\mathrm{v,G}}$ vernachlässigt werden kann.

Umlaufgetriebe besitzen gegenüber den Vorgelegegetrieben in Summe mehr als zwei nach außen geführte Wellen, die sowohl als An- und Abtrieb dienen können. Hierbei wird das Stützmoment, das bei Vorgelegetrieben vom Gehäuse aufgenommen wird, durch eine bewegliche und zu den anderen Wellen konzentrische, zusätzliche Welle (Träger oder Steg) aufgenommen (vgl. Bild 3.12) [143]. Zu den Umlaufgetrieben gehören einfache Planetengetriebe aber auch komplexere Zusammenschaltungen, wie z. B. Ravigneaux- oder Simpson-Radsätze, die unter anderem in Automatikgetrieben Anwendung finden [228]. Bild 3.12 zeigt ein einfaches Planetengetriebe sowie die elementaren Teilkomponenten, aus denen dieses Getriebe aber auch jedes andere beliebige Umlaufgetriebe besteht [23].

Die Teilkomponenten setzen sich je aus einer Zahnradpaarung und einem Planetenträger zusammen, wobei die Zahnräder entweder beide außenverzahnt sind (Bild 3.12c)) oder eines von beiden innenverzahnt ist (Bild 3.12b)). Unabhängig

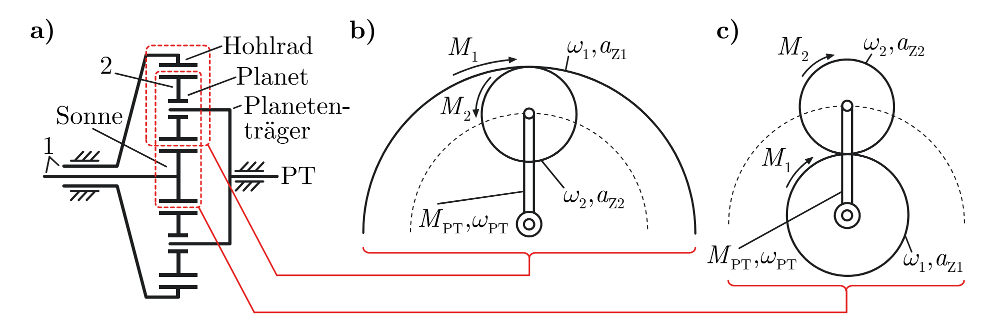


Bild 3.12: **a)** Beispiel eines einfachen Umlaufgetriebes mit den jeweiligen Teilkomponenten **b)** und **c)** bestehend aus Planetenträger und Zahnradpaarung.

von der Zahnradpaarung gilt für die Winkelgeschwindigkeiten der Teilkomponenten

$$\omega_1 - (1 - i_{12}) \cdot \omega_{\mathrm{PT}} - i_{12} \cdot \omega_2 = 0, \tag{3.17}$$

mit der bei stehendem Planetenträger definierten Standübersetzung [226]

$$i_{12} = \left.\frac{\omega_1}{\omega_2}\right|_{\omega_{\mathrm{PT}}=0} = -\frac{a_{\mathrm{Z2}}}{a_{\mathrm{Z1}}}\ . \tag{3.18}$$

Hierbei wird die Zähnezahl eines innenverzahnten Zahnrads negativ berücksichtigt, sodass sich eine positive Standübersetzung i_{12} ergibt und bei stehendem Planetenträger die Drehrichtung zwischen den Zahnrädern erhalten bleibt (vgl. (3.17)). Die Kinematik eines aus mindestens zwei Teilkomponenten bestehenden Umlaufgetriebes lässt sich ebenfalls durch (3.17) beschreiben, wobei sich die gesamte Standübersetzung aus denen der einzelnen Teilkomponenten zusammensetzt (siehe Beispiele in Anhang A.4). Die Drehmomente für die Teilkomponenten in Bild 3.12b) und 3.12c) ergeben sich jeweils zu

$$M_2 = -i_{12} \cdot M_1 + M_{\mathrm{v,G}}\,(\omega_{\mathrm{r1}}, M_1) \tag{3.19}$$

und

$$M_1 + M_2 + M_{\mathrm{PT}} = 0\ , \tag{3.20}$$

wobei zur Beschreibung des Verlustdrehmoments $M_{\mathrm{v,G}}$ die zum Planetenträger relative Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_{\mathrm{r1}} = \omega_1 - \omega_{\mathrm{PT}} \tag{3.21}$$

herangezogen wird, die an der Zahnradpaarung durch Abwälzen der Zahnflanken entsteht und in mechanische Leistung umgesetzt wird (Wälzleistung) [132]. Mit dem Verlustdrehmoment $M_{\mathrm{v,G}}$ in (3.19) lassen sich somit nur Verluste berücksichtigen, die bei der Leistungsübertragung über die Zahnradpaarung entstehen. Allerdings können aufgrund der Beölung auch im verblockten Zustand, d. h. die gesamte Teilkomponente wirkt wie eine einzige mit ω_{PT} rotierende Welle, Verluste auftreten. In diesem Fall steht die Zahnradpaarung relativ zueinander (ω_{r1}=0) und es liegt keine Wälzleistung vor. Untersuchungen in [116] zeigen, dass die viskosen Verluste gegenüber den Reibverlusten zwischen der Zahnpaarung sehr gering sind. Daher werden die viskosen Verluste, die durch eine zusätzliche Abhängigkeit

des Verlustdrehmoments $M_{\mathrm{v,G}}$ von der Winkelgeschwindigkeit des Planetenträgers ω_{PT} berücksichtigt werden müssten, vernachlässigt.

Die Beschreibungen der Teilkomponenten zur Abbildung beliebiger Übersetzungsstrukturen sind sowohl für stationäre als auch dynamische Getriebemodelle identisch. Dies gilt nicht für die Beschreibungen von Kupplungen und Bremsen, was sich durch unterschiedlich detaillierte Abbildungen der Schaltvorgänge begründet. Daher werden diese Teilkomponenten für beide Modelltypen gesondert in Kapitel 3.3.2 und 3.3.3 beschrieben.

Bild 3.13 zeigt die Vorgehensweise zur automatischen Erzeugung von Getriebemodellen sowie die daran ausgerichtete Gliederung der Unterkapitel. Zunächst erfolgt die Erstellung eines Netzwerks, indem Netzwerkelemente der einzelnen Teilkomponenten entsprechend der vorliegenden Getriebekonfiguration miteinander kombiniert werden. Auf Grundlage dieses Netzwerks und der Beschreibungen der einzelnen Teilkomponenten wird dann im nachfolgenden Schritt durch Anwendung der „modifizierten Knotenanalyse“ ein Gleichungssystem erzeugt. Dieses beschreibt zunächst nur das lineare Teilsystem des Getriebes und ist für alle Modelltypen identisch (Kapitel 3.3.1). Im nächsten Schritt „Modifikation der Modellgleichungen“ werden die Nichtlinearitäten berücksichtigt und weitere Umformungen zur Erstellung des geforderten Modelltyps durchgeführt. Dies umfasst unter anderem die Auflösung impliziter Zusammenhänge (vgl. Kapitel 3.3.4) und die Diskretisierung von Differenzialgleichungen. Anhand der modifizierten Modellgleichungen lässt sich im nächsten Schritt ein Simulationsalgorithmus formulieren. Die Modifikationen und Algorithmen unterscheiden sich für stationäre und dynamische Modelle und werden daher separat in Kapitel 3.3.2 und 3.3.3 beschrieben. Im letzten Schritt erfolgt die Parametrierung der Getriebemodelle bezüglich der Abbildung von Verlusten. Hierbei werden die Parameter zur Beschreibung der Verluste so angepasst, dass die Modelle in Hinblick auf die Verluste ein durch entsprechende Getriebemessungen definiertes Verhalten wiedergeben (Kapitel 3.3.5).

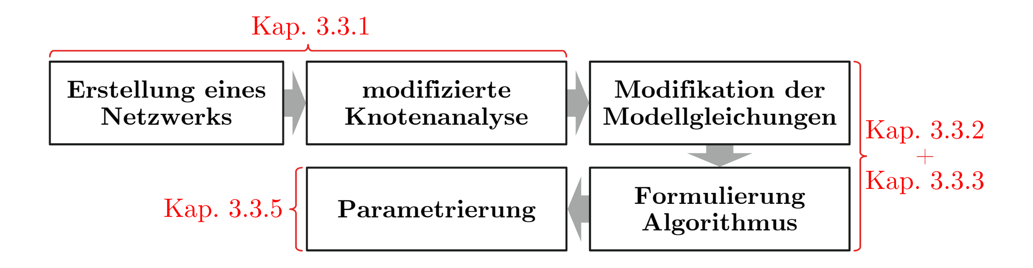


Bild 3.13: Vorgehensweise zur automatischen Erzeugung von Getriebemodellen und Gliederung der Unterkapitel.

3.3.1 Automatische Modellerzeugung

Die automatische Modellerzeugung erfolgt auf Basis der „modifizierten Knotenanalyse“ [85, 222]. Ursprünglich dient diese Methode zur systematischen Erzeugung der mathematischen Beschreibungen von linearen elektrischen Schaltungen, weshalb zunächst eine Anpassung auf mechanische Systeme erforderlich ist. Hierzu werden die Äquivalenzen zwischen elektrischen und mechanischen Größen gemäß der Unterscheidung in Trans- und Per-Variablen herangezogen, wobei die elektrische Spannung äquivalent zur Winkelgeschwindigkeit und der elektrische Strom äquivalent zum Drehmoment ist [92, 134]. Grundsätzlich ist es auf Basis solcher Äquivalenzen auch möglich, die modifizierte Knotenanalyse auf multiphysikalische Systeme zu überführen. Da der Fokus dieser Arbeit jedoch auf der Getriebemodellierung liegt, werden ausschließlich mechanische Systeme betrachtet.

Die Modellerzeugung mittels der modifizierten Knotenanalyse basiert auf einem Netzwerk des zu modellierenden Systems. Dieses stellt die vorliegende Systemkonfiguration als Verschaltung verschiedener Netzwerkelemente dar, die wiederum die jeweiligen Teilkomponenten des Systems repräsentieren. Jedes Netzwerkelement verfügt über Knoten und Zweige, denen die zur Beschreibung der jeweiligen Teilkomponente erforderlichen Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente zugeordnet sind. Die Winkelgeschwindigkeiten werden in Bezug auf einen Referenzknoten bemessen (meist fixer Punkt, wie z. B. das Gehäuse). Bild 3.14 zeigt ein Beispiel für die Darstellung eines mechanischen Systems als Netzwerk. Das System besteht aus einem masselosen Planetengetriebe mit fixiertem Planetenträger (Standübersetzungen i_{HP} und i_{SP}), einer Torsionswelle (Federsteifigkeit c, Dämpferkonstante d) und den Massenträgheitsmomenten J_1 und J_2 (Bild 3.14a)). Die zugehörige Netzwerkdarstellung ist in Bild 3.14b) abgebildet. Hierbei wird das Eingangsdrehmoment M_1 durch eine Drehmomentenquelle und das Planetengetriebe durch eine Kombination von Netzwerkelementen der entsprechenden Teilkomponenten dargestellt (vgl. Bild 3.12).

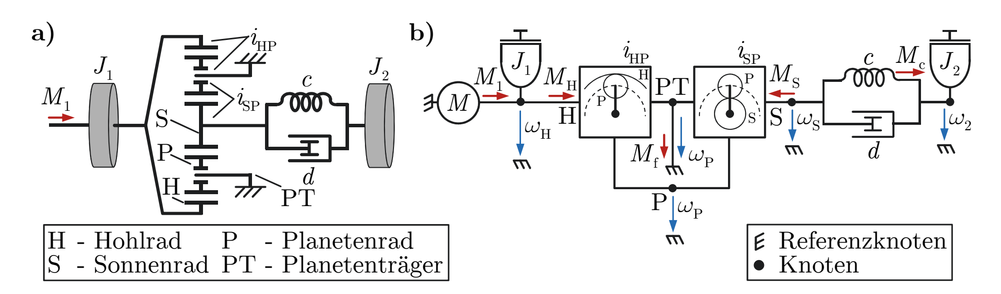


Bild 3.14: a) Planetengetriebe mit fixiertem Träger, Torsionswelle und zwei Massenträgheitsmomenten sowie **b)** das zugehörige Netzwerk zur Modellerzeugung.

Bei der Modellerzeugung mittels der modifizierten Knotenanalyse wird anhand des Netzwerks ein Gleichungssystem der allgemeinen Form

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}, \tag{3.22}$$

mit den Koeffizientenmatrizen **K** und **T**, dem Unbekannten-Vektor **w** und dem Eingangsgrößenvektor **u** abgeleitet. Das Gleichungssystem unterteilt sich gemäß

$$\begin{matrix} a_\mathrm{K} \\ \text{Zeilen} \\ a_\mathrm{M} \\ \text{Zeilen} \end{matrix} \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \hline \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{array}\right]}_{\mathbf{K}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \omega_{\mathrm{K}1} \\ \vdots \\ \omega_{\mathrm{K}a_\mathrm{K}} \\ \hline M_1 \\ \vdots \\ M_{a_\mathrm{M}} \end{array}\right]}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} \mathbf{T}_1 & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \mathbf{T}_2 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_\mathrm{M} \\ \hline \mathbf{u}_\omega \end{array}\right]}_{\mathbf{u}}, \tag{3.23}$$

mit a_K Winkelgeschwindigkeiten und a_M Drehmomenten in **w**. Jede der ersten a_K Zeilen ist einem der insgesamt a_K Knoten des Netzwerks zugeordnet und enthält dessen Knotengleichung, d. h., durch die Einträge in $\mathbf{K}_{11}$, $\mathbf{K}_{12}$ und $\mathbf{T}_1$ ergeben sich alle Drehmomente, die am jeweiligen Knoten angreifen (vgl. (3.25) und Bild 3.15a)). Die Einträge in $\mathbf{T}_1$ sind dimensionslos, weshalb $\mathbf{u}_\mathrm{M}$ ausschließlich Einträge von Drehmomentquellen[25] beinhaltet. Bei manchen Teilkomponenten lässt es die zugehörige mathematische Beschreibung nicht zu, die Drehmomente als Funktion der Winkelgeschwindigkeiten oder deren zeitliche Ableitungen auszudrücken. Daher wird das Gleichungssystem bei a_M solcher Teilkomponenten um die gleiche Anzahl an Drehmomenten in **w** erweitert. Die hierdurch hervorgerufenen zusätzlichen a_M Zeilen entsprechen jeweils der Summengleichung aller Winkelgeschwindigkeiten an der zugehörigen Teilkomponente, was vergleichbar zu einer Maschengleichung bei elektrischen Schaltungen ist (vgl. (3.27) und Bild 3.15b)). Der Vektor $\mathbf{u}_\omega$ beinhaltet ausschließlich Einträge von Winkelgeschwindigkeitsquellen.

Die grundsätzliche Vorgehensweise zur Herleitung von (3.23) besteht darin, für die Netzwerkelemente Teilgleichungssysteme der gleichen Form zu definieren und diese mittels der Kenntnis über die im Netzwerk verschalteten Knoten in das Gesamtgleichungssystem einzufügen. Zur Verdeutlichung werden zunächst die Teilgleichungssysteme für die in Bild 3.15 dargestellten Netzwerkelemente eines Dämpfers und einer Feder hergeleitet. Da es sich hierbei um passive Teilkomponenten handelt, werden die Zählpfeile für Winkelgeschwindigkeit und Drehmoment gemäß dem Verbraucherpfeilsystem in gleicher Richtung angenommen. Das vom Dämpfer

---

[25] Drehmoment- und Winkelgeschwindigkeitsquellen sind das Äquivalent zu idealen Strom- und Spannungsquellen bei elektrischen Systemen.

Bild 3.15: Netzwerkelemente **a)** eines Dämpfers und **b)** einer Feder.

aufgenommene Drehmoment M_d lässt sich anhand der Dämpferkonstante d und der Knotenwinkelgeschwindigkeiten ω_K1 und ω_K2 ausdrücken:

$$M_\mathrm{d} = d \cdot (\omega_\mathrm{K1} - \omega_\mathrm{K2}) = d \cdot \omega_\mathrm{K1} - d \cdot \omega_\mathrm{K2} \; . \tag{3.24}$$

Zur Erstellung des zum Dämpfer gehörenden Teilgleichungssystems werden die Knotengleichungen für K1 und K2 herangezogen (vgl. Bild 3.15a)), wobei jeweils nur M_d als einziges Drehmoment zu berücksichtigen ist. Anhand der zugrunde gelegten Zählpfeilrichtung von M_d ergibt sich das Teilgleichungssystem zu

$$\left[\begin{array}{cc|c} d & -d & \\ -d & d & \\ \hline & & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_\mathrm{K1} \\ \omega_\mathrm{K2} \\ \hline \\ \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline \\ \end{array}\right] . \tag{3.25}$$

Hierbei ist die erste Zeile dem Knoten K1 und die zweite Zeile dem Knoten K2 zugeordnet. Die übrigen Elemente der Matrizen und Vektoren bleiben frei, da zur Beschreibung des Dämpfers weder Quellen noch zusätzliche Drehmomente erforderlich sind. Bei der Feder in Bild 3.15b) ergibt sich das Drehmoment M_c aus dem Produkt von Federsteifigkeit und Federauslenkung. Da sich Letzteres nicht durch Winkelgeschwindigkeiten oder deren Ableitungen ausdrücken lässt, wird die zeitliche Ableitung des Federdrehmoments im Bildbereich betrachtet:

$$\begin{aligned} & s \cdot M_\mathrm{c}(s) = c \cdot (\omega_\mathrm{K1}(s) - \omega_\mathrm{K2}(s)) \\ \Leftrightarrow\ & 0 = \omega_\mathrm{K1}(s) - \omega_\mathrm{K2}(s) - s \cdot c^{-1} \cdot M_\mathrm{c}(s) \, , \end{aligned} \tag{3.26}$$

mit der Laplace-Variable s und der Federsteifigkeit c. Gleichung (3.26) entspricht hierbei der Summe aller Winkelgeschwindigkeiten entlang der Feder-Teilkomponente (vgl. Bild 3.15b)) und wird daher in der unteren Zeile des Gleichungssystems eingetragen. Somit ergibt sich das Teilgleichungssystem zu

$$\left[\begin{array}{cc|c} & & 1 \\ & & -1 \\ \hline 1 & -1 & -c^{-1} s \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_\mathrm{K1} \\ \omega_\mathrm{K2} \\ \hline M_\mathrm{c} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline \\ \end{array}\right] , \tag{3.27}$$

wobei in den ersten beiden Zeilen das Federdrehmoment M_c als Beitrag zu den Knotengleichungen von K1 und K2 zu berücksichtigen ist. Analog zu diesen Bei-

spielen lassen sich die Teilgleichungssysteme weiterer Netzwerkelemente herleiten. Einige sind in Tabelle 3.3 angegeben. Eine vollständige Auflistung der Teilgleichungssysteme ist im Anhang A.5 enthalten.

Tabelle 3.3: Teilgleichungssysteme weiterer Netzwerkelemente im Bildbereich für Teilkomponenten rotatorischer, mechanischer Systeme.

Teil-komponente	**Netzwerk-element**	**Teilgleichungssystem**
Massenträg-heitsmoment	J, M_J, K1, ω_{K1}	$\left[\begin{array}{c\|c} Js & \\ \hline & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \hline \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \hline \end{array}\right]$
Drehmoment-quelle	K1, M, M, K2, ω_{K1}, ω_M, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & \\ & & \\ \hline & & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} M \\ -M \\ \hline \end{array}\right]$
Winkelgeschw.-quelle	K1, ω, ω, M_ω, K2, ω_{K1}, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & -1 \\ & & 1 \\ \hline 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_\omega \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline \omega \end{array}\right]$
Dämpfer	K1, d, M_d, K2, ω_{K1}, ω_d, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} d & -d & \\ -d & d & \\ \hline & & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline \end{array}\right]$
Feder	K1, c, M_c, K2, ω_{K1}, ω_c, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & 1 \\ & & -1 \\ \hline 1 & -1 & -c^{-1}s \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_c \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline 0 \end{array}\right]$
Stirnrad-übersetzung (vgl. (3.13) und (3.16))	K1, M_1, i_{12}, M_2, K2, 1, 2, ω_{K1}, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & 1 \\ & & -i_{12} \\ \hline 1 & -i_{12} & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} -M_{v,G} \\ \hline 0 \end{array}\right]$
Umlauf-getriebe (vgl. (3.17) und (3.19))	$i_{12} < 0$, $i_{12} > 0$, 1, 2, i_{12}, K1, M_1, M_2, K2, ω_{K1}, ω_{K2}, KPT, M_{PT}, ω_{KPT}	$\left[\begin{array}{ccc\|c} & & & 1 \\ & & & -i_{12} \\ & & & -(1-i_{12}) \\ \hline 1 & -i_{12} & -(1-i_{12}) & 0 \end{array}\right] \cdot \ldots$ $\ldots \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \omega_{KPT} \\ \hline M_1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} -M_{v,G}(\omega_{r1}, M_1) \\ M_{v,G}(\omega_{r1}, M_1) \\ \hline 0 \end{array}\right]$

Die Erzeugung des Gesamtgleichungssystems (3.23) anhand der einzelnen Teilgleichungssysteme erfordert zunächst die Definition des zum Gesamtsystem gehörenden Vektors **w**. Hierzu werden dem Netzwerk des Gesamtsystems alle Knoten-Winkelgeschwindigkeiten und erforderlichen Drehmomente entnommen und gemäß (3.23) in **w** eingetragen. Damit sind die jeweiligen Zeilen des Gesamtgleichungssystems eindeutig den Knoten bzw. Teilkomponenten zugeordnet, sodass anhand der Information, mit welchem Knoten eine bestimmte Teilkomponente verbunden ist, die entsprechenden Stellen im Gesamtgleichungssystem identifiziert und mit den Einträgen des zugehörigen Teilgleichungssystems aufgefüllt werden können. Diese Vorgehensweise wird anhand des in Bild 3.16 gezeigten Netzwerks verdeutlicht. Gemäß dieser Anordnung liegen drei Knoten und zwei Netzwerkelemente, deren Drehmomente zur Beschreibung des Gleichungssystems erforderlich sind (Stirnradübersetzung und Feder), vor. Folglich enthält der Unbekannten-Vektor **w** die

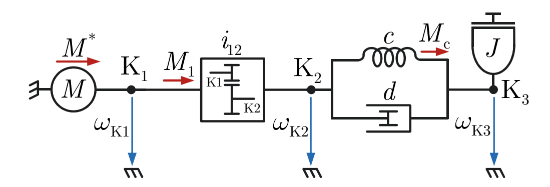


Bild 3.16: Netzwerk eines mechanischen Systems bestehend aus einer Stirnradübersetzung (i_{12}), die mit einer Kombination aus Feder (c), Dämpfer (d) und Massenträgheitsmoment (J) verbunden ist.

Winkelgeschwindigkeiten ω_{K1}, ω_{K2} und ω_{K3} sowie die Drehmomente M_1 und M_{c}. Unter Berücksichtigung des Verlustdrehmoments der Stirnradübersetzung $M_{\mathrm{v,G}}$ lautet das Gesamtgleichungssystem

$$\underbrace{\left[\begin{array}{ccc|cc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & d & -d & -i_{12} & 1 \\ 0 & -d & d+Js & 0 & -1 \\ \hline 1 & -i_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -c^{-1}s \end{array}\right]}_{\mathbf{K}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \\ \omega_{\mathrm{K3}} \\ \hline M_1 \\ M_{\mathrm{c}} \end{array}\right]}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} M^* \\ -M_{\mathrm{v,G}}(\omega_{\mathrm{K1}}, M_1) \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}\cdot\mathbf{u}}, \tag{3.28}$$

wobei sich die Einträge in **K** und **T** · **u** anhand der Teilgleichungssysteme in Tabelle 3.3 und unter Berücksichtigung der Zuordnung der Netzwerkelemente zu den Größen in **w** ergeben. Hierbei kann es vorkommen, dass mehrere Netzwerkelemente zu Einträgen an der gleichen Stelle im Gesamtgleichungssystem führen. In diesem Fall werden die Einträge aufaddiert (vgl. Dämpfer d und Massenträgheitsmoment J in (3.28)). Ein weiteres Beispiel für das in Bild 3.14 gezeigte System ist im Anhang A.6 zu finden. Da die modifizierte Kontenanalyse nur auf lineare Syste-

me anwendbar ist, werden Nichtlinearitäten durch gesteuerte Quellen beschrieben. Beispielsweise tritt in (3.28) die nichtlineare Funktion zur Beschreibung des Verlustdrehmoments der Übersetzung $M_{\mathrm{v,G}}(\omega_{\mathrm{K1}}, M_1)$ im Quellenvektor $\mathbf{T} \cdot \mathbf{u}$ auf. Dies ist gleichbedeutend zu einer im Netzwerk befindlichen gesteuerten Drehmomentquelle an Knoten K2, die im Gesamtmodell wie eine Senke wirkt. Die Berücksichtigung der nichtlinearen Funktionen, die die Quellgrößen der gesteuerten Quellen beschreiben, erfolgt in den Kapiteln 3.3.2 und 3.3.3)

Im Rahmen der Methodik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben sind mehrere Typen von Getriebemodellen mit jeweils unterschiedlichen Detaillierungsgraden erforderlich (vgl. Tabelle 3.1: vor- oder rückwärtsgerichtet, mit oder ohne Verluste, usw.). Die oben beschriebene Methode zur Modellerzeugung ermöglicht grundsätzlich die Ableitung solcher Getriebemodelle, indem entsprechende Netzwerke für die geforderten Modelltypen und Detaillierungsgrade erstellt werden. Um den damit verbundenen Arbeitsaufwand zur Erstellung mehrerer separater Netzwerke zu reduzieren, wird gemäß Bild 3.17 ein gemeinsames Getriebenetzwerk mit frei definierbaren Quellen und Senken erstellt. So lassen

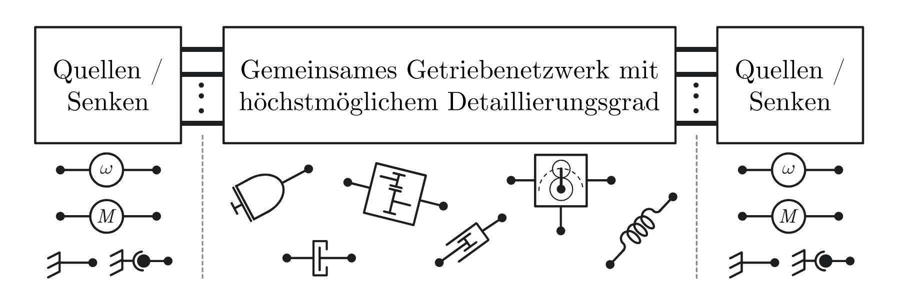


Bild 3.17: Gemeinsames Getriebenetzwerk mit frei definierbaren Quellen und Senken für Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente.

sich die Schnittstellen des resultierenden Getriebemodells durch Einfügen adäquat formulierter Quellen- und Senken-Funktionen im Netzwerk an den geforderten Modelltyp bzw. der Simulationsaufgabe anpassen (vorwärts- und rückwärtsgerichtete Getriebemodelle weisen unterschiedliche Ein- und Ausgangsgrößen auf, siehe Bild 2.8 und 2.9). Darüber hinaus beschreibt das gemeinsame Netzwerk ein Getriebe mit höchstmöglichem Detaillierungsgrad, der sich im Wesentlichen auf die Berücksichtigung von Systemdynamik und Verlustleistungen bezieht. Beides lässt sich im Nachhinein durch Modifikation des aus der Modellerzeugung resultierenden Gleichungssystems vernachlässigen, sodass aus dem Modell mit höchstmöglichem Detaillierungsgrad ein weniger detailliertes Modell abgeleitet werden kann. Auf diese Weise lassen sich alle erforderlichen Modelltypen auf Basis eines Netzwerkes

erzeugen. Ausgehend von einem Getriebenetzwerk, das die Dynamik des Systems berücksichtigt, ergibt sich das allgemeine Gleichungssystem

$$\mathbf{K}(s) \cdot \mathbf{W}(s) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{U}(s) \tag{3.29}$$

im Bildbereich. Dieses Gleichungssystem wird in den folgenden Unterkapiteln 3.3.2 und 3.3.3 als Ausgangspunkt für die Modellerzeugung herangezogen.

Zur automatischen Durchführung der auf die Getriebemodellierung adaptierten modifizierten Knotenanalyse wurde im Rahmen dieser Arbeit eine entsprechende Softwareimplementierung in Matlab/Simulink erstellt. Simulink verfügt über geeignete Schnittstellen, die eine Nutzung der grafischen Oberfläche ermöglicht. Hierdurch können im Rahmen der zur Verfügung stehenden Netzwerkelemente (vgl. Anhang A.5) beliebige mechanische Systeme bzw. Getriebe auf der grafischen Oberfläche zusammengestellt und das zugehörige Gleichungssystem gemäß (3.23) automatisch erzeugt werden.

3.3.2 Stationäre Getriebemodelle

Stationäre Getriebemodelle beschreiben lediglich die Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentbeziehungen in stationären Betriebspunkten. Grundlage zur Entwicklung solcher Modelle ist das aus der Modellerzeugung stammende Gleichungssystem (3.29), das im Allgemeinen im Bildbereich vorliegt und ein Getriebe mit dynamischem Systemverhalten beschreibt. Im Folgenden werden auf Basis dieses Gleichungssystems die stationären Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentbeziehungen hergeleitet, Maßnahmen zur Lösung der daraus resultierenden Modellgleichungen beschrieben und ein entsprechender Simulationsalgorithmus formuliert.

Die Extraktion eines stationären Getriebemodells erfolgt durch Anwendung des Endwertsatzes der Laplace-Transformation auf das allgemeine Gleichungssystem (3.29). Da $\mathbf{K}(s)$ im Allgemeinen nicht regulär und (3.29) somit nicht direkt nach $\mathbf{W}(s)$ umformbar ist, erfolgt die Anwendung des Endwertsatzes auf beiden Seiten der Gleichung:

$$\lim_{s\to 0} s \cdot \mathbf{K}(s) \cdot \frac{1}{s} \cdot \mathbf{w}_\infty = \lim_{s\to 0} s \cdot \mathbf{T} \cdot \frac{1}{s} \cdot \mathbf{u}_\infty \tag{3.30}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{K}(s=0) \cdot \mathbf{w}_\infty = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}_\infty. \tag{3.31}$$

Dies entspricht dem „zu Null Setzen“ der Ableitungen. Hierbei liegt die Annahme zugrunde, dass (3.29) ein System beschreibt, bei dem sich unter Vorgabe stationärer Eingangsgrößen $\mathbf{u}_\infty$ ebenfalls stationäre Größen für die Unbekannten bzw.

Ausgangsgrößen $\mathbf{w}_\infty$ einstellen. Da die Laplace-Variable s in der Koeffizientenmatrix $\mathbf{K}(s)$ ausschließlich als Faktor auftritt (vgl. Teilgleichungssysteme in Tabelle 3.3 und A.2), darf s in $\mathbf{K}(s)$ direkt zu null gesetzt werden. Dadurch ergibt sich die Aufteilung des Gleichungssystems (3.31) in Untermatrizen zu

$$\underbrace{\left[\begin{array}{c:c} \mathbf{K}_{11,\infty} & \mathbf{K}_{12} \\ \hdashline \mathbf{K}_{21} & \mathbf{0} \end{array}\right]}_{\mathbf{K}(s=0)} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \boldsymbol{\omega}_\infty \\ \hdashline \mathbf{M}_\infty \end{array}\right]}_{\mathbf{w}_\infty} = \underbrace{\left[\begin{array}{c:c} \mathbf{T}_1 & \mathbf{0} \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{T}_2 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty} \\ \hdashline \mathbf{u}_{\omega,\infty} \end{array}\right]}_{\mathbf{u}_\infty}, \tag{3.32}$$

wobei die Untermatrix $\mathbf{K}_{11,\infty}$ nur noch Einträge von Dämpferelementen enthält und sich die ursprüngliche Untermatrix $\mathbf{K}_{22}$ zu einer Nullmatrix ergibt. Die restlichen Untermatrizen bleiben gemäß dem ursprünglichen Gleichungssystem (3.29) erhalten. Das zu Null Setzen aller von s abhängigen Einträge in $\mathbf{K}(s)$ ist gleichbedeutend mit der Vernachlässigung aller Energiespeicher im System, d. h., die Massenträgheitsmomente bleiben unberücksichtigt und Federsteifigkeiten entsprechen starren Verbindungen. Übrig bleiben nur Übersetzungs-, Schalt- und Dämpferelemente, sodass das neue Gleichungssystem (3.32) letztlich die Kinematik und Statik (statische Drehmomente) eines Getriebes beschreibt. Die Lösung von (3.32) erfolgt durch Umformen der durch die Untermatrizen definierten Teilgleichungen, wodurch sich die unbekannten Winkelgeschwindigkeiten zu

$$\boldsymbol{\omega}_\infty = \mathbf{K}_{21}^{-1} \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty} \tag{3.33}$$

und die unbekannten Drehmomente zu

$$\mathbf{M}_\infty = \mathbf{K}_{12}^{-1} \cdot \left(\mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty} - \mathbf{K}_{11,\infty} \cdot \mathbf{K}_{21}^{-1} \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}\right) \tag{3.34}$$

ergeben. Der zweite Term zur Beschreibung der Drehmomente existiert nur, sofern Dämpferelemente im Getriebenetzwerk enthalten sind ($\mathbf{K}_{11,\infty} \neq \mathbf{0}$).

Für (3.33) und (3.34) existieren nur Lösungen, sofern das ursprüngliche Gleichungssystem (3.29) ein System beschreibt, das stationäre Betriebspunkte ermöglicht und eindeutige Zusammenhänge zwischen Ein- und Ausgangsgrößen aufweist. Um dies bei der Getriebemodellierung sicherzustellen, sind folgende Anpassungen zu beachten:

1. Anpassung der Modellschnittstellen durch Einfügen entsprechender Quellen und Senken im Getriebenetzwerk, sodass alle Größen im zugehörigen Gleichungssystem bestimmbar sind. Beispiel: Einfügen von Drehmomentquellen zur Berücksichtigung der Eingangsgrößen und von fixierten Wellen als Sen-

ken, um die hierdurch aufgenommenen Drehmomente als Ausgangsgrößen zu erhalten.

2. Wahl sinnvoller Schaltzustände für die im Getriebe befindlichen Schaltelemente (Kupplungen und Bremsen), sodass eine eindeutige kinematische Beziehung zwischen Getriebeeingang und Getriebeausgang bzw. eine eindeutige Zuordnung zwischen den Ein- und Ausgangsgrößen des Getriebemodells vorliegt.

Darüber hinaus müssen die nichtlinearen Funktionen zur Beschreibung von Getriebeverlusten berücksichtigt werden. Bisher wurden diese Funktionen als gesteuerten Quellen im Getriebenetzwerk eingeführt, wodurch zwar die entsprechenden Funktionsausdrücke in (3.33) und (3.34) als Eingangsgrößen auftreten, allerdings die Auswertung dieser Funktionen zunächst nicht berücksichtigt wird. Die oben beschriebenen Anpassungen sowie die Berücksichtigung der Getriebeverluste werden in den folgenden Abschnitten näher erläutert. Anhang A.7 enthält ein Anwendungsbeispiel für die aus diesen Abschnitten resultierenden allgemeinen Berechnungsvorschriften.

Berücksichtigung von Schaltelementen

Bei stationären Getriebemodellen erfolgt die Umschaltung zwischen Gängen und Betriebsmodi unmittelbar und ohne kontinuierlichen Übergang. Das heißt, der geforderte Gang und Betriebsmodus wird direkt vorgegeben und umgesetzt, sodass eine gezielte Ansteuerung der Schaltelemente gemäß Kapitel 2.5 nicht erforderlich ist. In Hinblick auf die Modellierung von Schaltelementen werden daher lediglich die stationären Zustände „vollständig offen“ und „vollständig geschlossen“ abgebildet. Um Schaltelemente bei der Modellerzeugung zu berücksichtigen, wird ein entsprechendes Netzwerkelement eingeführt, siehe Bild 3.18a). Hierbei ist M_{SE} das vom Schaltelement übertragene Drehmoment, ω_{SE} die Differenzwinkelgeschwindigkeit des Schaltelements und u_{SE} das Steuersignal zur Vorgabe des Schaltzustandes. Im offenen Zustand für $u_{\mathrm{SE}} = 0$ und bei idealisierter Betrachtung bewirkt das Schaltelement eine Unterbrechung zwischen zwei Knoten. Bei einem verlustbehafteten Schaltelement hingegen ergibt sich anstatt einer Unterbrechung eine Drehmomentübertragung gemäß der Funktion für das winkelgeschwindigkeitsabhängige Schleppmoment $M_{\mathrm{v,SE}}(\omega_{\mathrm{SE}})$. Im geschlossenen Zustand für $u_{\mathrm{SE}} = 1$ wirkt das Schaltelement wie eine starre Verbindung zwischen zwei Knoten. Die Nachbildung dieses nichtlinearen Schaltverhaltens erfolgt durch die Kombination aus Drehmoment- und Winkelgeschwindigkeitsquelle in Bild 3.18b).

Bei der Quellenkombination handelt es sich um das lineare Teilmodell eines Schaltelements, das im Getriebenetzwerk berücksichtigt wird. Die Umschaltung erfolgt

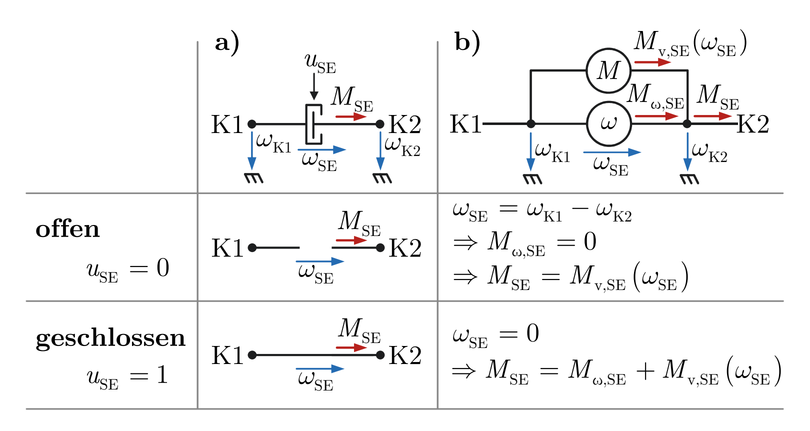


Bild 3.18: Schaltelement-Modell für stationäre Getriebemodelle: **a)** Netzwerkelement und Schaltzustände sowie **b)** Nachbildung des Schaltverhaltens durch gesteuerte Quellen.

durch Vorgabe entsprechender Werte für die Winkelgeschwindigkeitsquelle. Im offenen Zustand dient die Winkelgeschwindigkeitsquelle zur Gleichsetzung der Differenzwinkelgeschwindigkeit ω_{SE} mit der Differenzwinkelgeschwindigkeit zwischen Knoten K1 und K2. Voraussetzung hierfür ist, dass die Winkelgeschwindigkeiten ω_{K1} und ω_{K2} bestimmbar sind, was in der Regel der Fall ist, da beim Öffnen eines Schaltelements ein anderes Schaltelement geschlossen wird und somit immer definierte Beziehungen zwischen den Winkelgeschwindigkeiten vorliegen. Das Gleichsetzen der Differenzwinkelgeschwindigkeiten entspricht einer Unterbrechung der Winkelgeschwindigkeitsquelle mit $M_{\omega,SE} = 0$, wodurch das vom Schaltelement übertragene Drehmoment M_{SE} nur noch dem Schleppmoment $M_{v,SE}$ entspricht. Bei einem geschlossenen Schaltelement dient die Winkelgeschwindigkeitsquelle zur Gleichsetzung der Knoten-Winkelgeschwindigkeiten ω_{K1} und ω_{K2}, indem die Differenzwinkelgeschwindigkeit ω_{SE} durch die Quelle zu Null gesetzt wird. In diesem Fall nimmt die Winkelgeschwindigkeitsquelle das zu übertragende Drehmoment M_{SE} auf.

Das Teilgleichungssystem für ein Schaltelement bzw. für die Kombination aus Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentquelle ergibt sich zu

$$\underbrace{\left[\begin{array}{cc|c} & & 1 \\ & & -1 \\ \hline 1 & -1 & 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{K}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_{\omega,SE} \end{array}\right]}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c|c} -1 & 0 \\ 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} M_{v,SE}(\omega_{SE}) \\ \hline \omega_{SE} \end{array}\right]}_{\mathbf{u}}, \tag{3.35}$$

wobei ω_{SE} für ein geschlossenes Schaltelement zu null und für ein geöffnetes Schaltelement zu $\omega_{K1} - \omega_{K2}$ gesetzt wird. Durch Letzteres eliminieren sich die untere

Zeile des Teilgleichungssystems und die jeweils rechten Spalten von **T** und **K** (aufgrund von $M_{\omega,\mathrm{SE}} = 0$). Dies überträgt sich auch auf das Gesamtgleichungssystem eines Getriebes (vgl. Anhang A.7 Gleichungen (A.19) und (A.32)). Das heißt, für alle offenen Schaltelemente werden die zugehörigen Zeilen und Spalten im Gesamtgleichungssystem entfernt. Dies wird im allgemeinen im Gesamtgleichungssystem (3.32) durch eine Abhängigkeit der jeweiligen Untermatrizen und Teilvektoren von den Schaltzuständen der Schaltelemente $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ berücksichtigt, sodass sich die ursprünglichen Drehmoment- und Winkelgeschwindigkeitsgleichungen (3.33) und (3.34) zu

$$\boldsymbol{\omega}_{\infty} = (\mathbf{K}_{21}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_2(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \tag{3.36}$$

und

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = (\mathbf{K}_{12}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \big(\mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty} - \ldots \\ \ldots\, \mathbf{K}_{11,\infty} \cdot (\mathbf{K}_{21}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_2(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\big) \end{aligned} \tag{3.37}$$

ergeben. Die Abhängigkeit des Drehmomentvektors $\mathbf{M}_{\infty}$ und des Eingangsgrößenvektors $\mathbf{u}_{\omega,\infty}$ von den Schaltzuständen $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ ergibt sich durch Streichen der zu den Schaltelementen zugehörigen Quellenmomente $M_{\omega,\mathrm{SE}}$ bzw. Quellengrößen ω_{SE} im geöffneten Schaltzustand. Obwohl die eliminierten Größen nicht mehr explizit im Gleichungssystem enthalten sind, lassen sie sich weiterhin indirekt durch die Drehmomente in $\mathbf{M}_{\infty}$ bzw. durch die Winkelgeschwindigkeiten in $\mathbf{u}_{\omega,\infty}$ ausdrücken.

Wahl der Modellschnittstellen

Wie bereits in Kapitel 3.3.1 erwähnt, lassen sich die Schnittstellen (Ein- und Ausgangsgrößen) der Getriebemodelle durch Einfügen entsprechender Quellen und Senken im zugehörigen Getriebenetzwerk beliebig anpassen. Die Auswahl dieser Schnittstellen richtet sich nach dem betrachteten Modelltyp und muss sicherstellen, dass alle Größen im Getriebe bestimmbar sind. Um stationäre Getriebemodelle in rückwärtsgerichteten Antriebsstrangsimulationen einzubinden, sind Winkelgeschwindigkeit und Drehmoment an der Getriebeausgangswelle sowie ggf. an den Zusatzwellen paralleler und leistungsverzweigter Hybridkonzepten als Eingangsgrößen und an der Getriebeeingangswelle als Ausgangsgrößen zu wählen (vgl. Bild 2.9). Neben dieser grundsätzlichen Festlegung der Ein- und Ausgangsgrößen sind bei stationären Getriebemodellen aufgrund der Unabhängigkeit zwischen Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomenten (keine wechselseitige Beeinflussung, vgl. (3.32)) zwei separate Netzwerke mit je einer eigenen Quellen- und Senkenkonfiguration erforderlich (siehe Bild 3.19).

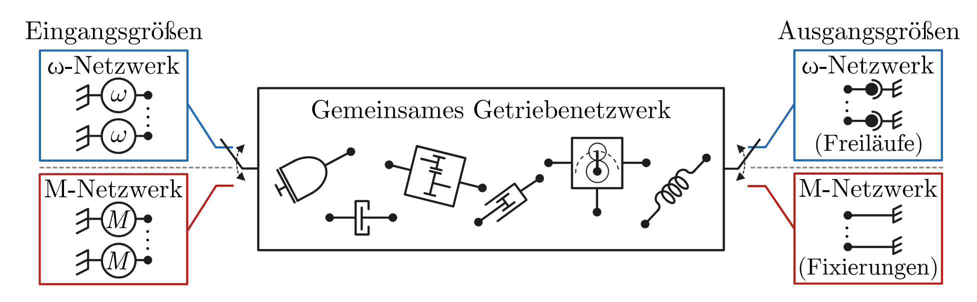


Bild 3.19: Quellen- und Senkenkonfiguration für das gemeinsame Getriebenetzwerk. Die Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten erfolgt auf Basis des ω-Netzwerks und die der Drehmomente auf Basis des M-Netzwerks.

Das **ω-Netzwerk** dient zur Bestimmung der Winkelgeschwindigkeiten und weist an den der Ein- und Ausgangsgrößen zugeordneten Knoten Netzwerkelemente von Winkelgeschwindigkeitsquellen bzw. Freiläufen auf. Aufgrund der Freiläufe können sich die entsprechenden Wellen frei drehen und somit die Winkelgeschwindigkeiten annehmen, die sich aus den Eingangsgrößen und kinematischen Beziehungen ergeben. Allerdings werden die Freiläufe nur symbolisch zur Kennzeichnung der Ausgangsgrößen im Getriebenetzwerk eingefügt, denn sofern nicht explizit zusätzliche Netzwerkelemente zur Fixierung eingeführt werden, sind die Wellen aller Knoten bereits frei drehbar. Darüber hinaus sind die Winkelgeschwindigkeiten aller im Netzwerk vorkommenden Knoten bereits im Gleichungssystem (3.29) sowie in $\boldsymbol{\omega}_\infty$ enthalten. Im **M-Netzwerk** werden die der Ein- und Ausgangsgrößen zugeordneten Knoten mit Netzwerkelementen von Drehmomentquellen bzw. Fixierungen verbunden. Letztere müssen explizit in das Getriebenetzwerk eingefügt werden, da nur so die dem Knoten zugeordnete Welle fixiert ist und ein Drehmoment aufnehmen kann. Gleichzeitig sorgen diese zusätzlichen Netzwerkelemente dafür, dass das entsprechende Ausgangsdrehmoment als Variable im Gleichungssystem (3.29) auftritt (vgl. Tabelle A.2) und somit in $\mathbf{M}_\infty$ enthalten ist.

Zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten werden die Untermatrizen und Teilvektoren des zum ω-Netzwerk zugehörigen Gleichungssystems in (3.36) eingesetzt[26]

$$\boldsymbol{\omega}_\infty^\omega = \left(\mathbf{K}_{21}^\omega(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \mathbf{T}_2^\omega(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^\omega(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \ . \tag{3.38}$$

[26] Die hochgestellten Indizes geben den Typ des zur Erzeugung des Gleichungssystems (3.29) zugrunde gelegten Netzwerks an: M - M-Netzwerk, ω - ω-Netzwerk (vgl. Bild 3.19). Für die tiefgestellten Indizes gilt: ∞ - stationäre Größe, M - Drehmomente als Eingangsgrößen, ω - Winkelgeschwindigkeiten als Eingangsgrößen, Nummer - Zuordnung im Gleichungssystem (3.32).

Analog dazu ergibt sich aus dem M-Netzwerk und (3.37) der Drehmomentvektor

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{\infty}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \left(\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \Big(\mathbf{T}_1^{\mathrm{M}} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}} - \ldots \\ \ldots\, \mathbf{K}_{11,\infty}^{\mathrm{M}} \cdot (\mathbf{K}_{21}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_2^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\Big)\,,\end{aligned} \tag{3.39}$$

wobei für $\mathbf{K}_{11,\infty}^{\mathrm{M}} \neq 0$ die auf dem ω–Netzwerk basierende Gleichung (3.38) enthalten ist. Die Gleichungen (3.38) und (3.39) beschreiben lediglich die Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente, die im Unbekannten-Vektor $\mathbf{w}_{\infty}$ des Gesamtgleichungssystems (3.32) auftreten. Da diese Größen nicht notwendigerweise den geforderten Modellausgangsgrößen entsprechen, werden (3.38) und (3.39) sowie die jeweils darin enthaltenen Eingangsgrößenvektoren dazu genutzt, diese Ausgangsgrößen ausdrücken. Hierzu werden sowohl für die Winkelgeschwindigkeiten als auch für die Drehmomente die Ausgangsmatrizen $\mathbf{C}$ und die Durchgangsmatrizen $\mathbf{D}$ definiert. Somit lassen sich die Winkelgeschwindigkeits-Ausgangsgrößen durch

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{\omega,\infty} &= \mathbf{C}_{\omega,\infty} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\infty}^{\omega} + \mathbf{D}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \\ &= \mathbf{G}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}),\end{aligned} \tag{3.40}$$

mit der Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{C}_{\omega,\infty} \cdot (\mathbf{K}_{21}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_2^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) + \mathbf{D}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \tag{3.41}$$

ausdrücken. In gleicher Weise ergeben sich die geforderten Drehmoment-Ausgangsgrößen:

$$\begin{aligned}\mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty} &= \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{M}_{\infty}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) + \mathbf{D}_{\mathrm{M},\infty} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}} \\ &= \mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}} + \mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}),\end{aligned} \tag{3.42}$$

mit der Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \left(\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \mathbf{T}_1^{\mathrm{M}} + \mathbf{D}_{\mathrm{M},\infty} \tag{3.43}$$

zur Beschreibung der Drehmomentübertragung anhand der Eingangsmomente in $\mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}}$ und der zweiten Übertragungsmatrix

$$\begin{aligned}\mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = -\mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \left(\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \mathbf{K}_{11,\infty}^{\mathrm{M}} \cdot \ldots \\ \ldots\, (\mathbf{K}_{21}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_2^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\end{aligned} \tag{3.44}$$

zur Berechnung der Dämpfermomente in Abhängigkeit der Eingangswinkelgeschwindigkeiten in $\mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}$.

Berücksichtigung von Getriebeverlusten

Die allgemeinen Berechnungsvorschriften (3.40) und (3.42) beschreiben lediglich ein hinsichtlich der Leistungsflüsse idealisiertes Getriebe. In der Realität jedoch entstehen innerhalb des Getriebes Verlustdrehmomente, die zu einem reduzierten Drehmoment am Getriebeausgang führen und somit als Verlustleistungen in Erscheinung treten. Zur Beschreibung dieser Verlustdrehmomente werden die allgemeinen Funktionen

$$M_{\mathrm{v,SE}}\left(\omega_{\mathrm{SE}}\right) \tag{3.45}$$

für die Schleppmomente von Schaltelementen und

$$M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}\right) \tag{3.46}$$

für die Verlustdrehmomente von Übersetzungselementen herangezogen (vgl. Bild 3.18 und Gleichungen (3.16) sowie (3.19)). Hierbei ist das Schleppmoment $M_{\mathrm{v,SE}}$ eine Funktion der Differenzwinkelgeschwindigkeit ω_{SE} am Schaltelement und das Verlustdrehmoment $M_{\mathrm{v,G}}$ eine Funktion der Winkelgeschwindigkeit ω_{G} und des Drehmoments M_{G} am Übersetzungselement. Bisher wurden bei der Modellerzeugung für diese im Allgemeinen nichtlinearen Funktionen gesteuerte Drehmomentquellen eingeführt, sodass sich für die Funktionswerte entsprechende Eingangsgrößen in $\mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}}$ und für die Funktionsparameter entsprechende Ausgangsgrößen in $\mathbf{y}_{\omega,\infty}$ und $\mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty}$ ergeben. Dadurch lassen sich die Funktionen zur Beschreibung der Getriebeverluste gemäß der in Bild 3.20 dargestellten Modellstruktur als Rückführung berücksichtigen. Das lineare Teilsystem wird durch die Berechnungs-

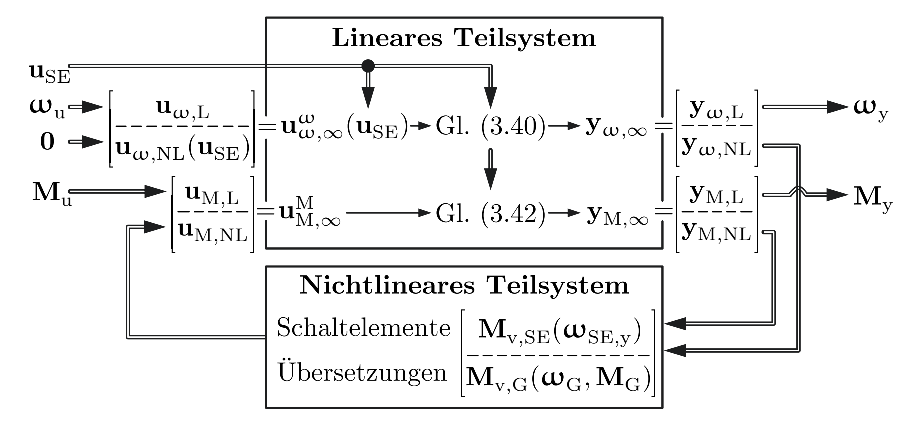


Bild 3.20: Zusammenführung des linearen und des aufgrund von Getriebeverlusten nichtlinearen Teilsystems bei stationären Getriebemodellen.

vorschriften (3.40) sowie (3.42) und das nichtlineare Teilsystem durch die Funktionen (3.45) sowie (3.46) beschrieben. Um bei Letzteren alle im Getriebe befindlichen Schalt- und Übersetzungselemente zu berücksichtigen, werden die Funktionen der Getriebeverluste in den Vektoren

$$\mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}) = \left[\, M_{\mathrm{v,SE1}}\left(\omega_{\mathrm{SE1,y}}\right)\ \dots\ M_{\mathrm{v,SE}m}\left(\omega_{\mathrm{SE}m\mathrm{,y}}\right) \right]^T \tag{3.47}$$

und

$$\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}}) = \left[\, M_{\mathrm{v,G1}}\left(\omega_{\mathrm{G1,1}}, M_{\mathrm{G1,1}}\right)\ \dots\ M_{\mathrm{v,G}l}\left(\omega_{\mathrm{G}l\mathrm{,1}}, M_{\mathrm{G}l\mathrm{,1}}\right) \right]^T \tag{3.48}$$

zusammengefasst.

Die Definition der Ausgangsmatrizen $\mathbf{C}_{\omega,\infty}$ und $\mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}$ sowie der Durchgangsmatrizen $\mathbf{D}_{\omega,\infty}$ und $\mathbf{D}_{\mathrm{M},\infty}$ zur Erstellung der Übertragungsmatrizen in (3.40) und (3.42) erfolgt derart, dass die Ausgangsgrößenvektoren $\mathbf{y}_{\omega,\infty}$ und $\mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty}$ die zur Auswertung von (3.47) und (3.48) notwendigen Größen enthalten. Der Ausgangsgrößenvektor für die Winkelgeschwindigkeiten lautet

$$\mathbf{y}_{\omega,\infty} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\omega,\mathrm{L}} \\ \hdashline \mathbf{y}_{\omega,\mathrm{NL}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{y}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix}, \tag{3.49}$$

mit den als Modellausgangsgrößen definierten Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{y}}$, den Differenzwinkelgeschwindigkeiten der Schaltelemente $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}$ und den Winkelgeschwindigkeiten an den Übersetzungselementen $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}$. Bezüglich der Drehmomente liegt die Aufteilung der Ausgangsgrößen gemäß

$$\mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{\mathrm{M,L}} \\ \hdashline \mathbf{y}_{\mathrm{M,NL}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{y}} \\ \hdashline \mathbf{M}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} \tag{3.50}$$

vor, wobei $\mathbf{M}_{\mathrm{y}}$ alle Modellausgangsgrößen und $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ alle über die Übersetzungselemente übertragenen Drehmomente enthält.

Die Eingangsgrößen des linearen Teilsystems ergeben sich durch Einfügen von Winkelgeschwindigkeits- und Drehmomentquellen im Getriebenetzwerk, wobei zwischen einfachen Quellen für Modelleingangsgrößen und gesteuerten Quellen zur Berücksichtigung von Getriebeverlusten unterschieden wird. Entsprechend erfolgt die Aufteilung der Eingangsgrößenvektoren $\mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}$ und $\mathbf{u}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{M},\infty}$. Für die Winkelgeschwindigkeiten ergibt sich somit

$$\mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\omega,\mathrm{L}} \\ \hdashline \mathbf{u}_{\omega,\mathrm{NL}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{u}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{3.51}$$

mit den als Modelleingangsgrößen definierten Winkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{u}}$ und den Differenzwinkelgeschwindigkeiten der Schaltelemente $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})$. Gemäß des Abschnitts „Berücksichtigung von Schaltelementen“ werden für geöffnete Schaltelemente die zugehörigen Größen in $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}$ gestrichen und für geschlossene Schaltelemente zu null gesetzt, sodass der untere Teilvektor in (3.51) immer einem Nullvektor entspricht (vgl. Anwendungsbeispiel in Anhang A.7). Der Eingangsgrößenvektor für die Drehmomente teilt sich gemäß

$$\mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{\mathrm{M,L}} \\ \hdashline \mathbf{u}_{\mathrm{M,NL}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{u}} \\ \hdashline \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}) \\ \mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}}) \end{bmatrix} \tag{3.52}$$

auf, wobei der obere Teilvektor die Modelleingangsgrößen $\mathbf{M}_{\mathrm{u}}$ und der unterere Teilvektor die Funktionen der Getriebeverluste gemäß (3.47) und (3.48) enthält.

Mit den Eingangs- und Ausgangsgrößenvektoren (3.49)–(3.52) sowie den Gleichungen (3.40) und (3.42) des linearen Teilsystems lassen sich die Modellgleichungen für die Winkelgeschwindigkeiten gemäß

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{y}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{u}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

und für die Drehmomente gemäß

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{y}} \\ \hdashline \mathbf{M}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{11} & \mathbf{G}_{12} & \mathbf{G}_{13} \\ \mathbf{G}_{21} & \mathbf{G}_{22} & \mathbf{G}_{23} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathrm{u}} \\ \hdashline \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}) \\ \mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}}) \end{bmatrix} + \ldots \\ &\ldots \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mathrm{d11}} & \mathbf{G}_{\mathrm{d12}} \\ \mathbf{G}_{\mathrm{d21}} & \mathbf{G}_{\mathrm{d22}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{u}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.54}$$

ausdrücken. Um die Drehmomente nach (3.54) berechnen zu können, müssen zunächst die nichtlinearen Funktionen $\mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\cdot)$ und $\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\cdot)$ ausgewertet werden. Die hierzu erforderlichen Winkelgeschwindigkeitsvektoren $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}$ und $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}$ ergeben sich durch (3.53), wohingegen der Drehmomentvektor $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ selbst ein Ergebnis von (3.54) ist. Für den Fall, dass die Untermatrix $\mathbf{G}_{23}$ besetzt ist, ergeben sich implizite Gleichungen, die gemäß der in Kapitel 3.3.4 beschriebenen Vorgehensweise gelöst werden müssen.

Bild 3.21 zeigt zusammenfassend den Simulationsalgorithmus zur Ausführung stationärer Getriebemodelle. Die Übertragungsmatrizen $\mathbf{G}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})$, $\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})$ und $\mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})$ werden im Vorfeld für alle Zustandskombinationen der Schaltelemente in $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ bestimmt, sodass eine Neuberechung während der Simulation nicht erforderlich ist.

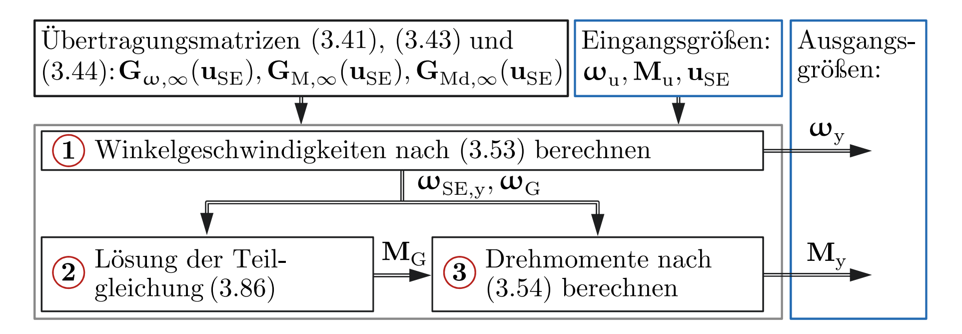


Bild 3.21: Simulationsalgorithmus für stationäre Getriebemodelle.

3.3.3 Dynamische Getriebemodelle

Dynamische Getriebemodelle berücksichtigen die Systemdynamik aufgrund innerer Massenträgheitsmomente und Federsteifigkeiten sowie das detaillierte Reibungsverhalten der im Getriebe befindlichen Schaltelemente. Darüber hinaus sollen die Getriebeverluste berücksichtigt werden und eine Ausführung der Modelle in Echtzeit möglich sein. Letzteres ergänzt die Einsatzmöglichkeiten der Getriebemodelle um die Anwendung in HIL-Simulationen für den Test von Steuergeräten. Hierbei wird das Systemverhalten eines Antriebsstrangs durch eine entsprechende Echtzeitsimulation an den Steuergeräteschnittstellen emuliert. In Bezug auf Multi-Mode-Getriebe lassen sich so Funktionstests der auf einer Steuergeräte-Hardware implementierten Getriebe- bzw. Antriebsstrangsteuerung durchführen.

Die Erzeugung dynamischer Getriebemodelle erfolgt auf Basis des aus der Modellerzeugung stammenden und im Bildbereich vorliegenden Gleichungssystems (3.29). Da die direkte Lösung dieses Gleichungssystems im Allgemeinen nicht möglich ist, erfolgt eine Überführung in die lineare Zustandsraumdarstellung im Zeitbereich

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u}, \end{aligned} \tag{3.55}$$

mit dem Zustandsgrößenvektor $\mathbf{x}$, Eingangsgrößenvektor $\mathbf{u}$, Ausgangsgrößenvektor $\mathbf{y}$ und den Matrizen $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$ und $\mathbf{D}$. In dieser Darstellungsweise lässt sich das

Differenzialgleichungssystem durch Anwendung bekannter numerischer Lösungsverfahren für gewöhnliche Differenzialgleichungen [83] lösen. Die Überführung des Gleichungssystems (3.29) nach (3.55) erfolgt anhand der Methode in [98, 99, 147], die nicht im Rahmen dieser Arbeit entstanden und daher gesondert in Anhang A.8 beschrieben ist. Um die Zustandsraumbeschreibung nach (3.55) zu erhalten, müssen die folgenden Voraussetzungen erfüllt sein:

1. Das zugrunde liegende Gleichungssystem muss linear sein,
2. es dürfen keine Ableitungen von $\mathbf{u}$ auftreten (realisierbares System) und
3. die Zustandsgrößen des Systems müssen linear unabhängig voneinander sein.

Die **erste Voraussetzung** ist grundsätzlich erfüllt, da (3.29) das lineare Teilsystem des Getriebes beschreibt. Zur Erfüllung der **zweiten Voraussetzung** dürfen keine abgeleiteten Eingangsgrößen auftreten. Solche Ableitungen entstehen, wenn Quellen und Energiespeicher im Systemnetzwerk so angeordnet sind, dass Zustandsgrößen direkt durch Eingangsgrößen vorgegeben werden. Etwa durch Parallelanordnungen von Winkelgeschwindigkeitsquellen und Massenträgheitsmomenten oder Serienanordnungen von Drehmomentquellen und Federsteifigkeiten. Sofern die Schnittstellenkonfiguration eines Modells den Regelgrößen des zugehörigen realen Systems nachempfunden ist, treten solche Anordnungen nicht auf. Allerdings können durch die zusätzlich in das Netzwerk eingeführten gesteuerten Quellen zur Berücksichtigung der Nichtlinearitäten dennoch abgeleitete Eingangsgrößen auftreten. Um dies zu vermeiden, wird je nach Art der miteinander verbundenen Quellen und Energiespeicher, entweder eine sehr hohe Federsteifigkeit oder ein sehr niedriges Massenträgheitsmoment eingeführt. Der Einfluss dieser zusätzlich eingeführten Netzwerkelemente auf die Systemdynamik wird durch Auswahl eines L-stabilen Solvers minimiert (siehe (A.70)).

Laut der **dritten Voraussetzung** müssen alle Zustandsgrößen des Systems linear unabhängig voneinander sein. Linear abhängige Zustandsgrößen treten insbesondere bei der Berücksichtigung von Massenträgheitsmomenten innerhalb von Getrieben auf, da diese über die Übersetzungselemente direkt miteinander verkoppelt sind und sich somit die zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten (Zustandsgrößen) nur um einen konstanten Faktor voneinander unterscheiden. Oft lassen sich mehrere Massenträgheitsmomente zu einem äquivalenten Massenträgheitsmoment mit einer gemeinsamen Zustandsgröße zusammenfassen. Allerdings ist dies aufgrund der variablen Leistungspfade bei umschaltbaren Getriebestrukturen nicht immer möglich, ohne Massenträgheitsmomente und Zustandsgrößen zu erhalten, die vom aktiven Gang bzw. Betriebsmodus abhängig sind. In solchen Fällen erfolgt eine Entkopplung starr gekoppelter Massenträgheitsmomente durch sehr hohe Feder-

steifigkeiten, deren Einfluss auf die Systemdynamik durch Auswahl eines L-stabilen Solvers weitgehend reduziert wird (siehe (A.70)).

Das Zustandsraummodell (3.55) beschreibt lediglich das lineare Teilsystem des Getriebes, bei dem die Nichtlinearitäten durch gesteuerte Quellen ersetzt wurden. Um das Gesamtsystemverhalten des Getriebes zu beschreiben, wird gemäß Bild 3.22 das nichtlineare Teilsystem als Rückführung zum linearen Teilsystem eingeführt. Dabei dienen die zu den gesteuerten Quellen zugehörigen Ein- und Ausgangsgrößen als Schnittstellen für die Rückführung.

Im folgenden Abschnitt „Modellierung von Schaltelementen" erfolgt zunächst die Beschreibung eines für dynamische Getriebemodelle geeigneten Schaltelement-Modells. Basierend darauf lässt sich das nichtlineare Teilsystem beschreiben und mit dem linearen Teilsystem zusammenführen, was im Abschnitt „Berücksichtigung des nichtlinearen Teilsystems" erfolgt. Abschließend werden im Abschnitt „Diskretisierung und Simulationsalgorithmus" der verwendete Ansatz zur numerischen Lösung der Modellgleichungen und der Algorithmus zur Durchführung der Simulation beschrieben.

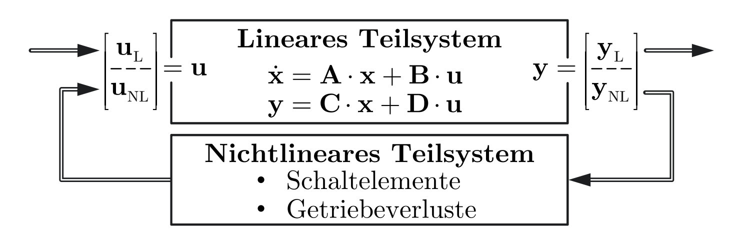


Bild 3.22: Zusammenführung des linearen und nichtlinearen Teilsystems bei dynamischen Getriebemodellen.

Modellierung von Schaltelementen

Bild 3.23 zeigt das mechanische Ersatzsystem eines Schaltelements bestehend aus zwei rotierenden Reibflächen, die jeweils mit einer Welle verbunden sind und mit einer Kraft F_{Aktorik} zusammengepresst werden können [51]. Sobald sich die Reibflächen berühren, wird aufgrund der dadurch entstehenden Reibung ein Drehmoment übertragen. Ist die Relativwinkelgeschwindigkeit zwischen den Reibflächen

$$\omega_{\mathrm{SE}} = \omega_1 - \omega_2 \tag{3.56}$$

ungleich null, liegt Gleitreibung vor und das Schaltelement überträgt ausschließlich das durch Reibung zustande kommende Drehmoment M_{R}. Bei $\omega_{\mathrm{SE}} = 0$ hingegen, liegt Haftreibung vor und es wird das an den Anschlusswellen anliegende Drehmo-

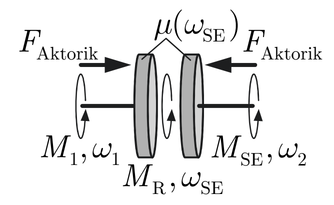


Bild 3.23: Mechanisches Ersatzsystem eines Schaltelements.

ment übertragen ($M_1 = M_{SE}$). Um diesen Zustand aufrechtzuerhalten, muss M_R größer oder gleich dem zu übertragenden Drehmoment sein. Das Reibmoment M_R lässt sich gemäß

$$M_R = M_{k,SE} + M_{v,SE}. \tag{3.57}$$

aufteilen, wobei $M_{k,SE}$ das durch Kontaktreibung hervorgerufene Drehmoment und $M_{v,SE}$ das durch viskose Reibung hervorgerufene Schleppmoment bezeichnet. Letzteres entsteht bei nasslaufenden Schaltelementen aufgrund des Schmierstoffs zwischen den Reibflächen und ist im Allgemeinen eine Funktion von ω_{SE}. Das durch Kontaktreibung hervorgerufene Drehmoment ergibt sich zu

$$M_{k,SE} = \text{sign}\left(\omega_{SE}\right) \cdot \underbrace{\mu\left(\omega_{SE}\right) \cdot r_{\text{eff}} \cdot F_{\text{Aktorik}}}_{\left|M_{k,SE}\right|}, \tag{3.58}$$

mit dem Reibungskoeffizient $\mu\left(\omega_{SE}\right)$ und dem effektiven Radius der Reibflächen r_{eff} [51]. Demnach lässt sich $M_{k,SE}$ und somit das vom Schaltelement zu übertragende Drehmoment durch Vorgabe von $F_{Aktorik}$ steuern. In der Regel erfolgt die Aufbringung dieser Kraft anhand einer hydraulisch betätigten Aktorik, sodass $F_{Aktorik}$ wiederum die Ausgangsgröße eines entsprechenden Aktor-Modells darstellt. Im Rahmen dieser Arbeit werden allerdings weder die Aktorik noch die Material- und Geometrieeigenschaften der Schaltelemente berücksichtigt. Lediglich das Reibverhalten wird abgebildet, sodass als Modellschnittstelle bzw. Steuergröße der Betrag des Kontaktreibmoments $\left|M_{k,SE}\right|$ zugrunde gelegt wird (vgl. (3.58)). Grundsätzlich ist es jedoch möglich, dem Getriebemodell Teilmodelle für Aktorik und detaillierte Schaltelement-Aufbauten vorzuschalten, sodass sich beliebige Varianten von Schaltelementen und Aktoren berücksichtigen lassen.

Um das Reibverhalten der Schaltelemente in den Getriebemodellen zu berücksichtigen, ist eine geeignete Zusammenstellung gesteuerter Quellen erforderlich, die im Getriebenetzwerk zur Modellerzeugung des linearen Teilsystems eingefügt wird und gemäß der Modellstruktur in Bild 3.22 das nichtlineare Reibverhalten durch Rückführung geeigneter nichtlinearer Funktionen ermöglicht. Bild 3.24 zeigt

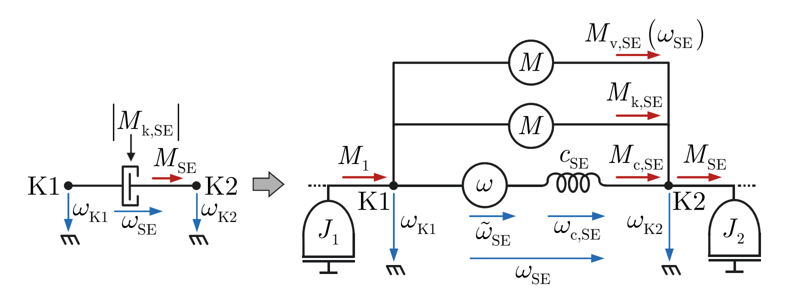


Bild 3.24: Netzwerkdarstellung eines Schaltelements sowie die Zusammenstellung gesteuerter Quellen zur Abbildung des Reibverhaltens von Schaltelementen.

eine solche Zusammenstellung. Die Drehmomentquellen dienen zur Vorgabe des Schleppmoments $M_{v,SE}(\omega_{SE})$ und des Kontaktreibmoments $M_{k,SE}$. Darüber hinaus, ermöglicht die Winkelgeschwindigkeitsquelle durch Vorgabe von $\tilde{\omega}_{SE}$ den Zustand für Haft- oder Gleitreibung einzustellen. Sowohl die Federsteifigkeit c_{SE} als auch die Massenträgheitsmomente J_1 und J_2 dienen zur Modellierung der Dynamik, d. h. zur Berücksichtigung der Massenträgheitsmomente der Kupplungs- und Getriebewellen sowie der Federsteifigkeit des geschlossenen Schaltelements. Zusätzlich stellen diese Netzwerkelemente sicher, dass ω_{K1}, ω_{K2} und $M_{c,SE}$ Zustandsgrößen sind bzw. sich ausschließlich aus Zustandsgrößen ergeben. Gemäß der Modellstruktur in Bild 3.22 werden diese Größen über das nichtlineare Teilsystem zurückgeführt, sodass die zugehörigen Ausgangsgleichungen bei entsprechend besetzter Durchgangsmatrix $\mathbf{D}$ implizit sind. Setzten sich die zurückgeführten Ausgangsgrößen allerdings ausschließlich aus den Größen im Zustandsgrößenvektor $\mathbf{x}$ zusammen, so sind die Einträge an den entsprechenden Stellen in $\mathbf{D}$ mit Nullen besetzt und die Ausgangsgleichungen unabhängig von den Eingangsgrößen und somit explizit (vgl. die zu $\mathbf{M}_{c,SE}$ und $\boldsymbol{\omega}_{SE}$ zugeordneten Zeilen von $\mathbf{D}$ in (3.69)). Darüber hinaus sorgt die Federsteifigkeit c_{SE} für die Entkopplung von J_1 und J_2, wodurch sichergestellt wird, dass die Zustandsgrößen ω_{K1} und ω_{K2} linear unabhängig sind und die Beschreibung dieser Größen keine abgeleiteten Eingangsgrößen erfordert. Die Federsteifigkeit c_{SE} sowie die Massenträgheitsmomente J_1 und J_2 müssen zur Vermeidung impliziter Gleichungen sowie zur korrekten Überführung des Gesamtmodells in die Zustandsraumdarstellung (vgl. S. 85) zwingend im Modell des Schaltelements enthalten sein.

Im Fall von **Gleitreibung** soll das vom Schaltelement übertragene Drehmoment

$$M_{SE} = M_{k,SE} + M_{v,SE} \tag{3.59}$$

betragen, was mit der Forderung bezüglich des Federdrehmoments $M_{c,SE} = 0$ einhergeht (vgl. Bild 3.24). Um diese zu erfüllen, wird der Anfangswert $M_{c,SE,0}$ bei

Eintritt in den Gleitreibungszustand zu null gesetzt und die Winkelgeschwindigkeitsquelle so gesteuert, dass sich die zeitliche Ableitung des Federdrehmoments zu null ergibt:

$$\dot{M}_{\mathrm{c,SE}} = c \cdot \omega_{\mathrm{c,SE}} = c \cdot (-\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}} + \omega_{\mathrm{K1}} - \omega_{\mathrm{K2}}) \overset{!}{=} 0, \tag{3.60}$$

woraus durch Umformung

$$\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}} = \omega_{\mathrm{K1}} - \omega_{\mathrm{K2}} = \omega_{\mathrm{SE}} \tag{3.61}$$

resultiert. Somit wirkt die serielle Anordnung von Winkelgeschwindigkeitsquelle und Federsteifigkeit wie eine Unterbrechung, wodurch das vom Schaltelement übertragene Drehmoment M_{SE} ausschließlich durch die Drehmomentquellen vorgegeben wird. Da die Steuerung der Schaltelemente anhand des Betrags $\left|M_{\mathrm{k,SE}}\right|$ erfolgt, ist die Vorzeichenauswertung

$$M_{\mathrm{k,SE}} = \operatorname{sign}(\omega_{\mathrm{SE}}) \cdot \left|M_{\mathrm{k,SE}}\right| \tag{3.62}$$

erforderlich, wobei im Fall von Gleitreibung stets $\omega_{\mathrm{SE}} \neq 0$ gilt.

Bei **Haftreibung** muss die Relativwinkelgeschwindigkeit des Schaltelements ω_{SE} null betragen. Gemäß der in Bild 3.24 definierten Zusammenstellung von Netzwerkelementen für Schaltelemente ergibt sich ω_{SE} zu

$$\omega_{\mathrm{SE}} = \omega_{\mathrm{K1}} - \omega_{\mathrm{K2}} = \tilde{\omega}_{\mathrm{SE}} + \frac{1}{c_{\mathrm{SE}}} \cdot \dot{M}_{\mathrm{c,SE}}, \tag{3.63}$$

wobei sich nur $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}$ aktiv beeinflussen lässt. Die bestmögliche Annäherung an die zugrunde liegende Forderung bewirkt die Vorgabe von $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}} = 0$. Der hierbei übrig bleibende Term mit der Ableitung $\dot{M}_{\mathrm{c,SE}}$ fällt gering aus, da in der Regel eine sehr hohe Federsteifigkeit c_{SE} vorliegt bzw. gewählt werden kann, sodass der Fehler bezüglich der Relativwinkelgeschwindigkeit vernachlässigbar ist. Durch Vorgabe von $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}} = 0$ wirkt der Zweig mit der Winkelgeschwindigkeitsquelle näherungsweise wie eine starre Verbindung, wodurch die Drehmomentquellen keinen Einfluss mehr auf die Drehmomentübertragung haben. Das Vorzeichen von $M_{\mathrm{k,SE}}$ lässt sich bei Haftreibung nicht mehr anhand von ω_{SE} bestimmen, sodass das Federdrehmoment herangezogen werden muss:

$$M_{\mathrm{k,SE}} = \operatorname{sign}\left(-M_{\mathrm{c,SE}}\right) \cdot \left|M_{\mathrm{k,SE}}\right|. \tag{3.64}$$

Bei der Modellierung von m Schaltelementen ist eine Auswertung von je m Quellen für die Winkelgeschwindigkeiten $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}j}$ sowie für die Drehmomente $M_{\mathrm{k,SE}j}$ und

$M_{\mathrm{v,SE}j}$ mit $j = 1...m$ erforderlich. Gemäß den obigen Betrachtungen für Gleit- und Haftreibung ergeben sich die Winkelgeschwindigkeiten zu

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{SE}} = \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_{\mathrm{SE1}} \\ \vdots \\ \tilde{\omega}_{\mathrm{SE}m} \end{bmatrix} = \left(\mathbf{I} - \underbrace{\begin{bmatrix} u_{\mathrm{SE1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & u_{\mathrm{SE}m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{SE}}} \right) \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \omega_{\mathrm{SE1}} \\ \vdots \\ \omega_{\mathrm{SE}m} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}}, \tag{3.65}$$

mit der Einheitsmatrix $\mathbf{I}$ und den Zuständen der jeweiligen Schaltelemente $u_{\mathrm{SE}j}$ (vgl. Bild 3.18). Bei Gleitreibung ist $u_{\mathrm{SE}j} = 0$ und bei Haftreibung $u_{\mathrm{SE}j} = 1$. Die Berechnung der Kontaktreibmomente erfolgt gemäß

$$\mathbf{M}_{\mathrm{k,SE}} = \begin{bmatrix} M_{\mathrm{k,SE1}} \\ \vdots \\ M_{\mathrm{k,SE}m} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} s_{\mathrm{SE1}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & s_{\mathrm{SE}m} \end{bmatrix}}_{\mathbf{I} \cdot \mathbf{s}_{\mathrm{SE}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \left| M_{\mathrm{k,SE1}} \right| \\ \vdots \\ \left| M_{\mathrm{k,SE}m} \right| \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{|\mathrm{k,SE}|}}, \tag{3.66}$$

mit den Vorzeichen

$$s_{\mathrm{SE}j} = \begin{cases} \mathrm{sign}(\omega_{\mathrm{SE}j}) & \text{, für } u_{\mathrm{SE}j} = 0 \\ \mathrm{sign}(-M_{\mathrm{c,SE}j}) & \text{, für } u_{\mathrm{SE}j} = 1 \end{cases} \tag{3.67}$$

und den Steuergrößen für die Schaltelemente bzw. Eingangsgrößen des Getriebemodells $\mathbf{M}_{|\mathrm{k,SE}|}$. Zur Auswertung der Drehmomentquellen für die Schleppmomente $M_{\mathrm{v,SE}j}$ werden analog zu den stationären Getriebemodellen nichtlineare Funktionen gemäß (3.45) herangezogen und zu einem Vektor $\mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}})$ zusammengefasst (vgl. (3.47)).

Ob die Schaltelemente entweder Gleit- oder Haftreibung aufweisen, hängt von den Differenzwinkelgeschwindigkeiten $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}$, den vorgegeben Kontaktreibmomenten $\mathbf{M}_{|\mathrm{k,SE}|}$ und den insgesamt über die Schaltelemente übertragenen Drehmomenten ab. Deshalb ist zur Bestimmung der Zustände in $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ ein Zustandsautomat nach Bild 3.25 erforderlich, der die Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente an den Schaltelementen auswertet. Bei vollständiger Öffnung oder Gleitreibung erfolgt der Übergang zu Haftreibung erst, sobald die Differenzwinkelgeschwindigkeit $\omega_{\mathrm{SE}j}$ am Schaltelement null[27] beträgt und $\left| M_{\mathrm{k,SE}j} \right| > 0$ vorgegeben wird. Die zweite Bedingung ist erforderlich, da auch im geöffneten Zustand $\omega_{\mathrm{SE}j} = 0$ vorliegen kann.

[27]Bei der Umsetzung muss der Nulldurchgang dieser Größe überprüft werden, da $\omega_{\mathrm{SE}j} = 0$ nie exakt erreicht werden kann.

Wenn Haftreibung vorliegt, ist eine Änderung der Differenzwinkelgeschwindigkeit am Schaltelement nicht mehr möglich, weshalb zur Überprüfung eines möglichen Übergangs zu Gleitreibung die Drehmomente herangezogen werden müssen. Ein Wechsel zu Gleitreibung erfolgt erst, sobald der Betrag des über das Schaltelement übertragenen Drehmoments größer als das vorgegebene Kontaktreibmoment $\left|M_{\mathrm{k,SE}j}\right|$ ist.

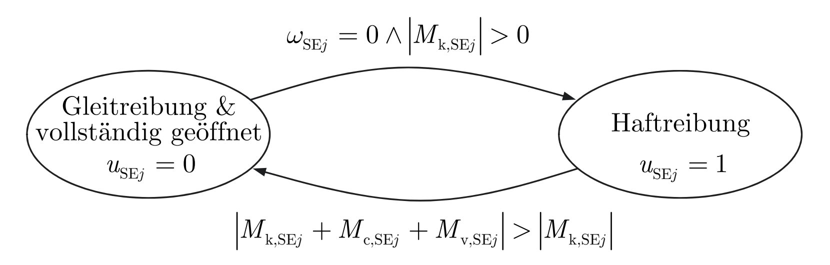


Bild 3.25: Zustandsautomat zur Bestimmung von Gleit- und Haftreibung mit $j = 1...m$. Jedes der m Schaltelemente muss entsprechend mit jeweils einem Zustandsautomat ausgewertet werden.

Berücksichtigung des nichtlinearen Teilsystems

Die nichtlinearen Funktionen zur Beschreibung der Schaltelemente und Getriebeverluste werden gemäß Bild 3.22 als Rückführung zur Zustandsraumbeschreibung des linearen Teilsystems eingeführt. Dadurch ergibt sich die Zustandsgleichung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \underbrace{\left[\begin{array}{c:cccc} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_4 & \mathbf{B}_5 \end{array}\right]}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_{\mathrm{L}} \\ \hdashline \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{SE}} \\ \mathbf{M}_{\mathrm{k,SE}} \\ \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}) \\ \mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}) \end{array}\right]}_{\mathbf{u} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_{\mathrm{L}} \\ \hdashline \mathbf{u}_{\mathrm{NL}} \end{array}\right]} , \qquad (3.68)$$

mit den regulären Eingangsgrößen des Getriebemodells $\mathbf{u}_{\mathrm{L}}$ und den Nichtlinearitäten zugeordneten Eingangsgrößen $\mathbf{u}_{\mathrm{NL}}$. Zur Beschreibung der Verlustdrehmomente von Übersetzungen wird die bereits bei den stationären Getriebemodellen definierte Funktion (3.46) herangezogen, wobei die einzelnen Funktionen für alle im Getriebe befindlichen Übersetzungselemente gemäß (3.48) in $\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\cdot)$ zusammengefasst werden. Der Ausgangsgrößenvektor $\mathbf{y}$ setzt sich neben den Ausgangs-

größen des linearen Teilsystems $\mathbf{y}_\mathrm{L}$ aus den zur Auswertung der Nichtlinearitäten erforderlichen Größen zusammen:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_\mathrm{L} \\ \hdashline \mathbf{M}_\mathrm{c,SE} \\ \boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{G} \\ \boldsymbol{\omega}_\mathrm{G} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}=\begin{bmatrix} \mathbf{y}_\mathrm{L} \\ \hdashline \mathbf{y}_\mathrm{NL} \end{bmatrix}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \hdashline \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{C}_4 \\ \mathbf{C}_5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{13} & \mathbf{D}_{14} & \mathbf{D}_{15} \\ \hdashline \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{41} & \mathbf{D}_{42} & \mathbf{D}_{43} & \mathbf{D}_{44} & \mathbf{D}_{45} \\ \mathbf{D}_{51} & \mathbf{D}_{52} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_\mathrm{L} \\ \hdashline \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{k,SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{v,SE}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE}) \\ \mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}, M_\mathrm{G}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}=\begin{bmatrix} \mathbf{u}_\mathrm{L} \\ \hdashline \mathbf{u}_\mathrm{NL} \end{bmatrix}}, \quad (3.69)$$

wobei $\mathbf{M}_\mathrm{c,SE}$ die Federdrehmomente aller Schaltelemente zusammenfasst. Aufgrund der Massenträgheitsmomente und der Federsteifigkeit innerhalb des Schaltelement-Modells (vgl. Bild 3.24) setzen sich sowohl die Drehmomente in $\mathbf{M}_\mathrm{c,SE}$ als auch die Winkelgeschwindigkeiten in $\boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE}$ ausschließlich aus Zustandsgrößen zusammen. Die entsprechenden Einträge in $\mathbf{D}$ weisen daher Nullen auf. Da in Regel keine direkten Abhängigkeiten zwischen den Winkelgeschwindigkeiten an den Übersetzungen $\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}$ und den Drehmomenten in $\mathbf{u}_\mathrm{NL}$ vorliegen, sind die zugehörigen Einträge in $\mathbf{D}$ ebenfalls null. Andernfalls lassen sich die Größen in $\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}$ durch Berücksichtigung sehr kleiner Massenträgheitsmomente an den Übersetzungen als Zustandsgrößen beschreiben, sodass sich die entsprechenden Werte in $\mathbf{D}$ zu null ergeben.

Auf Basis der Zustandsgleichung (3.68) sowie der Ausgangsgrößengleichung (3.69) ergeben sich die folgenden Teilgleichungen:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_\mathrm{L} + \mathbf{B}_2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} + \mathbf{B}_3\mathbf{M}_\mathrm{k,SE} + \mathbf{B}_4\mathbf{M}_\mathrm{v,SE}(\cdot) + \mathbf{B}_5\mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\cdot), \quad (3.70)$$

$$\mathbf{y}_\mathrm{L} = \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_{11}\mathbf{u}_\mathrm{L} + \mathbf{D}_{12}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} + \mathbf{D}_{13}\mathbf{M}_\mathrm{k,SE} + \mathbf{D}_{14}\mathbf{M}_\mathrm{v,SE}(\cdot) + \mathbf{D}_{15}\mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\cdot), \quad (3.71)$$

$$\mathbf{M}_\mathrm{c,SE} = \mathbf{C}_2\mathbf{x}, \quad (3.72)$$

$$\boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE} = \mathbf{C}_3\mathbf{x}, \quad (3.73)$$

$$\mathbf{M}_\mathrm{G} = \mathbf{C}_4\mathbf{x} + \mathbf{D}_{41}\mathbf{u}_\mathrm{L} + \mathbf{D}_{42}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} + \mathbf{D}_{43}\mathbf{M}_\mathrm{k,SE} + \mathbf{D}_{44}\mathbf{M}_\mathrm{v,SE}(\cdot) + \mathbf{D}_{45}\mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\cdot), \quad (3.74)$$

$$\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G} = \mathbf{C}_5\mathbf{x} + \mathbf{D}_{51}\mathbf{u}_\mathrm{L} + \mathbf{D}_{52}\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE}, \quad (3.75)$$

mit den Winkelgeschwindigkeiten aus (3.65)

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} = (\mathbf{I} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{u}_\mathrm{SE}) \cdot \boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE} \quad (3.76)$$

und den Kontaktreibmomenten aus (3.66) und (3.67)

$$\mathbf{M}_\mathrm{k,SE} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{s}_\mathrm{SE}\left(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE}, \mathbf{M}_\mathrm{c,SE}, \mathbf{u}_\mathrm{SE}\right) \cdot \mathbf{M}_{|\mathrm{k,SE}|}. \quad (3.77)$$

Die Zustände der Schaltelemente ergeben sich durch

$$\mathbf{u}_{\mathrm{SE}} = f_{\mathrm{ZA,SE}}\left(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}, \mathbf{M}_{|\mathrm{k,SE}|}, \mathbf{M}_{\mathrm{c,SE}}, \mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right), \tag{3.78}$$

wobei die Funktion $f_{\mathrm{ZA,SE}}(\cdot)$ den Zustandsautomaten in Bild 3.25 repräsentiert. Um die angegebenen Abhängigkeiten dieser Funktion zu erhalten, werden gegenüber der Darstellung in Bild 3.25 das Kontaktreibmoment $M_{\mathrm{k,SE}j}$ durch (3.66) (für $u_{\mathrm{SE}j} = 1$) substituiert und das Schleppmoment $M_{\mathrm{v,SE}j}$ als Funktion von $\omega_{\mathrm{SE},j}$ mit $f_{\mathrm{ZA,SE}}(\cdot)$ zusammengefasst.

Die Winkelgeschwindigkeit $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}$ wird in (3.70)–(3.75) unter Anwendung von (3.76) und (3.73) substituiert:

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\left(\mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{C}_3\right)}_{\tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})} \mathbf{x} + \underbrace{\left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_4 & \mathbf{B}_5 \end{array}\right]}_{\tilde{\mathbf{B}}} \tilde{\mathbf{u}}, \tag{3.79}$$

$$\mathbf{y}_{\mathrm{L}} = \underbrace{\left(\mathbf{C}_1 + \mathbf{D}_{12} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{C}_3\right)}_{\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{y}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})} \mathbf{x} + \underbrace{\left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{13} & \mathbf{D}_{14} & \mathbf{D}_{15} \end{array}\right]}_{\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{y}}} \tilde{\mathbf{u}}, \tag{3.80}$$

$$\mathbf{M}_{\mathrm{G}} = \underbrace{\left(\mathbf{C}_4 + \mathbf{D}_{42} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{C}_3\right)}_{\tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{MG}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})} \mathbf{x} + \underbrace{\left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{D}_{41} & \mathbf{D}_{43} & \mathbf{D}_{44} & \mathbf{D}_{45} \end{array}\right]}_{\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{MG}}} \tilde{\mathbf{u}}, \tag{3.81}$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}} = \underbrace{\left(\mathbf{C}_5 + \mathbf{D}_{52} \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{I} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{C}_3\right)}_{\tilde{\mathbf{C}}_{\omega\mathrm{G}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})} \mathbf{x} + \underbrace{\left[\begin{array}{c|ccc} \mathbf{D}_{51} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{array}\right]}_{\tilde{\mathbf{D}}_{\omega\mathrm{G}}} \tilde{\mathbf{u}}, \tag{3.82}$$

mit dem neuen Eingangsgrößenvektor

$$\tilde{\mathbf{u}} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_{\mathrm{L}} \\ \hline \mathbf{M}_{\mathrm{k,SE}} \\ \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}) \\ \mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}) \end{array}\right]. \tag{3.83}$$

Somit ist jede Kombination von Schaltzuständen in $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ durch separate Zustandsraumdarstellungen eines strukturvariablen Systems beschreibbar, was im Hinblick auf die numerische Stabilität bei der Diskretisierung vorteilhaft gegenüber der totzeitbehafteten Rückführung von $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}$ ohne die Zusammenfassung der Matrizen nach (3.79)–(3.82) ist.

Bei entsprechender Besetzung der Untermatrix $\mathbf{D}_{45}$ in (3.81) sind die Ausgangsgleichungen für $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ implizit. Die möglichen Belegungen von $\mathbf{D}_{45}$ sowie die Vorgehensweise zur Lösung der draus resultierenden impliziten Gleichungssysteme wird in Kapitel 3.3.4 beschrieben. Darüber hinaus besteht bei dynamischen Getrie-

bemodellen die Möglichkeit, implizite Drehmomentgleichungen durch zusätzliche Federsteifigkeiten zu vermeiden. Das Drehmoment eines mit einer Federsteifigkeit versehenen Übersetzungselements ist eine Zustandsgröße, wodurch sich die entsprechenden Einträge in $\mathbf{D}_{45}$ zu null ergeben. Um die Einflüsse der zusätzlichen Federsteifigkeiten auf die Simulationsergebnisse möglichst gering zu halten, müssen sehr hohe Federsteifigkeiten gewählt und L-stabile Solver verwendet werden. Letzteres ist ohnehin erforderlich, da zur Modellierung von Schaltelementen bereits hohe Federsteifigkeiten berücksichtigt wurden. Die numerische Lösung der Modellgleichungen bzw. die Auswahl eines geeigneten Solvers erfolgt im folgenden Abschnitt.

Diskretisierung und Simulationsalgorithmus

Die Lösung der Zustandsdifferenzialgleichung (3.79) erfolgt mittels eines numerischen Lösungsverfahrens, das aus der einschlägigen Literatur ausgewählt und übernommen wird. Neben numerischer Stabilität soll auch die Echtzeitfähigkeit der Getriebemodelle zur Anwendung im Rahmen von HIL-Simulationen gewährleistet werden. Damit die Modellgleichungen auf einer Echtzeitsimulations-Hardware ausführbar sind, muss die Simulation mit einer festen Schrittweite erfolgen. Darüber hinaus werden für Echtzeitanwendungen Einschrittverfahren verwendet, bei denen die Berechnung der aktuellen Zustandsgröße ausschließlich auf Werten des vorangegangenen Zeitschrittes erfolgt [104].

Aufgrund der zusätzlich in die Getriebemodelle eingeführten und sehr hoch gewählten Federsteifigkeiten bilden die Modelle steife Systeme ab, d. h., es treten gleichzeitig sehr schnelle und sehr langsame Vorgänge auf bzw. die betragsmäßigen Realteile der Eigenwerte des Systems liegen sehr weit auseinander (laut [83] mit Verhältnissen vom maximalen zum minimalen Realteil $> 10^3$). Zur stabilen numerischen Abbildung solcher Systeme eignen sich insbesondere L-Stabile Diskretisierungsverfahren. Diese Verfahren besitzen die Eigenschaft, dass wenn die Schrittweite nicht an der kleinsten Zeitkonstante im System bzw. an dem Eigenwert mit dem größten betragsmäßigen Realteil ausgelegt ist, der Einfluss hoher Eigenwerte und die damit verbundenen hochfrequenten Anteile nur stark gedämpft oder gar nicht mehr abgebildet werden. Dadurch lässt sich die Schrittweite so wählen, dass nur die Systemdynamik abgebildet wird, die von Interesse ist, ohne dass dabei die zeitdiskrete Abbildung instabil wird oder unerwünschte numerische Oszillationen auftreten. Die theoretischen Grundlagen sowie die Möglichkeit L-stabile Verfahren zu entwickeln sind im Anhang A.9 angegeben. Als L-stabiles Verfahren zur Diskretisierung der Getriebemodelle wird das implizite Euler-Verfahren

(Rückwärts-Euler) verwendet. Angewendet auf die für einen Abtastschritt lineare Zustandsdifferenzialgleichung (3.79) ergibt

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}\left(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right) \cdot \mathbf{x}_k + \mathbf{H}\left(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right) \cdot \tilde{\mathbf{u}}_k \ , \tag{3.84}$$

mit den Matrizen

$$\begin{aligned} \mathbf{\Phi}\left(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right) &= \left(\mathbf{I} - T \cdot \tilde{\mathbf{A}}\left(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right)\right)^{-1} \ \text{und} \\ \mathbf{H}\left(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right) &= T \cdot \left(\mathbf{I} - T \cdot \tilde{\mathbf{A}}\left(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}\right)\right)^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{B}} \end{aligned} \tag{3.85}$$

für alle sinnvollen Kombination der Schaltzustände in $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$.

Bild 3.26 zeigt zusammenfassend den Simulationsalgorithmus für dynamische Getriebemodelle. Die Untermatrizen der einzelnen Vektorgleichungen ergeben sich durch die Anordnung und Aufteilung der Ein- und Ausgangsgrößen gemäß (3.68) und (3.69). Im letzten Schritt des Algorithmus erfolgt die Auswertung der Schalt-

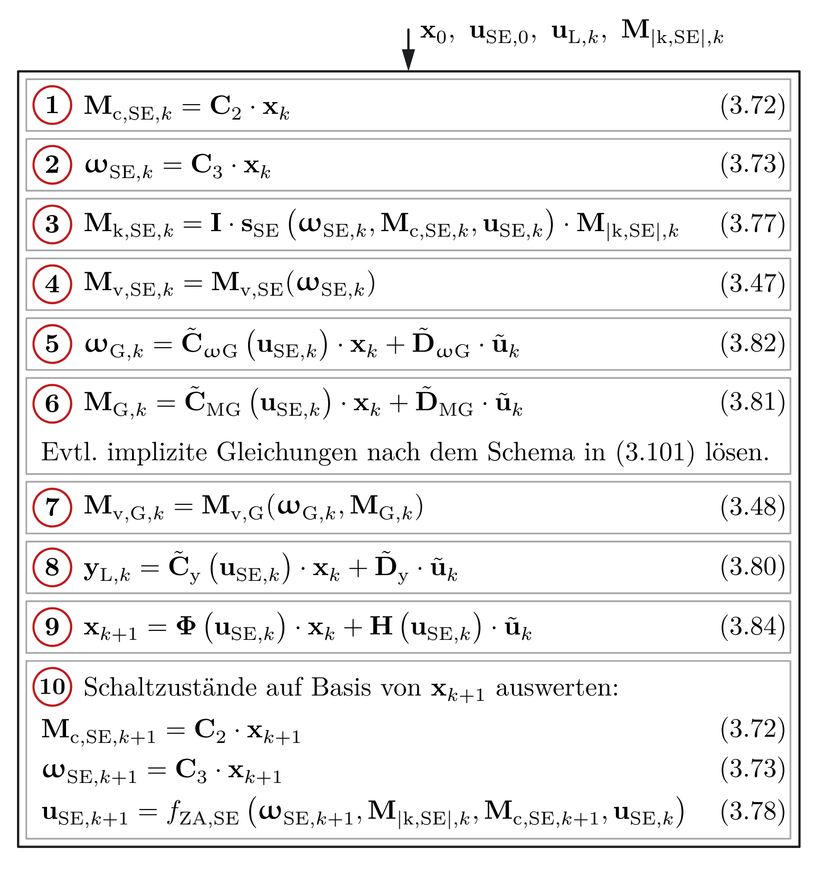


Bild 3.26: Iterativer Simulationsalgorithmus für dynamische Getriebemodelle.

zustände auf Basis der zukünftigen Zustandsgrößen $\mathbf{x}_{k+1}$, damit ein möglicher Wechsel innerhalb des nächsten Simulationsschrittes detektiert wird und die zugehörigen Systemmatrizen hierfür bereitgestellt werden.

Anwendungsbeispiel

Als Anwendungsbeispiel dient das in Bild 3.27 als Netzwerk dargestellte Getriebe. Es verfügt über zwei Gänge, die sich durch Schließen des Schaltelements K1 (1. Gang) und K2 (2. Gang) aktivieren lassen. Die Diskretisierung des entsprechenden Getriebemodells erfolgt mittels des impliziten Euler-Verfahrens und einer Schrittweite von $T = 1$ ms (siehe (3.85)). Zur Validierung der Simulationsergebnisse dient eine zeitkontinuierliche (variable Schrittweite) Simulation des Getriebes mit dem auf Matlab/Simulink basierenden Simulationstool SimDriveLine (SDL). Gegenüber diesem Tool können mit dem in dieser Arbeit entwickelten Modellierungsansatz Getriebemodelle erzeugt werden, die Verluste berücksichtigen und gleichzeitig für Echtzeitanwendungen geeignet sind. Darüber hinaus lassen sich die Schleppmomente bei Kupplungen sowie die Verlustdrehmomente bei Übersetzungen im Rahmen der zugrunde gelegten Abhängigkeiten in (3.45) und (3.46) durch beliebige Funktionen beschreiben. Um die Vergleichbarkeit zu dem Referenzmodell sicherzustellen, werden die nichtlinearen Funktionen zur Beschreibung der Getriebeverluste gemäß den in SDL gegebenen Modellierungsmöglichkeiten gewählt. Somit wird für die Übersetzung ein konstanter Wirkungsgrad und für die Kupplungen ein linear von der Differenzwinkelgeschwindigkeit abhängiges Schleppmoment angenommen. Ausführliche Angaben zu den Modellparametern sowie die zugrunde liegenden Modellgleichungen sind im Anhang A.10 angegeben. Es wird eine zugkraftunterbrechungsfreie Zughochschaltung simuliert, d. h., die Last wird von K1 auf K2 übergeben.

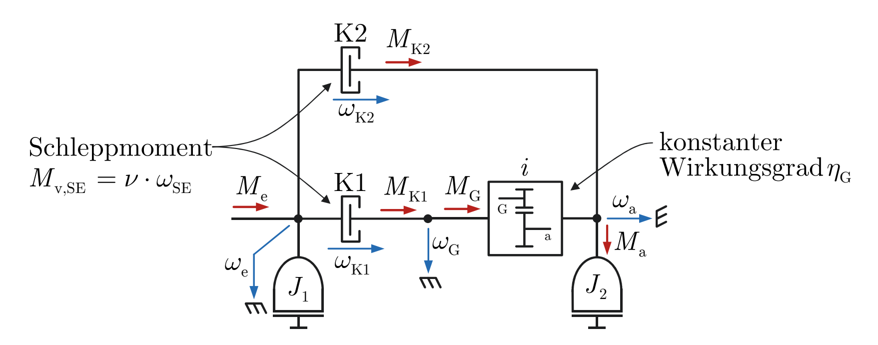


Bild 3.27: Netzwerk des zweigängigen Beispielgetriebes mit $J_1 = 0,04$ kg m^2, $J_2 = 40,5$ kg m^2, $i = 2$, $\eta_G = 95\,\%$ und $\nu = 0,01$ Nms/rad.

Bild 3.28 zeigt die Simulationsergebnisse der Ein- und Ausgangsgrößen des Getriebes, der Kupplungsgrößen und der Verlustleistungen. Die an den Kupplungen auftretenden Verlustleistungen entstehen aufgrund von Schleppmomenten und Gleit-

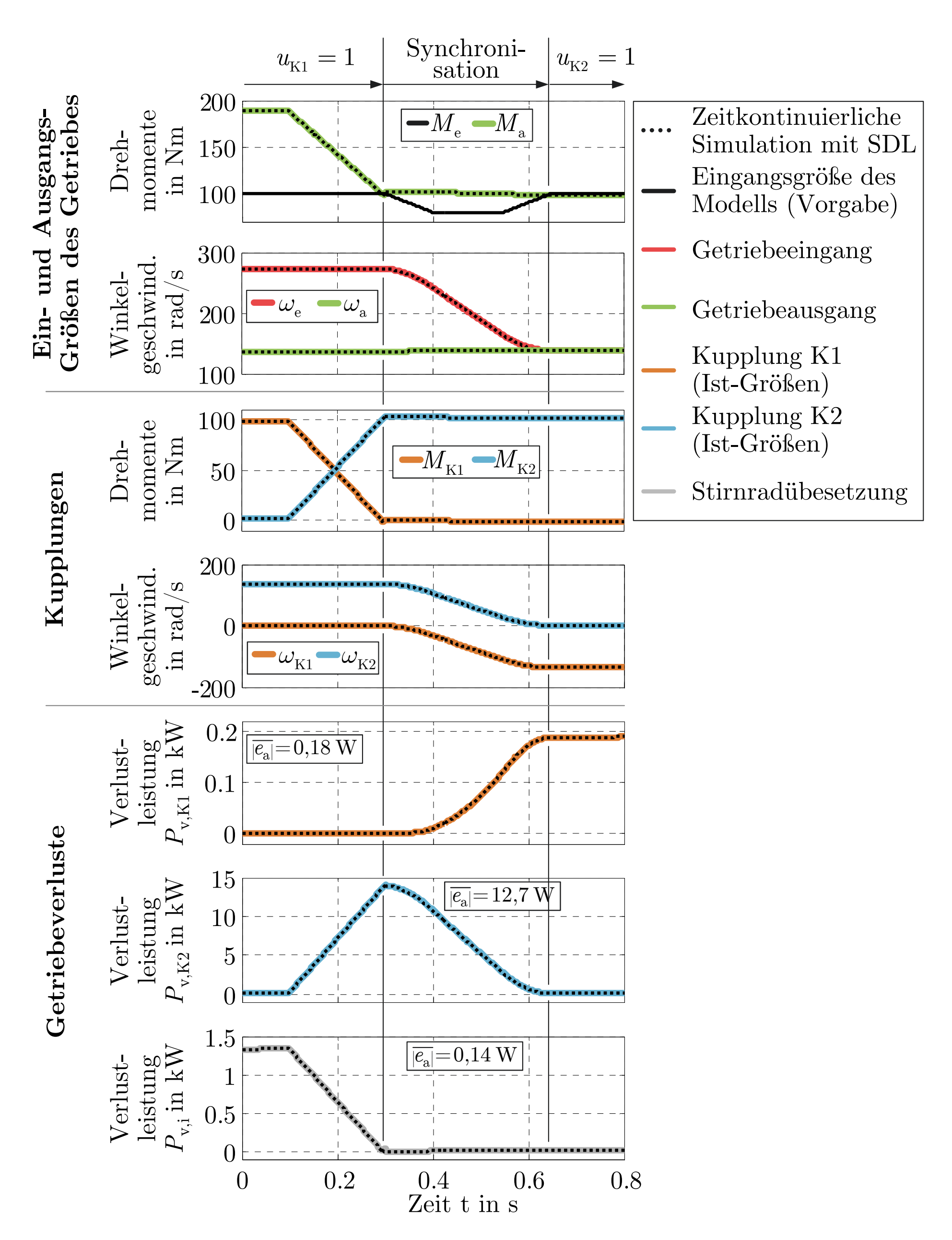


Bild 3.28: Vergleich der Ergebnisse einer zeitdiskreten und zeitkontinuierlichen Simulation des in Bild 3.27 gezeigten Beispielgetriebes.

reibung. Letzteres kann insbesondere während der Überschneidungs- und Synchronisationsphase kurzzeitig zu hohen Verlusten führen, was gemäß dem vorletzten Verlauf in Bild 3.28 für K2 der Fall ist. Da sich die Differenzwinkelgeschwindigkeit ω_{K1} erst in der Synchronisationsphase bei vollständig geöffneter Kupplung K1 aufbaut, werden die deutlich geringeren Verluste an K1 ausschließlich durch das Schleppmoment verursacht. Während der Überschneidungsphase verlagert sich die Drehmomentübertragung auf den Leistungspfad von K2, weshalb die Verluste an der Übersetzung durch Öffnen von K1 sinken (unterer Verlauf in Bild 3.28).

Insgesamt liegt eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der zeitkontinuierlichen Simulation vor, was die Mittelwerte der betragsmäßigen absoluten Fehlerverläufe zwischen den Ergebnissen des neuen Modells und des Referenzmodells $|\bar{e}_{\mathrm{a}}|$ in Bild 3.28 zeigen. Der Rechenaufwand des neuen Modells umfasst die Auswertung von einer Zustandsdifferenzengleichung mit vier Zustandsgrößen, einer Ausgangsgleichung mit elf Ausgangsgrößen, zwei Zustandsautomaten, zwei Vorzeichenfunktionen und drei nichtlineare Funktionen zur Berücksichtigung der Verluste (vgl. Anhang A.10). Letztere lassen sich direkt Auswerten, da keine impliziten Gleichungen vorliegen. In der im Rahmen dieser Arbeit entstandenen Veröffentlichung [V5] wurde ein ähnlich komplexes Getriebe bestehend aus drei einfachen Planetengetrieben und zwei Schaltelementen auf einem Echtzeitsystem implementiert und ausgeführt[28]. Die Diskretisierung des Modells erfolgte ebenfalls mit einer Schrittweite von 1 ms. Es ergab sich auf dem Echtzeitsystem eine maximale Berechnungsdauer des Modells von ca. 12 µs, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass das oben betrachtete Getriebemodell und auch Modelle deutlich komplexerer Getriebe in Echtzeit ausführbar sind.

3.3.4 Lösung impliziter Drehmomentgleichungen

Sowohl bei stationären als auch bei dynamischen Getriebemodellen ist die Kenntnis der Drehmomente $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ erforderlich, um die Verlustdrehmomente $\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}})$ der Übersetzungen bestimmen und im jeweiligen Modell berücksichtigen zu können. Wie bereits in den Kapiteln 3.3.2 und 3.3.3 erwähnt wurde, kann die Gleichung für $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ implizit sein. Um dies zu untersuchen und einen geeigneten Lösungsansatz zu entwickeln, wird die Gleichung für $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ in der verallgemeinerten Form

$$\mathbf{M}_{\mathrm{G}} = \mathbf{M}_{\mathrm{G0}} + \mathbf{K}_{\mathrm{MG}} \cdot \mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}}) \tag{3.86}$$

[28] Als Echtzeithardware wurde das dSPACE DS1006 Prozessorboard verwendet.

betrachtet, wobei für stationäre Getriebemodelle gemäß (3.54)

$$\mathbf{M}_{\mathrm{G0}} = \mathbf{G}_{21}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{M}_{\mathrm{u}} + \mathbf{G}_{22}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}) + \mathbf{G}_{\mathrm{d21}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{u}}, \tag{3.87}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{MG}} = \mathbf{G}_{23}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \tag{3.88}$$

und für dynamische Getriebemodelle gemäß (3.81)

$$\mathbf{M}_{\mathrm{G0}} = \tilde{\mathbf{C}}_{\mathrm{MG}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D}_{41} \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{L}} + \mathbf{D}_{43} \cdot \mathbf{M}_{\mathrm{k,SE}} + \mathbf{D}_{44} \cdot \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}), \tag{3.89}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{MG}} = \mathbf{D}_{45} \tag{3.90}$$

gilt. Hierbei entspricht $\mathbf{M}_{\mathrm{G0}}$ den bei idealisierter Leistungsübertragung vorliegenden Drehmomenten an den Übersetzungselementen. Ob und mit welcher Komplexität implizite Zusammenhänge in (3.86) auftreten, ist maßgeblich von den konkreten Funktionsausdrücken in $\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\cdot)$ sowie von den tatsächlich besetzten Einträgen in $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ abhängig. Um einen Lösungsansatz für (3.86) zu entwickeln, werden zunächst elementare Übersetzungsstrukturen von Stirnrad- und Umlaufgetrieben in Hinblick auf die jeweils resultierende Besetzung von $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ untersucht.

Bild 3.29 zeigt zwei serielle Anordnungen von jeweils l Stirnradübersetzungen, wobei die nichtlinearen Funktionen zur Beschreibung der Getriebeverluste durch gesteuerte Drehmomentquellen an den jeweiligen Übersetzungselementen repräsentiert werden. Um (3.86) für die Getriebestrukturen in Bild 3.29 aufzustellen, müssen die zur Auswertung der nichtlinearen Funktionen erforderlichen Drehmomente (blaue Pfeile) in Abhängigkeit einer Eingangsgröße (rote Pfeile) ausgedrückt werden. Hierbei kommt es darauf an, in welcher Richtung die Übersetzungselemente bezogen auf die Eingangsgröße angeordnet sind. In Bild 3.29a) beispielsweise sind alle Übersetzungselemente so angeordnet, dass sich die gesuchten Drehmomente anhand des Eingangsdrehmoments M^* bzw. des Ausgangsdrehmoments $M_{\mathrm{Gx,2}}$ vom jeweils vorherigen Übersetzungselement ergeben. Die Beziehung zwischen den

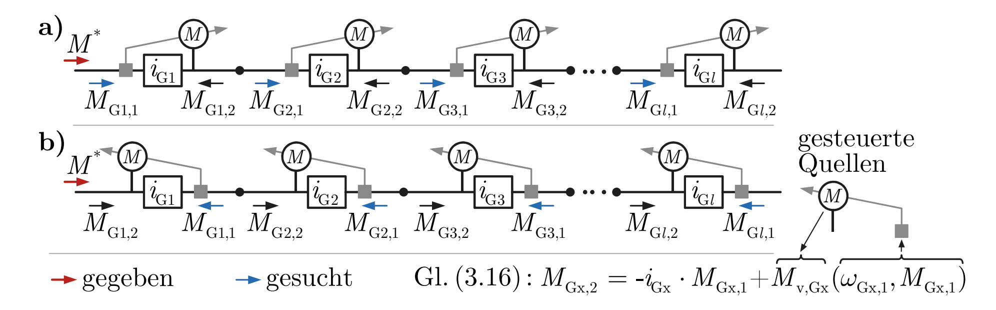


Bild 3.29: Serielle Anordnungen von Stirnradübersetzungen mit jeweils entgegengesetzter Anordnung der Übersetzungselemente.

Drehmomenten eines jeden Übersetzungselements ist durch (3.16) definiert. Der gesuchte Drehmomentvektor $\mathbf{M}_\mathrm{G}$ bzw. die einzelnen Drehmomente in diesem Vektor ergeben sich durch Aufstellen der Drehmomentgleichungen (3.16) für die einzelnen Übersetzungselemente und entsprechendes ineinander Einsetzen. Für die Anordnung in Bild 3.29a) ergibt sich dadurch

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G}1,1} \\ M_{\mathrm{G}2,1} \\ M_{\mathrm{G}3,1} \\ \vdots \\ M_{\mathrm{G}l,1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_\mathrm{G}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}_{1,0} \\ \tilde{i}_{2,0} \\ \tilde{i}_{3,0} \\ \vdots \\ \tilde{i}_{l,0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}0}} \cdot M^* - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{i}_{2,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{i}_{3,1} & \tilde{i}_{3,2} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{i}_{l,1} & \tilde{i}_{l,2} & \tilde{i}_{l,3} & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_\mathrm{MG}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,G}1}\left(\omega_{\mathrm{G}1,1}, M_{\mathrm{G}1,1}\right) \\ M_{\mathrm{v,G}2}\left(\omega_{\mathrm{G}2,1}, M_{\mathrm{G}2,1}\right) \\ M_{\mathrm{v,G}3}\left(\omega_{\mathrm{G}3,1}, M_{\mathrm{G}3,1}\right) \\ \vdots \\ M_{\mathrm{v,G}l}\left(\omega_{\mathrm{G}l,1}, M_{\mathrm{G}l,1}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}, \mathbf{M}_\mathrm{G})}, \quad (3.91)$$

mit

$$\tilde{i}_{q,p} = \prod_{h=q}^{l} i_{\mathrm{G}h}^{-1} \cdot \prod_{j=p}^{l-1} i_{\mathrm{G}(j+1)} \quad (3.92)$$

für $q > p$. Die Variablen q und p bezeichnen hierbei die Indizes der Einträge im Vektor $\mathbf{M}_{\mathrm{G}0}$ und in der Matrix $\mathbf{K}_\mathrm{MG}$. In diesem Fall ist $\mathbf{K}_\mathrm{MG}$ eine untere Dreiecksmatrix, bei der die Hauptdiagonale ausschließlich mit Null-Einträgen besetzt ist. Somit liegen keine impliziten Gleichungen vor und $\mathbf{M}_\mathrm{G}$ ergibt sich durch sukzessives Berechnen und ineinander Einsetzen der einzelnen Gleichungen beginnend von der ersten Zeile. In Bild 3.29b) sind die Übersetzungselemente gegenüber der oberen Anordnung entgegengesetzt ausgerichtet. Die gesuchten Drehmomente ergeben sich hierbei zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G}1,1} \\ M_{\mathrm{G}2,1} \\ M_{\mathrm{G}3,1} \\ \vdots \\ M_{\mathrm{G}l,1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_\mathrm{G}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}_{1,1} \\ \tilde{i}_{2,1} \\ \tilde{i}_{3,1} \\ \vdots \\ \tilde{i}_{l,1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}0}} \cdot M^* - \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{i}_{2,1} & \tilde{i}_{2,2} & 0 & \dots & 0 \\ \tilde{i}_{3,1} & \tilde{i}_{3,2} & \tilde{i}_{3,3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{i}_{l,1} & \tilde{i}_{l,2} & \tilde{i}_{l,3} & \dots & \tilde{i}_{l,l} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_\mathrm{MG}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,G}1}\left(..., M_{\mathrm{G}1,1}\right) \\ M_{\mathrm{v,G}2}\left(..., M_{\mathrm{G}2,1}\right) \\ M_{\mathrm{v,G}3}\left(..., M_{\mathrm{G}3,1}\right) \\ \vdots \\ M_{\mathrm{v,G}l}\left(..., M_{\mathrm{G}l,1}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}, \mathbf{M}_\mathrm{G})}, \quad (3.93)$$

mit

$$\tilde{i}_{q,p} = -\prod_{j=p}^{q} i_{\mathrm{G}j}^{-1} \quad (3.94)$$

für $q \geq p$. Auch hier liegt $\mathbf{K}_{\text{MG}}$ als untere Dreiecksmatrix vor. Allerdings ist die Hauptdiagonale mit Einträgen ungleich null besetzt, wodurch sich für die einzelnen Drehmomentgleichungen ein impliziter Zusammenhang ergibt. Da ausschließlich Einträge auf und unterhalb der Hauptdiagonalen von $\mathbf{K}_{\text{MG}}$ auftreten, liegen skalare implizite Gleichungen vor, die jeweils einzeln gelöst und sukzessiv ineinander eingesetzt werden können. Das Vertauschen der Anordnung einzelner Übersetzungselemente beeinflusst lediglich die Einträge auf und unterhalb der Hauptdiagonalen von $\mathbf{K}_{\text{MG}}$, wodurch bei einer seriellen Anordnung mit unterschiedlich ausgerichteten Übersetzungselementen stets die untere Dreiecksform erhalten bleibt.

Bild 3.30 zeigt die Anordnungen von l parallelen Übersetzungselementen, bei denen jeweils ein Übersetzungselement i_{Gr} in Reihe angeordnet ist. Analog zur seriellen Anordnung werden entgegengesetzte Ausrichtungen der Übersetzungselemente betrachtet und die gesuchten Drehmomente anhand von (3.16) formuliert.

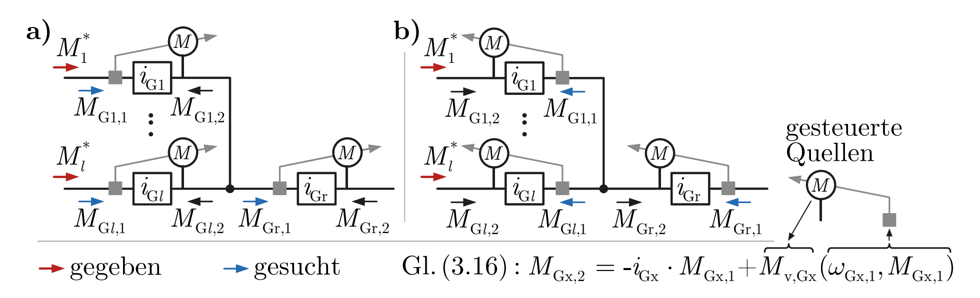


Bild 3.30: Parallele Anordnungen von Stirnradübersetzungen mit jeweils entgegengesetzter Anordnung der einzelnen Übersetzungselemente.

Für die in Bild 3.30a) gezeigte Übersetzungsstruktur ergeben sich die gesuchten Drehmomente zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\text{G1},1} \\ \vdots \\ M_{\text{G}l,1} \\ M_{\text{Gr},1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\text{G}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \\ i_{\text{G1}} & \dots & i_{\text{G}l} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_1^* \\ \vdots \\ M_l^* \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\text{G0}}} \dots$$
$$\dots - \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{\text{MG}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\text{v,G1}}\left(\omega_{\text{G1},1}, M_{\text{G1},1}\right) \\ \vdots \\ M_{\text{v,G}l}\left(\omega_{\text{G}l,1}, M_{\text{G}l,1}\right) \\ M_{\text{v,Gr}}\left(\omega_{\text{Gr},1}, M_{\text{Gr},1}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\text{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\text{G}},\mathbf{M}_{\text{G}})} \tag{3.95}$$

und für die in Bild 3.30b) gezeigte Übersetzungsstruktur zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G1,1}} \\ \vdots \\ M_{\mathrm{G}l\mathrm{,1}} \\ M_{\mathrm{Gr,1}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}}} = - \underbrace{\begin{bmatrix} i_{\mathrm{G1}}^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & i_{\mathrm{G}l}^{-1} \\ \tilde{i}_1^{-1} & \dots & \tilde{i}_l^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1^* \\ \vdots \\ M_l^* \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G0}}} \dots$$
$$\dots + \underbrace{\begin{bmatrix} i_{\mathrm{G1}}^{-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & i_{\mathrm{G}l}^{-1} & 0 \\ \tilde{i}_1^{-1} & \dots & \tilde{i}_l^{-1} & i_{\mathrm{Gr}}^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,G1}}\left(\omega_{\mathrm{G1,1}}, M_{\mathrm{G1,1}}\right) \\ \vdots \\ M_{\mathrm{v,G}l}\left(\omega_{\mathrm{G}l\mathrm{,1}}, M_{\mathrm{G}l\mathrm{,1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,Gr}}\left(\omega_{\mathrm{Gr,1}}, M_{\mathrm{Gr,1}}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}},\mathbf{M}_{\mathrm{G}})}, \tag{3.96}$$

mit $\tilde{i}_p = i_{\mathrm{G}p} \cdot i_{\mathrm{Gr}}$. Bei beiden Übersetzungsstrukturen ergeben sich bezüglich $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ ausschließlich Einträge auf und unterhalb der Hauptdiagonalen, was wiederum eine untere Dreiecksmatrix ergibt. Ein Vertauschen der Ausrichtung einzelner Übersetzungselemente bei der Parallelanordnung beeinflusst ausschließlich die Einträge auf der Hauptdiagonalen von $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ bzw. bezüglich der zusätzlichen Reihenübersetzung i_{Gr} auch die entsprechenden Einträge unterhalb der Diagonalen. Darüber hinaus ergeben sich bei Kombinationen aus seriellen und parallelen Übersetzungsstrukturen ebenfalls nur Einträge auf oder unterhalb der Hauptdiagonalen. Beispielsweise ergibt sich das Gleichungssystem für eine parallele Übersetzungsstruktur mit jeweils mehreren seriell angeordneten Übersetzungselementen in jedem Parallelzweig durch Einsetzen eines Gleichungssystems der Form (3.91) bzw. (3.93) in die einzelnen Zeilen von (3.95) bzw. (3.96) (mit entsprechendem Auffüllen von Null-Einträgen). Das Ergebnis für $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ ist wieder eine untere Dreiecksmatrix.

Schaltelemente in Getrieben ermöglichen die Umschaltung zwischen verschiedenen Übersetzungsstrukturen, sodass $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ zumindest bei stationären Getriebemodellen eine Funktion der Schaltzustände $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ ist. Da jede dieser Übersetzungsstrukturen für sich betrachtet wieder einer seriellen, parallelen oder kombinierten Anordnung von Stirnradübersetzungen entspricht, ordnen sich die Einträge in $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ für jeden möglichen Schaltzustand auf oder unterhalb der Hauptdiagonalen an. Auch wenn streng genommen kein allgemeiner Nachweis vorliegt, dass durch Kombinieren der oben angegeben Ergebnisse alle denkbaren Zusammenschaltungen berücksichtigt werden können, so hat sich die Annahme von $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ als untere Dreiecksmatrix bei praxisrelevanten Übersetzungsstrukturen bewahrheitet. Daher wird angenommen,

dass sich für beliebige Zusammenschaltungen von Stirnradübersetzungselementen die maximale Besetzung von $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ einer unteren Dreiecksmatrix entspricht. Die untere Dreiecksform ist keine zwingende Bedingung im Hinblick auf die Lösbarkeit von (3.86). Sie ist lediglich eine günstige Eigenschaft, die die Lösung des impliziten Gleichungssystems vereinfacht.

Bild 3.31 zeigt die Zusammenschaltungen von Übersetzungselementen zu einfachen Umlaufgetrieben mit je zwei Zahnradpaarungen und einem gemeinsamen Planetenträger (vgl. Beispiel in Bild 3.14). Unter Vorgabe des Drehmoments an einem der Zahnräder des Umlaufgetriebes (z. B. $M_{\mathrm{G1,1}}$ oder $M_{\mathrm{G2,1}}$ in Bild 3.31a)) ergeben sich die gesuchten Drehmomente nach den gleichen Gesetzmäßigkeiten wie bei Stirnradübersetzungen (vgl. (3.16) und (3.19)). Die Matrix $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ weist in solchen Fällen dieselben Einträge auf, die sich für eine serielle Anordnung von zwei entsprechend angeordneten Stirnradübersetzungen ergeben. Daher wird im Folgenden lediglich die Vorgabe des Drehmoments M^* am Planetenträger betrachtet.

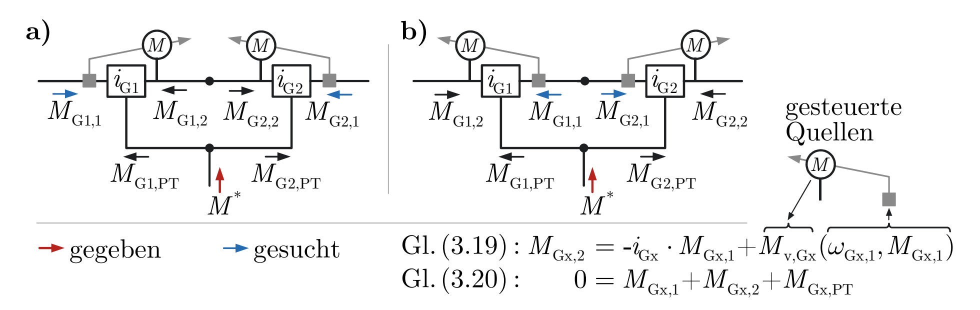


Bild 3.31: Anordnung elementarer Übersetzungselemente für einfache Umlaufgetriebe mit je umgekehrter Anordnung der Zahnradpaarung.

Unter Verwendung von (3.19) und (3.20) ergeben sich die gesuchten Drehmomente für die Anordnung in Bild 3.31a) zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G1,1}} \\ M_{\mathrm{G2,1}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} i_{\mathrm{G2}} \cdot \tilde{i}^{-1} \\ -i_{\mathrm{G1}} \cdot \tilde{i}^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G0}}} \cdot M^* + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}^{-1} & \tilde{i}^{-1} \\ -\tilde{i}^{-1} & -\tilde{i}^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,G1}}\left(..., M_{\mathrm{G1,1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,G2}}\left(..., M_{\mathrm{G2,1}}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}})} \tag{3.97}$$

und für die Anordnung in Bild 3.31b) zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G1,1}} \\ M_{\mathrm{G2,1}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}^{-1} \\ -\tilde{i}^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G0}}} \cdot M^* + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}^{-1} & \tilde{i}^{-1} \\ -\tilde{i}^{-1} & -\tilde{i}^{-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,G1}}\left(..., M_{\mathrm{G1,1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,G2}}\left(..., M_{\mathrm{G2,1}}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}})}, \tag{3.98}$$

mit $\tilde{i} = i_{\mathrm{G1}} - i_{\mathrm{G2}}$. Bei beiden Varianten ist $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ voll besetzt, wodurch jeweils ein implizites Gleichungssystem mit gegenseitig voneinander abhängigen Teilgleichungen vorliegt. Eine unabhängige Lösung der beiden Drehmomentgleichungen ist somit nicht möglich. Da für die Anordnung in Bild 3.31b) $M_{\mathrm{G1,1}} = -M_{\mathrm{G2,1}}$ und $\omega_{\mathrm{G1,1}} = \omega_{\mathrm{G2,1}}$ gilt, lässt sich (3.98) zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G1,1}} \\ M_{\mathrm{G2,1}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}^{-1} \\ -\tilde{i}^{-1} \end{bmatrix} \cdot M^* +}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G0}}} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}^{-1} & 0 \\ -\tilde{i}^{-1} & 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{MG}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{M}_{\mathrm{v}}\left(\omega_{\mathrm{G1,1}}, M_{\mathrm{G1,1}}\right) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{M}}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}},\mathbf{M}_{\mathrm{G}})}, \tag{3.99}$$

mit

$$\tilde{M}_{\mathrm{v}}\left(\omega_{\mathrm{G1,1}}, M_{\mathrm{G1,1}}\right) = M_{\mathrm{v,G1}}\left(\omega_{\mathrm{G1,1}}, M_{\mathrm{G1,1}}\right) + M_{\mathrm{v,G2}}\left(\omega_{\mathrm{G1,1}}, -M_{\mathrm{G1,1}}\right) \tag{3.100}$$

umformen. Somit liegt nur noch eine skalare und implizite Gleichung für $M_{\mathrm{G1,1}}$ vor, mit deren Lösung sich auch $M_{\mathrm{G2,1}}$ ergibt. Bei Zusammensetzungen von mehreren einfachen Umlaufgetrieben können implizite Gleichungssysteme mit mehr als zwei gegenseitig voneinander abhängigen Teilgleichungen auftreten. In solchen Fällen kann zwar gemäß des obigen Beispiels die Anzahl der impliziten Teilgleichungen reduziert werden, jedoch lassen sich gegenseitige Abhängigkeiten zwischen den impliziten Teilgleichungen nicht gänzlich vermeiden. Bei komplexeren Umlaufgetrieben mit mehreren ineinander verzahnten Planetenrädern, wie z. B. einem Ravigneaux-Radsatz, liegen aufgrund der zugehörigen Anordnung von Übersetzungselementen keine Bedingungen zur Reduzierung der Anzahl an impliziten Teilgleichungen mehr vor. Daher können auch hierbei unter Vorgabe des Eingangsdrehmoments an bestimmten Wellen implizite Gleichungssysteme entstehen.

Zur Lösung von (3.86) werden die einzelnen Teilgleichungen für die Drehmomente in $\mathbf{M}_{\mathrm{G}}$ zunächst so angeordnet, dass sich die Einträge von $\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}$ ausschließlich auf und unterhalb der Hauptdiagonalen bzw. bei mehreren gegenseitig voneinander abhängigen Teilgleichungen als Block symmetrisch zur Hauptdiagonalen anordnen. Allgemein betrachtet liegt (3.86) dann z. B. gemäß

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{G1,1}} \\ M_{\mathrm{G2,1}} \\ M_{\mathrm{G3,1}} \\ M_{\mathrm{G4,1}} \\ \vdots \\ M_{\mathrm{G}l,1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{G}}} = \mathbf{M}_{\mathrm{G0}} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & 0 & \dots & 0 \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & 0 & \dots & 0 \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{l1} & k_{l2} & k_{l3} & k_{l4} & \dots & k_{ll} \end{bmatrix}}_{\mathbf{K}_{\mathrm{MG}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,G1}}\left(..., M_{\mathrm{G1,1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,G2}}\left(..., M_{\mathrm{G2,1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,G3}}\left(..., M_{\mathrm{G3,1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,G4}}\left(..., M_{\mathrm{G4,1}}\right) \\ \vdots \\ M_{\mathrm{v,G},l}\left(..., M_{\mathrm{G}l,1}\right) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}},\mathbf{M}_{\mathrm{G}})} \tag{3.101}$$

vor, wobei die zu einem Eintrag auf der Hauptdiagonalen zugehörige Gleichung bzw. das zu einem Block von Einträgen zugehörige Gleichungssystem jeweils im Hinblick auf die impliziten Zusammenhänge einzeln betrachtet werden kann. Um die Lösung der gesamten Vektorgleichung zu erhalten, werden die einzelnen Gleichungen und Gleichungssysteme sukzessiv gelöst und die jeweiligen Teillösungen zur Lösung der nachfolgenden Gleichungen verwendet. Die konkrete Vorgehensweise zur Lösung der einzelnen impliziten Gleichungen und Gleichungssystemen ist letztlich von den vorliegenden nichtlinearen Funktionsausdrücken in $\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}})$ abhängig (siehe Kapitel 3.3.5). Bei einfachen analytischen Ausdrücken lassen sich die Gleichungen möglicherweise umformen, sodass eine analytische Lösung der impliziten Zusammenhänge möglich ist. Andernfalls müssen geeignete numerische Verfahren angewendet werden, die die Lösung der impliziten Gleichungen durch eine iterative Berechnungsweise annähern (z. B. Newton-Verfahren).

3.3.5 Parametrierung

In diesem Kapitel wird ausschließlich die Parametrierung der Getriebemodelle im Hinblick auf die Getriebeverluste beschrieben. Sowohl bei stationären als auch bei dynamischen Getriebemodellen erfolgt die Berücksichtigung der Verluste anhand der bisher allgemein betrachteten nichtlinearen Funktionen für das Schleppmoment (3.45) und das Verlustdrehmoment bei Übersetzungen (3.46). Die Auswahl konkreter Funktionsausdrücke hierfür und deren Parametrierung kann entweder auf Basis von Schätzungen oder durch Anpassung auf Messdaten erfolgen. In den folgenden Abschnitten werden zunächst die Möglichkeiten zur Modellierung der Schlepp- und Verlustdrehmomente einzelner Schaltelemente bzw. Übersetzungen beschrieben. Darauf aufbauend erfolgt die exemplarische Parametrierung eines konkreten Multi-Mode-Getriebes auf Basis von Messdaten.

Schleppmomente

Bei nasslaufenden Schaltelementen entsteht im geöffneten Zustand aufgrund der Beölung ein Gegendrehmoment, das auch als Schleppmoment bezeichnet wird. Dieses ist im Allgemeinen abhängig von der Differenzwinkelgeschwindigkeit ω_{SE} zwischen den Reibflächen. Oft erfolgt die Beschreibung anhand der Viskosität eines newtonschen Fluids, sodass sich

$$M_{\mathrm{v,SE}}\left(\omega_{\mathrm{SE}}\right) = \nu \cdot \omega_{\mathrm{SE}}, \tag{3.102}$$

mit der Viskositäts-Konstanten ν des Öls ergibt. Laut [172] ist diese Annahme nur bei geringen Differenzwinkelgeschwindigkeiten gültig, da sich bei höheren Differenzwinkelgeschwindigkeiten das Öl zwischen den Reibflächen mit Luft vermischt und dadurch eine Reduzierung des Schleppmoments hervorgerufen wird. Unter Berücksichtigung dieses Effekts liegt die in Bild 3.32 schematisch dargestellte Abhängigkeit des Schleppmoments $M_{\mathrm{v,SE}}$ von der Differenzwinkelgeschwindigkeit ω_{SE} vor. Sofern dieser Zusammenhang bekannt ist, lässt er sich entsprechend als Kennlinie im Getriebemodell berücksichtigen. Alternativ kann auch als Vereinfachung ein konstantes Schleppmoment angenommen werden, sodass sich z. B. im Bezug zu Bild 3.32

$$M_{\mathrm{v,SE}}\left(\omega_{\mathrm{SE}}\right)=\begin{cases}\dfrac{\tilde{M}_{\mathrm{v,SE}}}{\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}}\cdot\omega_{\mathrm{SE}} & \text{, für } \left|\omega_{\mathrm{SE}}\right|\leq\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}},\\ \tilde{M}_{\mathrm{v,SE}}\cdot\operatorname{sign}\left(\omega_{\mathrm{SE}}\right) & \text{, für } \left|\omega_{\mathrm{SE}}\right|>\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}},\end{cases} \tag{3.103}$$

mit $\tilde{M}_{\mathrm{v,SE}},\ \tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}\in\mathbb{R}^{>0}$ ergibt. Hierbei muss sichergestellt sein, dass bei Haftreibung kein Schleppmoment mehr vorliegt. Daher wird unterhalb einer definierten Winkelgeschwindigkeitsgrenze $\tilde{\omega}_{\mathrm{SE}}$ ein linearer Zusammenhang mit Nulldurchgang angenommen.

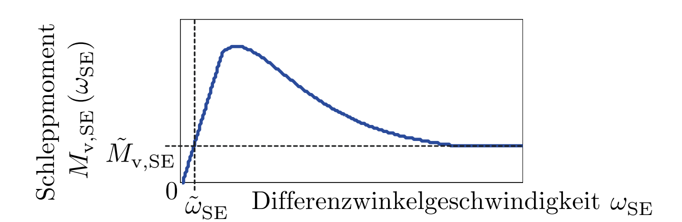
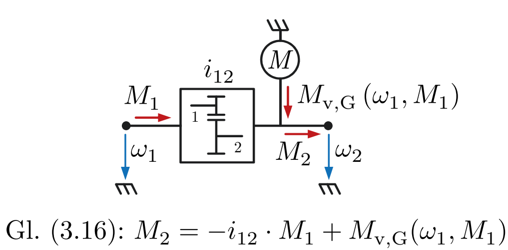


Bild 3.32: Schematische Darstellung des Schleppmoments einer nasslaufenden Lamellenkupplung im geöffneten Zustand [172].

Verlustdrehmomente bei Übersetzungen

Die Verluste bei Übersetzungen werden gemäß (3.16) bzw. (3.19) durch einen zusätzlichen Drehmomentterm in der zugehörigen Drehmomentgleichung berücksichtigt, was beim zugehörigen Netzwerkelement einer Übersetzung dem Einfügen einer Drehmomentquelle entspricht. Dies ist in Bild 3.33 exemplarisch für eine Stirnradübersetzung dargestellt. Der Ausdruck zur Beschreibung des Verlustdrehmoments $M_{\mathrm{v,G}}$ ist eine Funktion von der eingangsseitigen Winkelgeschwindigkeit ω_1 und dem zu übertragenden Drehmoment M_1. Auch wenn die folgenden Betrachtungen zur Definition von $M_{\mathrm{v,G}}$ am Beispiel von Stirnradübersetzungen erfolgen, so sind



Gl. (3.16): $M_2 = -i_{12} \cdot M_1 + M_{\mathrm{v,G}}(\omega_1, M_1)$

Bild 3.33: Netzwerkelement einer Stirnradübersetzung mit Drehmomentquelle zur Berücksichtigung des Verlustdrehmoments $M_{\mathrm{v,G}}$.

diese grundsätzlich auch für Umlaufgetriebe gültig. In diesem Fall muss lediglich die Abhängigkeit des Verlustdrehmoments $M_{\mathrm{v,G}}$ von ω_1 durch die zum Planetenträger relative Winkelgeschwindigkeit ω_{r1} ersetzt werden (vgl. (3.19)).

Eine Möglichkeit zur Festlegung der Funktion $M_{\mathrm{v,G}}(\omega_1, M_1)$ besteht in der Verwendung des Wirkungsgrades, der durch

$$\eta_{xy} = \frac{P_{\mathrm{Ab}}}{P_{\mathrm{Zu}}} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{-M_x \cdot \omega_x}{M_y \cdot \omega_y} \tag{3.104}$$

definiert ist. Je nachdem, welcher Welle der Übersetzung die Leistung zu- bzw. abgeführt wird, werden die Indizes x und y mit jeweils 1 oder 2 angegeben (vgl. Bild 3.33). Durch Aufstellen von (3.104) für beide Richtungen des Leistungsflusses und jeweiliges Umstellen nach M_2 ergibt sich

$$M_2 = -i_{12} \cdot M_1 \cdot \eta\,(\omega_1, M_1)\,, \tag{3.105}$$

mit der Wirkungsgradfunktion

$$\eta\,(\omega_1, M_1) = \begin{cases} \eta_{21} & , \text{für } (\omega_1 \cdot M_1) > 0 \\ \eta_{12}^{-1} & , \text{für } (\omega_1 \cdot M_1) < 0 \\ 1 & , \text{für } (\omega_1 \cdot M_1) = 0 \end{cases} \tag{3.106}$$

und den konstanten Wirkungsgraden η_{12} und η_{21} für die jeweiligen Flussrichtungen von P_1. Gleichung (3.105) lässt sich durch beidseitiges Erweitern mit $-i_{12} \cdot M_1$ nach

$$M_2 = -i_{12} \cdot M_1 + \underbrace{i_{12} \cdot M_1 \cdot (1 - \eta\,(\omega_1, M_1))}_{M_{\mathrm{v,G}}(\omega_1, M_1)} \tag{3.107}$$

umformen, sodass sich die ursprüngliche Form der Drehmomentgleichung (3.16) mit dem Verlustdrehmoment $M_{\mathrm{v,G}}$ ergibt.

Durch die Wirkungsgradfunktion (3.106) wird das Reibverhalten um $\omega_1 = 0$ herum als Vorzeichenfunktion approximiert, was aufgrund der damit einhergehenden Unstetigkeiten im Drehmoment insbesondere bei dynamischen Getriebemodellen Oszillationen in den Simulationsergebnissen hervorrufen kann. Dies lässt sich vermeiden, indem der Wirkungsgrad innerhalb eines frei definierbaren Wertebereich der Winkelgeschwindigkeit $\pm\tilde{\omega}_1$ als lineare Funktion von ω_1 definiert wird:

$$\eta\left(\omega_1, M_1\right) = \begin{cases} \eta_{21} & \text{, für } P_1 > 0 \wedge |\omega_1| \geq \tilde{\omega}_1, \\ \eta_{12}^{-1} & \text{, für } P_1 < 0 \wedge |\omega_1| \geq \tilde{\omega}_1, \\ \dfrac{\eta_{21} - 1}{\tilde{\omega}_1}|\omega_1| + 1 & \text{, für } P_1 \geq 0 \wedge |\omega_1| < \tilde{\omega}_1, \\ \dfrac{\eta_{12}^{-1} - 1}{\tilde{\omega}_1}|\omega_1| + 1 & \text{, für } P_1 \leq 0 \wedge |\omega_1| < \tilde{\omega}_1, \end{cases} \tag{3.108}$$

mit $\tilde{\omega}_1 \in \mathbb{R}^{>0}$. Bild 3.34 zeigt ein Beispiel für das aus der Wirkungsgradfunktion (3.108) resultierende Kennfeld des Verlustdrehmoments sowie die von ω_1 bzw. n_1 abhängigen linearen Verläufe zwischen $\pm\tilde{n}_1$.

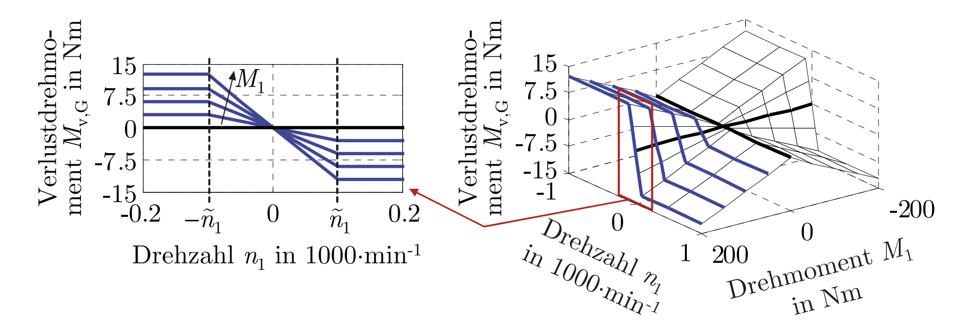


Bild 3.34: Beispiel für ein Kennfeld des Verlustdrehmoments nach (3.107) und (3.108) mit $\eta_{12} = \eta_{21} = 0,97$, $i_{12} = -2$ und $\tilde{n}_1 = 100\text{min}^{-1}$.

Die Auswertung des Verlustdrehmoments $M_{v,G}(\omega_1, M_1)$ erfordert die Kenntnis von ω_1 und M_1. Gemäß Kapitel 3.3.2 und 3.3.3 kann es vorkommen, dass die Gleichung für M_1 selbst von $M_{v,G}(\omega_1, M_1)$ abhängt und somit implizit ist. Bei einer Beschreibung des Verlustmoments mittels konstanter Wirkungsgrade nach (3.107) und (3.108) ist in diesem Fall jedoch eine analytische Lösung der impliziten Gleichung möglich. Das Drehmoment M_1 geht hierbei nur zur Berechnung des Vorzeichens von P_1 in die Wirkungsgradfunktion (3.108) ein und da eine Vorzeichenumkehrung aufgrund der Verluste nicht möglich ist, lässt sich das Vorzeichen ebenso anhand einer idealen und im Vorfeld bekannten Leistung bestimmen (ohne Ver-

luste auf Basis von $\mathbf{M}_{G0}$ in (3.101)). Auf diese Weise kann M_1 direkt ausgewertet werden.

Die Beschreibung des Verlustdrehmoments $M_{v,G}$ auf Basis konstanter Wirkungsgrade eignet sich lediglich als grobe Näherung. Im Allgemeinen variiert der Getriebewirkungsgrad in Abhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit und dem zu übertragenden Drehmoment [162]. Um dies zu berücksichtigen, werden zur Abbildung der Verluste im Getriebemodell Messdaten herangezogen. Anstatt diese direkt als Kennfeld einzubinden, wird ein analytischer Ausdruck zur Approximation der Messungen verwendet. Sofern die Komplexität dieses Ausdrucks es zulässt, lassen sich so mögliche implizite Drehmomentgleichungen nach (3.101) analytisch auflösen, sodass auf die Anwendung eines vergleichsweise rechenintensiven numerischen Lösungsverfahrens verzichtet werden kann. Als Ausdruck, der die Messdaten ausreichend gut approximiert und gleichzeitig eine analytische Lösung der impliziten Gleichungen ermöglicht, hat sich der quadratische Ansatz

$$M_{v,G}(\omega_1, M_1) = b_2(\omega_1) \cdot M_1^2 + b_1(\omega_1) \cdot M_1 + b_0(\omega_1) \tag{3.109}$$

bewährt. Die Polynomkoeffizienten b_2, b_1 und b_0 werden für jeden in der Messreihe verfügbaren Wert der Winkelgeschwindigkeit ω_1 bestimmt und dienen darüber hinaus als Stützstellen zur Interpolation der Koeffizienten für Zwischenwerte von ω_1. Damit das Verlustdrehmoment (3.109) bei kleinen Werten für M_1 nicht das insgesamt zu übertragene Drehmoment überschreitet, wird das Polynom innerhalb der Grenzen $\pm\tilde{M}_1$ durch eine lineare Funktion ersetzt (siehe Bild 3.35).

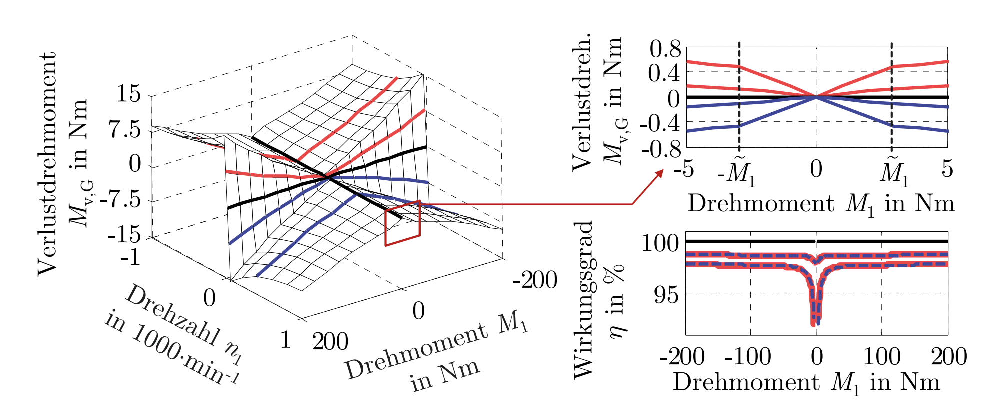


Bild 3.35: Beispiel für ein Kennfeld des Verlustdrehmoments sowie der aus dem Verlustdrehmoment resultierende Wirkungsgrad.

Die Lösung eventueller impliziter Gleichungen für M_1 ist mit der zugrunde gelegten Beschreibung des Verlustdrehmoments analytisch möglich (nur sofern skalare implizite Gleichungen vorliegen). Durch Einsetzen von sowohl der Polynomdarstel-

lung (3.109) als auch der linearen Funktion innerhalb von $\pm\tilde{M}_1$ in die zugehörige Gleichung der Form (3.101), entsteht stets eine nach M_1 umformbare Gleichung. Da die quadratische und lineare Funktion jeweils nur bereichsweise gültig ist, wird die implizite Gleichung für beide Funktionen gelöst und überprüft, welche der beiden Lösungen im jeweils gültigen Wertebereich liegt.

Parametrierung eines Multi-Mode-Getriebes

In diesem Abschnitt wird am Beispiel des in Bild 3.36 dargestellten Multi-Mode-Getriebes die Parametrierung eines konkreten Getriebemodells vorgestellt. Als Referenz dienen hierzu Messdaten, die im Rahmen des Forschungsverbundprojekts PHEVplus [V15] vom industriellen Projektpartner bereitgestellt wurden. Da diese Messungen der Vertraulichkeit unterliegen, sind im Folgenden lediglich die normierten Verläufe der Messgrößen angegeben. Zur Normierung dienen die jeweils maximalen Wirkungsgrade der einzelnen Leistungspfade, die gemäß der Messwerte zwischen 95 % und 98 % liegen. Die Parametrierung des Modells erfolgt derart, dass die vom Modell abgebildeten Verluste bestmöglich mit den Messdaten des Beispielgetriebes übereinstimmen. Als Messungen liegen stationäre Wirkungsgrade vor, weshalb die Parametrierung auf Basis eines stationären Getriebemodells erfolgt. In dem entsprechenden Modell lassen sich die Verluste an den in Bild 3.36 markierten Stellen berücksichtigen.

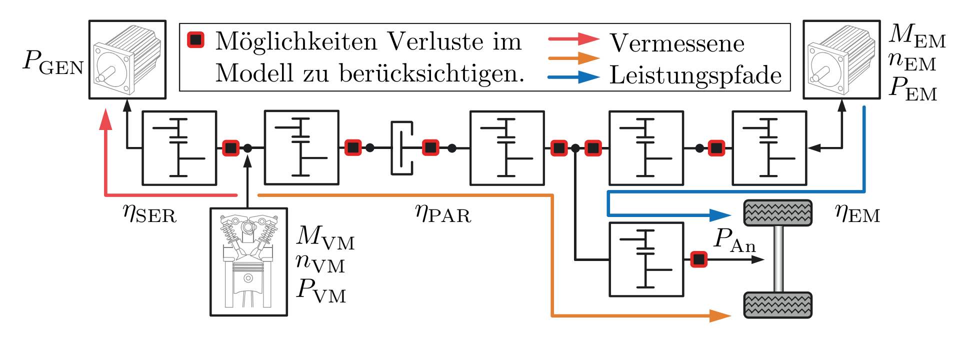


Bild 3.36: Das zur Parametrierung betrachtete Multi-Mode-Getriebe. Die grundlegende Funktionalität ist in Kapitel 2.1.3 beschrieben.

Bild 3.37 zeigt die gemessenen Wirkungsgrade der in Bild 3.36 farbig gekennzeichneten Leistungspfade. Da sich diese Leistungspfade zum Teil aus mehreren Getriebeelementen zusammensetzen, ist eine eindeutige Parametrierung der Verlustdarstellung für jedes Getriebeelement auf Basis der gemessenen Wirkungsgrade des gesamten Pfades nicht möglich. Ziel ist es, mit dem Getriebemodell den Gesamtwirkungsgrad des Getriebes für alle Arbeitspunkte bestmöglich abzubilden.

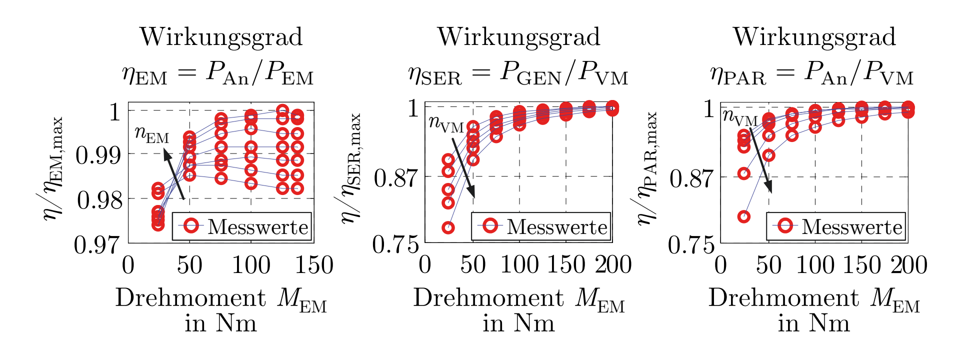


Bild 3.37: Normierte Messwerte der in Bild 3.36 dargestellten Leistungspfade.

Daher ist es ausreichend eine passende Parametrierung für die einzelnen Getriebeelemente zu finden, die dieses Ziel erfüllt, auch wenn dabei die inneren Verlustdrehmomente an einzelnen Teilkomponenten des Getriebes nicht der Realität entsprechen. Hierzu werden bei der Parametrierung die Verluste zunächst nur an einer Stelle in jedem Leistungspfad berücksichtigt. Sollten sich auf diese Weise keine ausreichend genauen Ergebnisse erzielen lassen, können weitere Verlustdrehmomente hinzugenommen werden.

Für das betrachtete Beispielgetriebe liegen keine Messdaten bezüglich der Kupplung vor, weshalb es nicht möglich ist, das Schleppmoment explizit im Kupplungsmodell korrekt abzubilden. Da der Einfluss des Schleppmoments in den Messdaten der Getriebewirkungsgrade enthalten ist, wird dieser Effekt bei der Anpassung der Übersetzungsverluste im Modell implizit mit berücksichtigt. Zur Anpassung des Getriebemodells an die Wirkungsgradmessungen kommen daher nur die Beschreibungen der Verluste an den Übersetzungen infrage, für die jeweils der quadratische Ansatz (3.109) verwendet wird. Im Rahmen der Parametrierung müssen die Koeffizienten dieses Ansatzes auf die Messdaten angepasst werden, was für jede als Messpunkt vorhandene Drehzahl bzw. für jede der in Bild 3.37 angedeuteten Kennlinien separat erfolgt. Die grundlegende Vorgehensweise besteht darin, das Getriebemodell zur Berechnung einer Kostenfunktion zu verwenden, die wiederum mittels eines numerischen Suchverfahrens minimiert wird. Typischerweise definieren sich die Kosten als Betrag der Differenz zwischen simulierten und gemessenen Wirkungsgraden.

Bild 3.38 zeigt die aus der Parametrierung resultierenden Gesamtwirkungsgrade der einzelnen Leistungspfade. In jedem Leistungspfad wurde jeweils nur ein Übersetzungselement mit Verlusten berücksichtigt. Laut den absoluten Fehlerabweichungen stimmen die mit dem parametrierten Getriebemodell berechneten Wirkungsgrade gut mit den gemessenen Wirkungsgraden überein. Allerdings entsprechen die ermittelten Kennfelder der Verlustdrehmomente nicht den realen Ver-

lustdrehmomenten an den entsprechenden Übersetzungselementen, da die Verluste des jeweiligen Leistungspfades in einem Kennfeld zusammengefasst wurden.

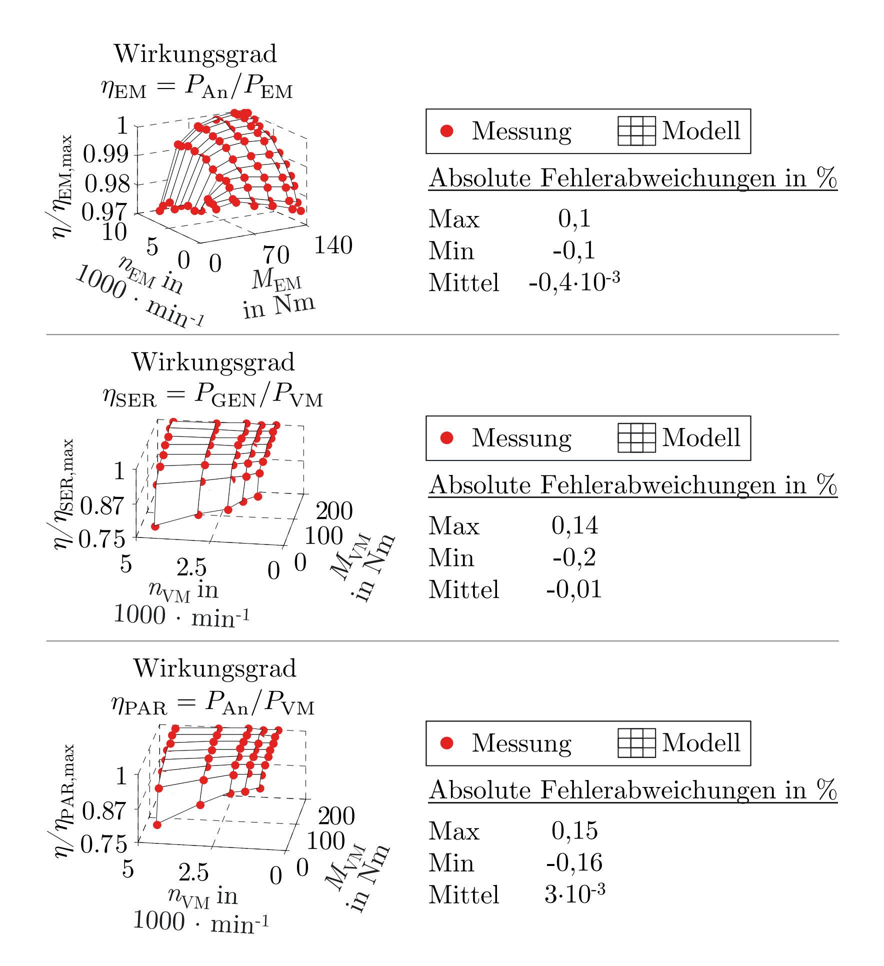


Bild 3.38: Vergleich der normierten Wirkungsgrade zwischen dem parametrierten Getriebemodell und den Messdaten sowie die Angaben der absoluten Abweichungen bezogen auf alle Messwerte des jeweiligen Leistungspfades.

4 Konzeptionelle Getriebeentwicklung

Wesentlicher Bestandteil der Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben ist die konzeptionelle Getriebeentwicklung. Hierbei wird auf Grundlage vordefinierter Fahrzyklen und Spezifikationen von Fahrzeug und Antriebsstrangkomponenten ein Funktionskonzept entwickelt, das ein Multi-Mode-Getriebe im Hinblick auf die verfügbaren Betriebsmodi sowie die Anzahl der Gänge und zugehörigen Übersetzungsverhältnisse definiert. Bild 4.1 zeigt die zur Durchführung der konzeptionellen Getriebeentwicklung erforderlichen Schritte. Zunächst erfolgt die Auswahl eines Grundkonzeptes, das die Betriebsmöglichkeiten eines Antriebsstrangs mit Multi-Mode-Getriebe festlegt, d. h. die möglichen Kopplungen von Verbrennungs- und Elektromotor mit dem Abtrieb. Die Anzahl der Gänge und die dazugehörigen Übersetzungsverhältnisse sind hierbei noch variabel und werden im folgenden Schritt mittels einer Getriebeoptimierung bestimmt. Als Grundlage hierfür dient ein Antriebsstrangmodell des gewählten Grundkonzepts. Das Ergeb-

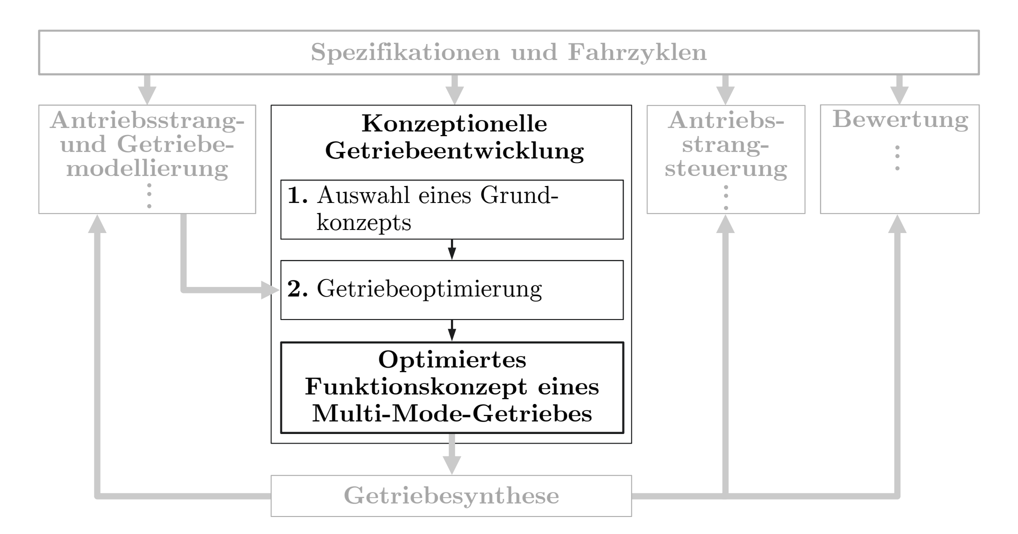


Bild 4.1: Konzeptionelle Getriebeentwicklung als Bestandteil der Gesamtsystematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben.

nis der Getriebeoptimierung ist ein Funktionskonzept eines Multi-Mode-Getriebes, das hinsichtlich des im Fahrbetrieb zu erzielenden Kraftstoffverbrauchs optimiert ist. Es dient als Basis für die Umsetzung des Getriebes im Rahmen einer Getriebesynthese. Mit dem sich hieraus ergebenden konkreten Getriebeaufbau lassen sich detailliertere Modelle erzeugen, die wiederum zur Entwicklung einer Antriebsstrangsteuerung und zur finalen Bewertung des Getriebes verwendet werden können.

Die Gliederung dieses Kapitels orientiert sich am Aufbau der konzeptionellen Getriebeentwicklung in Bild 4.1. Zunächst werden in Kapitel 4.1 die betrachteten Grundkonzepte von Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe vorgestellt. Danach folgt in Kapitel 4.2 die grundlegende Vorgehensweise zur Durchführung der Getriebeoptimierung, die sich in je eine Teiloptimierung für den Betrieb und für die Übersetzungsverhältnisse unterteilt. Beide Optimierungen werden in Kapitel 4.3 bzw. Kapitel 4.4 auf Grundlage eines der Grundkonzepte aus Kapitel 4.1 detailliert beschrieben. In Kapitel 4.5 erfolgt, ebenfalls für das gewählte Grundkonzept, ein Anwendungsbeispiel für die konzeptionelle Getriebeentwicklung. Die in dieser Arbeit als Beispiel angegebenen Ergebnisse stammen aus dem Forschungsverbundprojekt PHEVplus [V15], bei dem mittels der Optimierungsergebnisse ein neues Multi-Mode-Getriebe entwickelt, aufgebaut und auf einem Prüfstand hinsichtlich der Getriebeverluste vermessen wurde. Das neue Getriebekonzept sowie die Parametrierungsergebnisse des entsprechenden Getriebemodells werden abschließend in Kapitel 4.6 beschrieben.

4.1 Grundkonzepte

Zu Beginn der konzeptionellen Getriebeentwicklung werden zunächst Grundkonzepte von Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe zugrunde gelegt. Diese definieren die zur Verfügung stehenden Betriebsmodi sowie die Anzahl der Gänge und die zugehörigen Übersetzungsverhältnisse, ohne dabei einen konkreten Getriebeaufbau vorauszusetzen. Bei der Festlegung solcher Grundkonzepte sind die in Kapitel 2.1.3 angegebenen Definitionen von Multi-Mode-Getrieben zu berücksichtigen, d. h., das Getriebekonzept muss mehrere Betriebsmodi ermöglichen und über mindestens einen Elektroantrieb verfügen, wobei dieser ein unverzichtbarer Bestandteil der Getriebefunktion sein muss. Letzteres ergibt sich durch Verwendung des Elektroantriebs als Anfahrelement oder als permanent im Eingriff befindliche Komponente, wie z. B. in leistungsverzweigten Getriebekonzepten. Darüber hinaus muss sichergestellt werden, dass der Fahrbetrieb in allen Bereichen auch bei entladenem Batteriespeicher gegeben ist.

Bild 4.2 zeigt drei mögliche Grundkonzepte, die jeweils unter Berücksichtigung der Definition von Multi-Mode-Getrieben eine grundlegende Anordnung von Verbrennungsmotor, elektrischen Antrieben, Batteriespeicher und Getriebe definieren. Um die Funktionalität der Multi-Mode-Getriebe darzustellen, werden vereinfachte Getriebekonfigurationen bestehend aus Kupplungen, Übersetzungen und Mehrgängigkeiten zugrunde gelegt. Diese Konfigurationen unterteilen sich in einen Teil zur Modiauswahl, bestehend aus Kupplungen und Übersetzungen, und einen Teil zur Gangauswahl, bestehend aus einer seriell angeordneten Mehrgängigkeit, die durch mehrere umschaltbare Übersetzungsverhältnisse i_j mit $j \in 1 \ldots a_G$ dargestellt wird. Aufgrund der damit einhergehenden gemeinsamen Mehrgängigkeit am Getriebeausgang werden alle Betriebsmodi mit der gleichen Anzahl an Gängen betrieben und mit jeweils den gleichen Übersetzungsverhältnissen versehen. Grundsätzlich lassen sich auch Grundkonzepte definieren, die individuelle Ganganzahlen und Übersetzungsverhältnisse für die einzelnen Betriebsmodi aufweisen. Allerdings vergrößert sich hierdurch auch der Suchraum bei der Getriebeoptimierung und eine mögliche Umsetzung zu einem konkreten Getriebeaufbau nimmt an Komplexität zu. Um sowohl den Suchraum als auch die Komplexität der Getriebeumsetzung einzuschränken, werden in dieser Arbeit ausschließlich die in Bild 4.2 gezeigten Varianten möglicher Grundkonzepte betrachtet.

Bei dem **SER/PAR-Konzept** in Bild 4.2 kann bei geöffneter Kupplung K entweder rein elektrisch oder im seriellen Hybridbetrieb gefahren werden. Durch Schließen von K lässt sich der Verbrennungsmotor zuschalten, wodurch der Antrieb entweder verbrennungsmotorisch oder im parallelen Hybridbetrieb mit Drehmo-

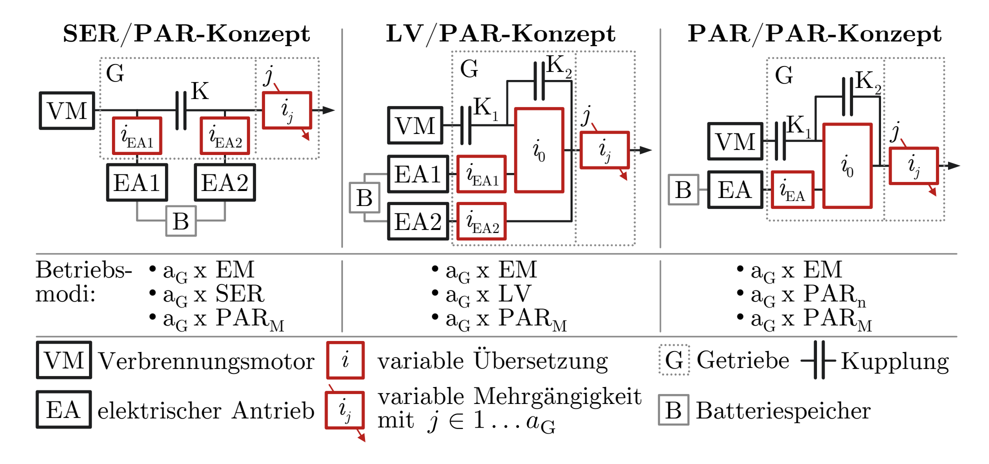


Bild 4.2: Grundkonzepte für Antriebsstränge mit a_G-gängigen Multi-Mode-Getriebe: **EM** - elektrischer Fahrbetrieb, **SER** - serieller Hybridbetrieb, **LV**- leistungsverzweigter Hybridbetrieb, **PAR$_M$** - paralleler Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition, **PAR$_n$** - paralleler Hybridbetrieb mit Drehzahladditon.

mentaddition erfolgt. Da tendenziell für die Mehrgängigkeit wenig Gänge realisiert und die Übersetzungen für den Verbrennungsmotor auf höhere Fahrzeuggeschwindigkeiten ausgelegt werden, muss das Anfahren mit dem elektrischen Antrieb erfolgen. Hierfür dient bei entladenem Batteriespeicher der serielle Hybridbetrieb. Für die Ganganzahl $a_G = 1$ entspricht dieses Grundkonzept dem Antriebsstrang des Mitsubishi Outlander (vgl. Bild 2.3).

Das **LV/PAR-Konzept** basiert auf dem Prinzip der Leistungsverzweigung. Im leistungsverzweigten Hybridbetrieb muss K1 geschlossen und K2 geöffnet sein, sodass eine kinematische Überlagerung von Verbrennungsmotor- und Elektromotordrehzahl über das Umlaufgetriebe mit der Standübersetzung i_0 möglich ist. Dadurch lässt sich die Verbrennungsmotordrehzahl und somit die Übersetzung zwischen Verbrennungsmotor und Getriebeausgang kontinuierlich einstellen. Darüber hinaus ermöglicht der zweite elektrische Antrieb EA2 das Drehmoment anzupassen (Lastpunktanhebung). Dieser Betriebsmodus ist insbesondere beim Anfahren mit entladenem Batteriespeicher von Bedeutung, da das Umlaufgetriebe so ausgelegt werden kann, dass sich der elektrische Antrieb EA1 bei geringen Fahrzeuggeschwindigkeiten generatorisch betreiben lässt. Durch Schließen von K2 wird das Umlaufgetriebe verblockt, was den rein elektrischen Fahrbetrieb oder durch zusätzliches Schließen von K1 den parallelen Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition ermöglicht.

Das **PAR/PAR-Konzept** kommt mit nur einem elektrischen Antrieb aus. Die Funktionalität ist nahezu identisch zum LV/PAR-Konzept, nur dass anstatt des leistungsverzweigten Hybridbetriebs ein paralleler Hybridbetrieb mit Drehzahladdition vorliegt. Zwar erfolgt auch hierbei eine Leistungsaufteilung durch das Umlaufgetriebe, allerdings kann die elektrische Leistung nicht zwischen elektrischen Antrieb und Abtriebswelle des Umlaufgetriebes übertragen, sondern ausschließlich der Batterie zu- oder abgeführt werden. Gegenüber dem leistungsverzweigten Prinzip kann nur die Verbrennungsmotordrehzahl beliebig eingestellt werden. Das Umlaufgetriebe lässt sich auch hier so auslegen, dass der elektrische Antrieb bei geringen Fahrzeuggeschwindigkeiten als Generator fungiert und somit das Anfahren bei entladenem Energiespeicher möglich ist.

Um ein optimales Funktionskonzept für eines der in Bild 4.2 gezeigten Grundkonzepte zu erhalten, müssen die rot markierten Übersetzungsverhältnisse sowie die Ganganzahl a_G für einen im Fahrbetrieb minimalen Kraftstoffverbrauch ermittelt werden. Dies erfolgt im Rahmen der im folgenden Kapitel beschriebenen Getriebeoptimierung. Die Methoden zur Durchführung der konzeptionellen Getriebeentwicklung wurden im Rahmen des Forschungsverbundprojekts PHEVplus [V15] erarbeitet. Ziel war die Entwicklung eines neuen Multi-Mode-Getriebes, das gegenüber existierenden Systemen Kraftstoffeinsparungen ermöglicht. Dieses Ziel sollte

mit einem Getriebekonzept erreicht werden, das über eine Mehrgängigkeit für den Verbrennungs- und Elektromotor verfügt und nur einen elektrischen Antrieb erfordert. Daher liegt der Fokus im weiteren Verlauf dieser Arbeit auf dem PAR/PAR-Konzept. Die im folgenden Kapitel beschrieben Methoden lassen sich ebenso auf die anderen in Bild 4.2 gezeigten Grundkonzepte übertragen, sodass eine allgemeingültige Vorgehensweise für die konzeptionelle Getriebeentwicklung weiterhin gegeben ist.

Zur Beschreibung des PAR/PAR-Konzepts muss zunächst die Anordnung des Umlaufgetriebes innerhalb der Getriebestruktur festgelegt werden, d. h. die Verbindungen der Zahnradpaarung und des Planetenträgers mit den weiteren Antriebsstrang- bzw. Getriebekomponenten. Darüber hinaus sollte auch ein konkreter Aufbau für das Umlaufgetriebe gewählt werden, damit der umsetzbare Wertebereich für die Standübersetzung i_0 bekannt ist und die Anordnung des Umlaufgetriebes gemäß der erforderlichen Über- oder Untersetzungen angepasst werden kann. Um einen möglichst hohen Getriebewirkungsgrad zu erzielen, sollte das Umlaufgetriebe möglichst einfach und idealerweise mit Hohlradstufen aufgebaut sein [143]. Deshalb wird ein einfaches Planetengetriebe bestehend aus einem Sonnenrad, mehreren Planetenrädern und einem Hohlrad (vgl. Bild A.6a im Anhang A.4) angenommen und so angeordnet, dass die Drehzahlen von Verbrennungsmotor und Elektroantrieb untersetzt werden. Dies ist der Fall, wenn der Verbrennungsmotor mit dem Sonnenrad, der Elektroantrieb mit dem Hohlrad und der Getriebeausgang bzw. die Verbindung zur Mehrgängigkeit mit dem Planetenträger verbunden ist.

Im **parallelen Hybridbetrieb mit Drehzahladdition** ($\mathrm{PAR_n}$: K1 geschlossen, K2 geöffnet) ergeben sich somit für das Drehmoment M_{An} und die Winkelgeschwindigkeit ω_{An} an der Antriebsachse

$$M_{\mathrm{An}} = i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR_{n},\mathit{j}}} \cdot M_{\mathrm{EM}} = i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR_{n},\mathit{j}}} \cdot M_{\mathrm{VM}}, \tag{4.1}$$

$$\omega_{\mathrm{An}} = \left(i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR_{n},\mathit{j}}}\right)^{-1} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + \left(i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR_{n},\mathit{j}}}\right)^{-1} \cdot \omega_{\mathrm{VM}}, \tag{4.2}$$

mit den zusammengefassten Übersetzungsverhältnissen

$$i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR_{n},\mathit{j}}} = \frac{i_0 - 1}{i_0} \cdot i_{\mathrm{EA}} \cdot i_j \quad \text{und} \tag{4.3}$$

$$i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR_{n},\mathit{j}}} = (1 - i_0) \cdot i_j, \tag{4.4}$$

wobei $j \in 1 \ldots a_{\mathrm{G}}$ ist und die Standübersetzung i_0 für das betrachtete Planetengetriebe Werte zwischen $i_0 = -1,2... - 11,3$ annehmen kann [143].

Sobald das Planetengetriebe verblockt wird, liegt der **parallele Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition** vor (PAR_M: K1 und K2 geschlossen) und es gilt

$$M_\text{An} = i_\text{EM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}} \cdot M_\text{EM} + i_\text{VM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}} \cdot M_\text{VM}, \tag{4.5}$$

$$\omega_\text{An} = \left(i_\text{EM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}}\right)^{-1} \cdot \omega_\text{EM} = \left(i_\text{VM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}}\right)^{-1} \cdot \omega_\text{VM}, \tag{4.6}$$

mit den zusammengefassten Übersetzungsverhältnissen

$$i_\text{EM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}} = i_\text{EA} \cdot i_j \quad \text{und} \tag{4.7}$$

$$i_\text{VM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}} = i_j. \tag{4.8}$$

Wird dabei der Verbrennungsmotor vom Getriebe entkoppelt, liegt der **elektrische Fahrbetrieb** vor (EM: K1 geöffnet, K2 geschlossen):

$$\frac{M_\text{An}}{M_\text{EM}} = \frac{\omega_\text{EM}}{\omega_\text{An}} = i_\text{EM}^{\text{EM}_j} = i_\text{EM}^{\text{PAR}_{\text{M},j}}, \tag{4.9}$$

wobei $i_\text{EM}^{\text{EM}_j}$ identisch zum Übersetzungsverhältnis des elektrischen Pfades im parallelen Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition ist.

4.2 Getriebeoptimierung

Im Rahmen der Getriebeoptimierung werden die Übersetzungsverhältnisse und Ganganzahlen der in Kapitel 4.1 beschriebenen Grundkonzepte durch eine Optimierung des Kraftstoffverbrauchs bestimmt. Bild 4.3 zeigt den grundlegenden Ablauf dieser Optimierung. Es handelt sich um ein verschachteltes Optimierungsverfahren, bei dem in jedem Iterationsschritt einer übergeordneten Optimierung der Übersetzungsverhältnisse i_0, i_EA und i_j mit $j \in 1 \ldots a_\text{G}$ eine Betriebsopti-

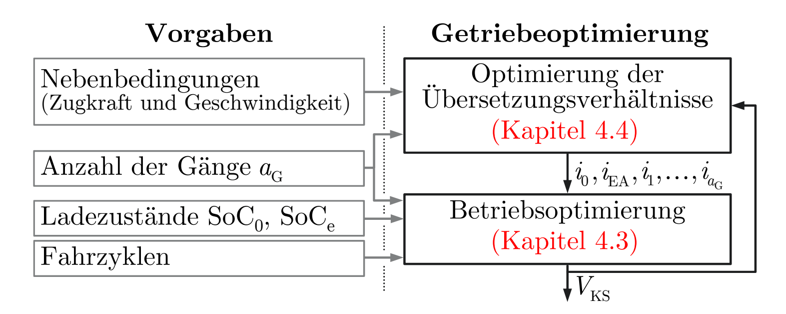


Bild 4.3: Verschachtelte Getriebeoptimierung bestehend aus übergeordneter Optimierung der Übersetzungsverhältnisse und untergeordneter Betriebsoptimierung.

mierung durchgeführt wird, die den mit der aktuellen Konfiguration der Übersetzungsstufen minimal zu erzielenden Kraftstoffverbrauch V_{KS} bestimmt. Da die Betrachtung der Getriebe innerhalb dieser Entwicklungsstufe nur vereinfacht und idealisiert erfolgen kann, wird der Anstieg der Getriebeverluste und des Gewichts aufgrund einer höheren Ganganzahl a_{G} bzw. aufgrund der damit einhergehenden höheren Getriebekomplexität nicht berücksichtigt. Die Folge ist, dass sich der geringste Kraftstoffverbrauch automatisch für die höchstmögliche Ganganzahl ergibt. Daher werden mehrere Werte für a_{G} vorgegeben und jeweils separate Optimierungen der Übersetzungsverhältnisse durchgeführt, sodass auf Basis der Ergebnisse eine Abwägung zwischen Getriebekomplexität und Kraftstoffeinsparung getroffen werden kann. Um vordefinierte Fahreigenschaften einzuhalten (z. B. Maximalgeschwindigkeit, Anfahren bei maximaler Steigung usw.), müssen Grenzen bezüglich der Übersetzungsverhältnisse festgelegt und im übergeordneten Optimierungsverfahren als Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Darüber hinaus sind die Vorgaben eines Fahrzyklus und der Batterieladezustände zum Anfang und Ende der Fahrstrecke erforderlich.

4.3 Betriebsoptimierung

Hybridelektrische Antriebsstränge verfügen über mindestens einen Freiheitsgrad hinsichtlich der Leistungsaufteilung zwischen Elektro- und Verbrennungsmotor, d. h., der Betriebspunkt des elektrischen Antriebs lässt sich im Rahmen der Systemgrenzen frei einstellen. Darüber hinaus liegt bei Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe als weiterer Freiheitsgrad die Auswahl der unterschiedlichen Betriebsmodi und Gänge vor. Diese frei einstellbaren Größen sollen mittels eines optimierungsbasierten Ansatzes so bestimmt werden, dass sich für einen vordefinierten Fahrzyklus der minimal mögliche Kraftstoffverbrauch ergibt. Bild 4.4 zeigt die für eine solche Betriebsoptimierung relevanten Antriebsstranggrößen, wobei das PAR/PAR-Konzept aus Bild 4.2 zugrunde gelegt ist. Gesucht sind die Steuergrö-

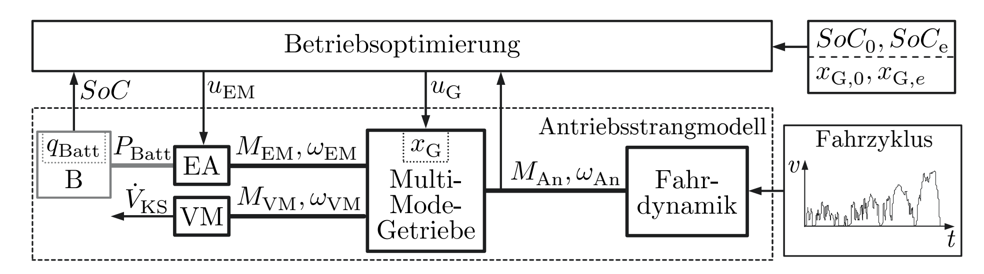


Bild 4.4: Relevante Größen für die Betriebsoptimierung eines Antriebsstrangs nach dem PAR/PAR-Grundkonzept (vgl. Bild 4.2).

ßen für das Getriebe u_{G} und den elektrischen Antrieb u_{EM}. Betriebsmodus und Gang des Getriebes werden durch die Zustandsgröße

$$x_{\mathrm{G}} = \begin{cases} j & \text{für PAR}_{\mathrm{M},j}\text{-Modus,} \\ j + a_{\mathrm{G}} & \text{für PAR}_{\mathrm{n},j}\text{-Modus,} \\ j + 2a_{\mathrm{G}} & \text{für EM}_{j}\text{-Modus,} \end{cases} \tag{4.10}$$

mit $x_{\mathrm{G}} \in \mathbb{N}$ und der Gangnummer $j = 1 \ldots a_{\mathrm{G}}$ beschrieben, wobei die Getriebesteuerung gemäß

$$x_{\mathrm{G},i+1} = x_{\mathrm{G},i} + u_{\mathrm{G}} \tag{4.11}$$

erfolgt. Ausgehend vom Getriebezustand $x_{\mathrm{G},i}$ wird hierbei mittels der Getriebesteuergröße $u_{\mathrm{G}} \in \mathbb{N}$ der neue Zustand bzw. Betriebsmodus und Gang $x_{\mathrm{G},i+1}$ eingestellt.

Die Steuergröße des elektrischen Antriebs u_{EM} repräsentiert in Abhängigkeit des Betriebsmodus bzw. der damit vorliegenden Freiheitsgrade unterschiedliche Größen:

$$u_{\mathrm{EM}} = \begin{cases} M_{\mathrm{EM}} & \text{für} \quad 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq a_{\mathrm{G}}, \\ \omega_{\mathrm{EM}} & \text{für} \quad a_{\mathrm{G}} + 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq 2a_{\mathrm{G}}, \\ f\left(M_{\mathrm{An}}, \omega_{\mathrm{An}}\right) & \text{für} \quad 2a_{\mathrm{G}} + 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq 3a_{\mathrm{G}}. \end{cases} \tag{4.12}$$

Im EM-Modus liegen bis auf die Gangwahl keine Freiheitsgrade vor, da Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit des elektrischen Antriebs vorbestimmt sind. In diesem Fall ergibt sich u_{EM} direkt als Funktion des Drehmoments M_{An} und der Winkelgeschwindigkeit ω_{An} an der Antriebsachse.

Ziel der Betriebsoptimierung ist die Bestimmung der optimalen zeitlichen Verläufe der Steuergrößen u_{G}^{*} und u_{EM}^{*} über einen gegebenen Fahrzyklus, mit denen unter Einhaltung der Anfangs- und Endbatterieladezustände SoC_{0} und SoC_{e} sowie für einen gegebenen Vektor mit Übersetzungsverhältnissen $\mathbf{i}$ der minimal mögliche Kraftstoffverbrauch $V_{\mathrm{KS,BS}}^{*}$ erzielt wird. Dementsprechend lautet das Optimierungsproblem

$$V_{\mathrm{KS,BS}}^{*}\left(\mathbf{i}\right) = \min_{\mathbf{u}} \left\{ \int_{0}^{t_{\mathrm{e}}} \dot{V}_{\mathrm{KS}}\left(M_{\mathrm{VM}}, \omega_{\mathrm{VM}}\right) dt \right\}, \tag{4.13}$$

mit

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{G}} \\ u_{\mathrm{EM}} \end{bmatrix} \tag{4.14}$$

und dem Verbrennungsmotor-Kennfeld des Kraftstoff-Volumenstroms $\dot{V}_{\mathrm{KS}}(\cdot)$ aus (3.2). Als Nebenbedingungen dienen die Zustandsgleichungen

$$\dot{q}_{\mathrm{Batt}} = -i_{\mathrm{Batt}}\left(q_{\mathrm{Batt}}, P_{\mathrm{Batt}}\right) \quad \text{und} \tag{4.15}$$

$$x_{\mathrm{G},k+1} = x_{\mathrm{G},k} + u_{\mathrm{G},k}, \tag{4.16}$$

mit der Batterieladung q_{Batt}, dem Verlustkennfeld der Batterie $i_{\mathrm{Batt}}(\cdot)$ aus (3.10) und der zeitdiskreten Berechnungsvorschrift für den Getriebezustand x_{G} aus (4.11). Um die Batterieleistung P_{Batt} sowie die Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten des Verbrennungs- und Elektromotors zu erhalten, werden

$$P_{\mathrm{Batt}} = P_{\mathrm{EA,el}} = M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + P_{\mathrm{EA,v}}\left(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}}\right) \quad \text{und} \tag{4.17}$$

$$\begin{bmatrix} M_{\mathrm{VM}} & \omega_{\mathrm{VM}} & M_{\mathrm{EM}} & \omega_{\mathrm{EM}} \end{bmatrix}^T = \mathbf{f}_{\mathrm{G}}\left(\mathbf{i}, M_{\mathrm{An}}, \omega_{\mathrm{An}}, u_{\mathrm{EM}}, u_{\mathrm{G}}\right) \tag{4.18}$$

herangezogen. Hierbei fasst $P_{\mathrm{EA,v}}(\cdot)$ das Verlustleistungskennfeld des elektrischen Antriebs (vgl. (3.4) und (3.7)) und $\mathbf{f}_{\mathrm{G}}$ die Getriebegleichungen (4.1) bis (4.9) zusammen. Das Drehmoment an der Antriebsachse M_{An} ergibt sich aus dem Fahrdynamikmodell (3.12) und der Vektor mit den Übersetzungverhältnissen des PAR/PAR-Konzepts lautet:

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_0 & i_{\mathrm{EA}} & i_1 & \dots & i_{a_{\mathrm{G}}} \end{bmatrix}^T. \tag{4.19}$$

Bezüglich der Systemzustände müssen folgende Randbedingungen eingehalten werden:

$$\begin{aligned} q_{\mathrm{Batt}}(0) &= \frac{SoC_0}{100} \cdot Q_{\mathrm{Batt}} \quad \text{und} \quad q_{\mathrm{Batt}}(t_{\mathrm{e}}) = \frac{SoC_{\mathrm{e}}}{100} \cdot Q_{\mathrm{Batt}}, \\ x_{\mathrm{G}}(0) &= x_{\mathrm{G},0} \qquad\qquad \text{und} \quad x_{\mathrm{G}}(t_{\mathrm{e}}) = x_{\mathrm{G},e}, \end{aligned} \tag{4.20}$$

mit der maximalen Ladungskapazität der Batterie Q_{Batt}. Des Weiteren sind die Zustandsgrößenbegrenzungen

$$\begin{aligned} q_{\mathrm{Batt}} &\in \mathcal{X}_q, \quad \text{mit} \quad \mathcal{X}_q = \left\{q_{\mathrm{Batt}} \in \mathbb{R} \mid 0 \le q_{\mathrm{Batt}} \le Q_{\mathrm{Batt}}\right\}, \\ x_{\mathrm{G}} &\in \mathcal{X}_{\mathrm{G}}, \quad \text{mit} \quad \mathcal{X}_{\mathrm{G}} = \left\{x_{\mathrm{G}} \in \mathbb{N} \mid 1 \le x_{\mathrm{G}} \le 3a_{\mathrm{G}}\right\} \end{aligned} \tag{4.21}$$

und die Steuergrößenbegrenzungen

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{G}} &\in \mathcal{U}_{\mathrm{G}}, \quad \text{mit} \quad \mathcal{U}_{\mathrm{G}} = \left\{u_{\mathrm{G}} \in \mathbb{Z} \mid -3a_{\mathrm{G}} - 1 \le u_{\mathrm{G}} \le 3a_{\mathrm{G}} - 1\right\}, \\ u_{\mathrm{EM}} &\in \mathcal{U}_{\mathrm{EM}}, \quad \text{mit} \quad \mathcal{U}_{\mathrm{EM}} = \left\{u_{\mathrm{EM}} \in \mathbb{R} \mid u_{\mathrm{EM}} \in \mathcal{U}_{\mathrm{M}} \text{ oder } u_{\mathrm{EM}} \in \mathcal{U}_{\omega}\right\} \end{aligned} \tag{4.22}$$

zu berücksichtigen. Der gültige Wertebereich für u_{G} wurde so gewählt, dass eine direkte Umschaltung zwischen allen Gängen und Betriebsmodi möglich ist, wohingegen sich der gültige Wertebereich für u_{EM} durch die Volllastkennlinien des elektrischen Antriebs und Verbrennungsmotors ergibt. Die beiden Mengen $\mathcal{U}_{\mathrm{M}}$ und $\mathcal{U}_{\omega}$ bezeichnen hierbei die entsprechenden Drehmoment- bzw. Winkelgeschwindigkeitsbegrenzungen.

4.3.1 Verfahrenskombination aus PMP und DP

Ein geeignetes Verfahren zur Lösung des Optimierungsproblems (4.13)–(4.22) muss sowohl wertkontinuierliche als auch wertdiskrete Steuergrößen berücksichtigen können. Darüber hinaus muss das Verfahren mit einem möglichst geringen Rechenaufwand durchführbar sein, da es im Rahmen der verschachtelten Getriebeoptimierung als unterlagerte Betriebsoptimierung dienen soll (vgl. Bild 4.3) und hierbei eine hohe Anzahl an Auswertungen zu erwarten ist. Diese Anforderungen lassen sich mit der Verfahrenskombination aus dem Pontryagin'schen Maximumprinzip (PMP) und der Dynamischen Programmierung (DP) erfüllen [A6]. Hierbei wird das kontinuierliche Teilproblem analytisch mit dem PMP und das diskrete Teilproblem numerisch mit der DP gelöst, wodurch sich sehr schnelle Auswertungen des Optimierungsergebnisses erzielen lassen. Eine solche Verfahrenskombination wurde bereits in [152] vorgestellt. Allerdings beschränkt sich die Anwendung des Verfahrens hierbei auf eine parallele Antriebsstrangkonfiguration mit Sechsganggetriebe und auch nur auf eine reine Betriebsoptimierung. Im Rahmen dieser Arbeit wird dieses Verfahren bezüglich der Anwendbarkeit auf Antriebsstränge mit Multi-Mode-Getriebe weiterentwickelt und zusätzliche Maßnahmen ergriffen, um die Genauigkeit der Optimierungsergebnisse zu erhöhen.

Bild 4.5 zeigt das grundlegende Prinzip der Verfahrenskombination. Ausgehend von einem bekannten Lagrange-Multiplikator λ und unter der Voraussetzung, dass für die Verlustkennfelder in (4.13)–(4.22) analytische Ausdrücke vorliegen, lässt sich für jeden Gang und Betriebsmodus bzw. jedem $x_{\mathrm{G}} \in \mathcal{X}_{\mathrm{G}}$ eine Hamilton-Funktion $\mathcal{H}(\cdot)$ aufstellen. Diese wird unter Verwendung der Optimalitätsbedingungen der Variationsrechnung (2.17)–(2.19) bzw. des PMP (2.20) dazu genutzt, einen analytischen Ausdruck für die optimale Steuergröße $u_{\mathrm{EM}}^{*}(t, x_{\mathrm{G}})$ zu bestimmen. Somit liegt für jeden Gang und Betriebsmodus ein Funktionsausdruck für $u_{\mathrm{EM}}^{*}(t, x_{\mathrm{G}})$ und der dazugehörigen Hamilton-Funktion vor. Aus dieser Vielzahl an Hamilton-Funktionen wird mittels der DP die wert- und zeitdiskrete Steuergröße $u_{\mathrm{G},k}^{*}$ bestimmt, indem unter Berücksichtigung der Zustandsneben- und Zustandsrandbedingungen von x_{G} zu jedem diskreten Zeitpunkt t_k die Hamilton-Funktion mit dem größtmöglichen Wert ausgewählt wird. Als Ergebnis der DP liegen die

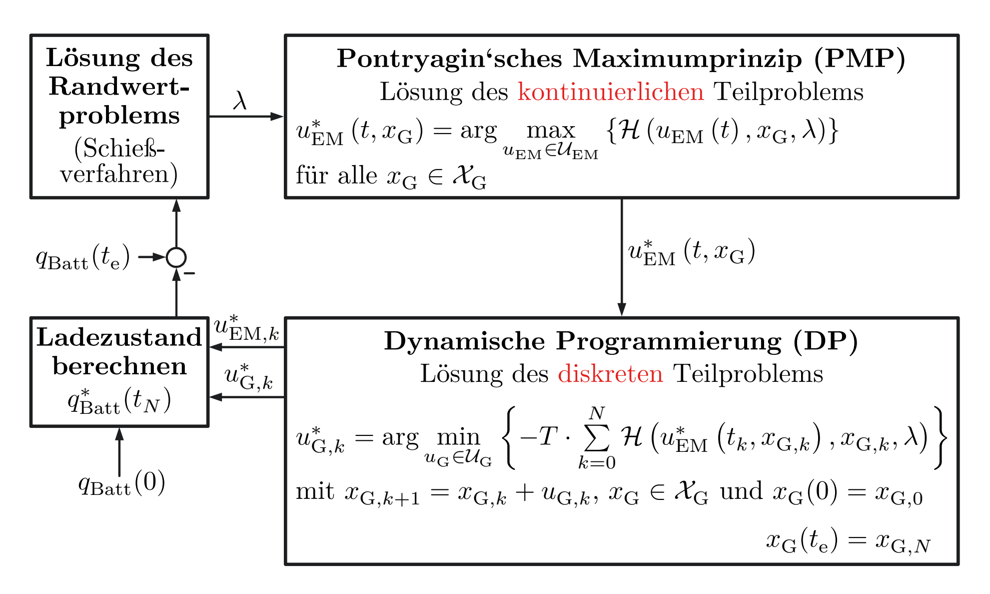


Bild 4.5: Grundlegendes Prinzip der in [152] beschriebenen Verfahrenskombination aus PMP und DP bezogen auf das Optimierungsproblem (4.13)–(4.22).

optimalen und zeitdiskreten Steuergrößen $u_{\mathrm{G},k}^{*}$ und $u_{\mathrm{EM},k}^{*}$ vor, mit denen sich der Endwert des Batterieladezustands $q_{\mathrm{Batt}}^{*}(t_N)$ bestimmen lässt. Ob dieser mit dem geforderten Endwert $q_{\mathrm{Batt}}(t_{\mathrm{e}})$ übereinstimmt, ist maßgeblich von λ abhängig. Daher muss durch Anwendung eines Schießverfahrens ein optimaler Lagrange-Multiplikator λ^{*} bestimmt werden, d. h. die Verfahrenskombination aus PMP und DP wird gemäß der Iterationsvorschrift eines numerischen Lösungsverfahrens (z. B. Simplex-Verfahren) solange wiederholt ausgeführt, bis $q_{\mathrm{Batt}}^{*}(t_N)$ dem geforderten Wert entspricht.

Damit das kontinuierliche Teilproblem der Betriebsoptimierung analytisch lösbar ist, müssen zunächst die nichtlinearen Verlustkennfelder in (4.13)–(4.22) durch geeignete Funktionsausdrücke approximiert werden. Diese Ausdrücke müssen die originalen Kennfelder möglichst gut abbilden (siehe Kapitel 4.3.2) und gleichzeitig so einfach wie möglich sein, sodass die im Rahmen des PMP erforderlichen Umformungen noch analytisch durchführbar sind. Ein guter Kompromiss lässt sich durch die Verwendung quadratischer Polynome erzielen, wodurch sich die Approximationen des Kraftstoff-Volumenstroms zu

$$\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}(M_{\mathrm{VM}}, \omega_{\mathrm{VM}}) = \sum_{i=0}^{2} \begin{cases} c_{\mathrm{VM},i}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{VM}}) \cdot \omega_{\mathrm{VM}}^{i} & \text{für } a_{\mathrm{G}} + 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq 2a_{\mathrm{G}}, \\ c_{\mathrm{VM},i}^{\omega}(\omega_{\mathrm{VM}}) \cdot M_{\mathrm{VM}}^{i} & \text{für } \quad 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq a_{\mathrm{G}} \end{cases} \tag{4.23}$$

und der Verlustleistung des elektrischen Antriebs zu

$$\tilde{P}_{\mathrm{EA,v}}\left(M_{\mathrm{EM}},\omega_{\mathrm{EM}}\right)=\sum_{i=0}^{2}\left\{\begin{array}{ll} c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},i}(M_{\mathrm{EM}})\cdot\omega^{i}_{\mathrm{EM}} & \text{für } a_{\mathrm{G}}+1\leq x_{\mathrm{G}}\leq 2a_{\mathrm{G}}, \\ c^{\omega}_{\mathrm{EM},i}(\omega_{\mathrm{EM}})\cdot M^{i}_{\mathrm{EM}} & \text{sonst} \end{array}\right\} \tag{4.24}$$

ergibt, wobei alle Koeffizienten $c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{XX},2}>0$ sind. Die Polynomvariablen werden dabei an die gesuchte Steuergröße bzw. an den durch x_{G} vorgegebenen Betriebsmodus angepasst. Bei der Approximation des Batteriekennfeldes wird zusätzlich die Abhängigkeit von der Batterieladung q_{Batt} vernachlässigt, sodass die Zustandsgleichung gemäß

$$\dot{q}_{\mathrm{Batt}}\left(q_{\mathrm{Batt}},P_{\mathrm{Batt}}\right)\approx\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}\left(\tilde{P}_{\mathrm{Batt}}\right)=-\tilde{i}_{\mathrm{Batt}}\left(\tilde{P}_{\mathrm{Batt}}\right)=\sum_{i=0}^{2}c_{\mathrm{B},i}\cdot\tilde{P}^{i}_{\mathrm{Batt}}, \tag{4.25}$$

mit $c_{\mathrm{B},2}<0$, vorliegt. Die damit einhergehenden Abweichungen gegenüber dem ursprünglichen Modell sind vernachlässigbar, was die Validierung der Optimierungsergebnisse in Bild 4.13 zeigt. Aufgrund der Vereinfachung ist die Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H}\left(u_{\mathrm{EM}},x_{\mathrm{G}},\lambda\right)=-\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}+\lambda\cdot\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}} \tag{4.26}$$

unabhängig von der Zustandsgröße q_{Batt}, was gemäß der Optimalitätsbedingung des PMP aus (2.18) zu

$$\dot{\lambda}=-\frac{\partial\mathcal{H}\left(u_{\mathrm{EM}},x_{\mathrm{G}},\lambda\right)}{\partial q_{\mathrm{Batt}}}=0 \tag{4.27}$$

und daher zu einem konstanten Lagrange-Multiplikator λ führt. Diese Konstante hat Einfluss auf die sich ergebenden optimalen Steuergrößen u^{*}_{EM} und u^{*}_{G}, was wiederum durch Einsetzen dieser Größen in die Zustandsgleichung für $\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}$ den Endwert des Batterieladezustandes $q^{*}_{\mathrm{Batt}}(t_N)$ beeinflusst. Die Lösung des sich hieraus ergebenden Randwertproblems erfolgt gemäß Bild 4.5 durch Anwendung eines numerischen Suchverfahrens.

Der konkrete Funktionsausdruck für die Hamilton-Funktion ergibt sich durch Einsetzen von (4.17), (4.18) und (4.23)–(4.25) in (4.26), was aufgrund der Polynomapproximationen zu einem Polynom der Form

$$\mathcal{H}\left(u_{\mathrm{EM}},x_{\mathrm{G}},\lambda\right)=h_0+h_1\cdot u_{\mathrm{EM}}+h_2\cdot u^{2}_{\mathrm{EM}}+h_3\cdot u^{3}_{\mathrm{EM}}+h_4\cdot u^{4}_{\mathrm{EM}} \tag{4.28}$$

führt. Eine Herleitung der Koeffizienten $h_0 \ldots h_4$ ist in Anhang A.11 enthalten. Die Koeffizienten sind von λ, den Polynomkoeffizienten aus (4.23)–(4.25) und den Übersetzungsverhältnissen des Multi-Getriebes abhängig und weisen daher unterschiedliche Werte für die einzelnen Gänge und Betriebsmodi auf. Gemäß der allgemeinen Optimalitätsbedingung des PMP aus (2.20) ergibt sich die optimale Steuergröße u^*_{EM} durch

$$\mathcal{H}\left(u^*_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right) \geq \mathcal{H}\left(u_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right), \tag{4.29}$$

mit $u^*_{\mathrm{EM}}, u_{\mathrm{EM}} \in \mathcal{U}_{\mathrm{EM}}$. Das heißt, es muss eine Steuergröße gefunden werden, die innerhalb des gültigen Wertebereichs $\mathcal{U}_{\mathrm{EM}}$ zu einem Maximum der Hamilton-Funktion führt. Es lässt sich zeigen, dass (4.28) innerhalb von $\mathcal{U}_{\mathrm{EM}}$ konkav[29] ist (siehe Anhang A.12), was die Ermittlung des Maximums auf eine Auswertung der in Bild 4.6 gezeigten Fälle reduziert. Der linke Fall ergibt sich, wenn eine der Nullstellen

$$\frac{\partial \mathcal{H}\left(u_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right)}{\partial u_{\mathrm{EM}}} \stackrel{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad u^0_{\mathrm{EM}} \tag{4.30}$$

innerhalb des gültigen Wertebereichs liegt. Die Bestimmung der Nullstellen erfolgt analytisch mittels der cardanischen Formeln [201]. Liegt keine der Nullstellen innerhalb des gültigen Wertebereichs, kann entweder nur der mittlere oder rechte Fall eintreten, wobei u^*_{EM} dann einem der beiden Grenzwerte entspricht. Da die Hamilton-Funktion konkav ist, existiert in jedem Fall nur ein einziges Maximum, sodass immer sowohl die notwendige als auch die hinreichende Bedingung für ein globales Optimum erfüllt ist.

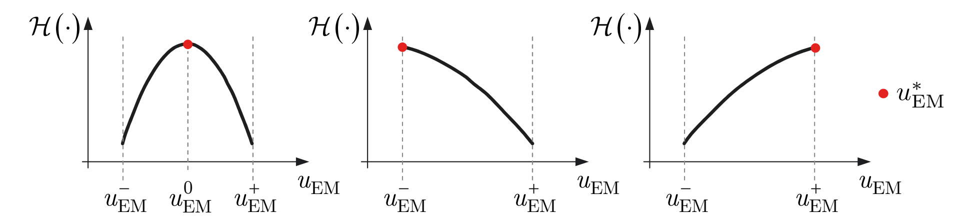


Bild 4.6: Bestimmung von u^*_{EM} unter Berücksichtigung der Steuergrößenbegrenzung sowie einer innerhalb von $\left[u^-_{\mathrm{EM}}, u^+_{\mathrm{EM}}\right]$ konkaven Hamilton-Funktion.

Das oben beschriebene Vorgehen ist nur für die parallelen Hybridbetriebe mit Drehmoment- und Drehzahladdition erforderlich ($1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq 2 \cdot a_{\mathrm{G}}$). Im elektrischen Fahrbetrieb hingegen berechnet sich u^*_{EM} direkt aus der Getriebegleichung (4.18).

[29] Konkav, aufgrund der Definition der Hamilton-Funktion sowie der zugrunde gelegten Approximationen für die Verlustkennfelder. Oft wird auch das Vorzeichen der Hamilton-Funktion umgekehrt, sodass eine konvexe Funktion vorliegt und das Minimum gesucht ist (z.B. [152]).

Da u^*_{EM} für jeden Getriebezustand $x_{\mathrm{G}} \in \mathcal{X}_{\mathrm{G}}$ bekannt ist, lassen sich durch Einsetzen in (4.28) die zugehörigen Hamilton-Funktionen aufstellen. Auf Basis aller dieser Hamilton-Funktionen wird zu jedem diskreten Zeitpunkt t_k ein Getriebezustand $x_{\mathrm{G},k}$ ermittelt, der zu einem maximalen Funktionswert führt (siehe Bild 4.7). Entgegen der Darstellung in Bild 4.7 entspricht der höchste Funktionswert nicht notwendigerweise der Lösung, da die Getriebezustandsgleichung (4.16) sowie die Randbedingungen (4.20) und Begrenzungen (4.21) für $x_{\mathrm{G},k}$ eingehalten werden müssen. Daher erfolgt die Lösung mittels der DP, wobei die Hamilton-Funktion als Kostenfunktion dient (vgl. Bild 4.5).

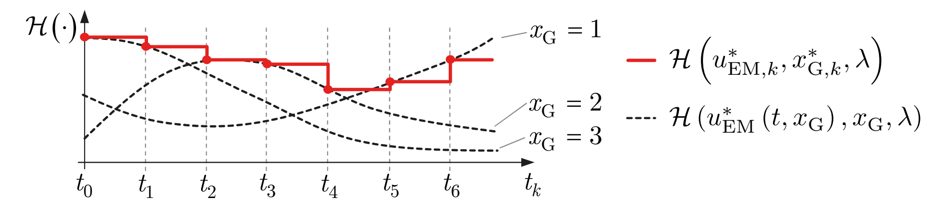


Bild 4.7: Beispiel für die Auswahl von $x_{\mathrm{G},k}$ auf Basis der Hamilton-Funktionen.

4.3.2 Approximation der Verlustkennfelder

Gegenüber der ursprünglichen Umsetzung der Verfahrenskombination in [152] wird eine verbesserte Approximation der Verlustkennfelder angewendet, sodass sich genauere Optimierungsergebnisse bei weiterhin geringem Rechenaufwand erzielen lassen. Eine erste Erweiterung diesbezüglich wurde bereits durch Approximation der Verlustleistung des Elektroantriebs $P_{\mathrm{EA,v}}(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}})$ mittels eines quadratischen Polynoms eingeführt (vgl. (4.24)). In [152] wurde hierfür lediglich ein konstanter Wirkungsgrad angenommen, was die Umsetzung des Verfahrens vereinfacht, da sich für die Hamilton-Funktion ein quadratisches Polynom und somit unmittelbar eine konkave bzw. konvexe Funktion ergibt. Um die Approximation der Verlustkennfelder weiter zu verbessern, werden als zusätzliche Maßnahme mehrere Parabeln für unterschiedliche Bereiche der Polynomvariable bzw. der Steuergröße definiert. Bild 4.8 zeigt dies schematisch am Beispiel des Kraftstoff-Volumenstroms für eine konstante Drehzahl. Die Umsetzung der Verfahrenskombination erfolgt hierbei analog zu der in Kapitel 4.3.1 beschriebenen Vorgehensweise. Es müssen lediglich die Hamilton-Funktionen aller Kombinationen der zum Verbrennungsmotor und elektrischen Antrieb[30] zugehörigen Parabeln berücksichtigt und eine Anpassung der Steuergrößenbegrenzung auf die jeweils gültigen Wertebereiche der einzelnen Parabeln vorgenommen werden.

[30] Beim elektrischen Antrieb liegt die doppelte Anzahl an Parabeln vor, da der negative Wertebereich der Polynomvariablen berücksichtigt werden muss (generatorischer Betrieb).

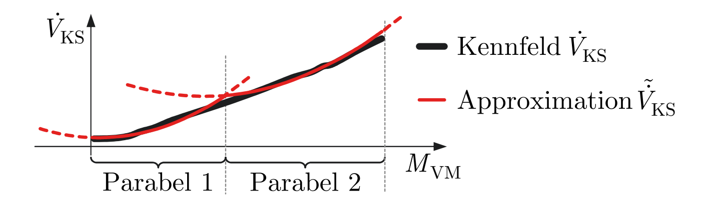


Bild 4.8: Schematische Darstellung der Approximation des Kraftstoff-Volumenstroms $\dot{V}_{KS}$ mittels zwei Parabeln (für eine feste Drehzahl n_{VM}).

Die Parametrierung der Parabeln erfolgt mittels eines numerischen Lösungsverfahrens. Hierbei müssen die im Anhang A.12 angegeben Nebenbedingungen bezüglich der Polynomkoeffizienten berücksichtigt werden, damit konkave Hamilton-Funktionen vorliegen und der in Kapitel 4.3.1 beschriebene Lösungsansatz korrekte Ergebnisse liefert. Bild 4.9 zeigt den Approximationsfehler bezüglich des Verbrennungsmotorkennfelds. Die Approximation mit nur einer Parabel weist insbesondere im unteren Drehmomentbereich einen größeren Fehler auf. Durch Verwendung von drei Parabeln lässt sich das gesamte Kennfeld mit einer ausreichend hohen Genauigkeit approximieren.

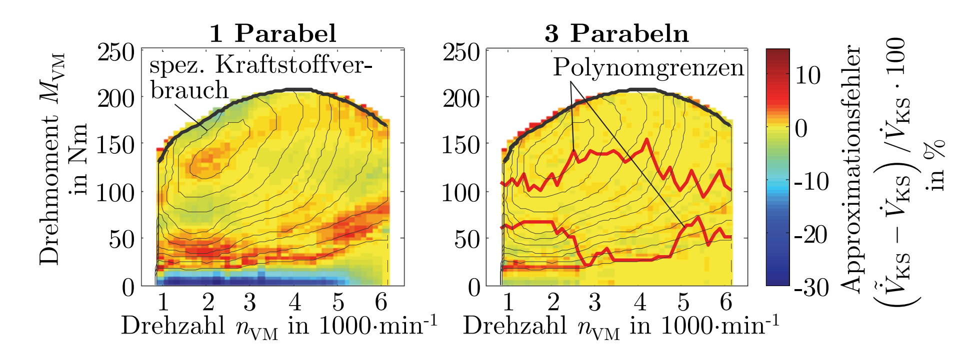


Bild 4.9: Approximationsfehler des Kraftstoff-Volumenstroms unter Verwendung einer bzw. dreier Parabeln, wobei M_{VM} als Polynomvariable dient (paralleler Hybridmodus mit Drehmomentaddition (vgl. (4.23)).

Bild 4.10 zeigt den Approximationsfehler beim Kennfeld des elektrischen Antriebs. Die Approximation mit nur einer Parabel führt zu einem hohen Fehler im höheren Drehzahl- und unteren Drehmomentbereich, was sich hauptsächlich dadurch begründet, dass zur Berücksichtigung des generatorischen Betriebs die Parabel auch im negativen Wertebereich der Steuergröße gültig sein muss und daher symmetrisch zur Ordinate ausgelegt wird ($c^X_{EM,1} = 0$). Unter Verwendung von mehreren Parabeln lässt sich der Approximationsfehler signifikant reduzieren, da für den positiven und negativen Wertebereich der Steuergröße separate Parabeln mit $c^X_{EM,1} \neq 0$ zugrunde gelegt werden können.

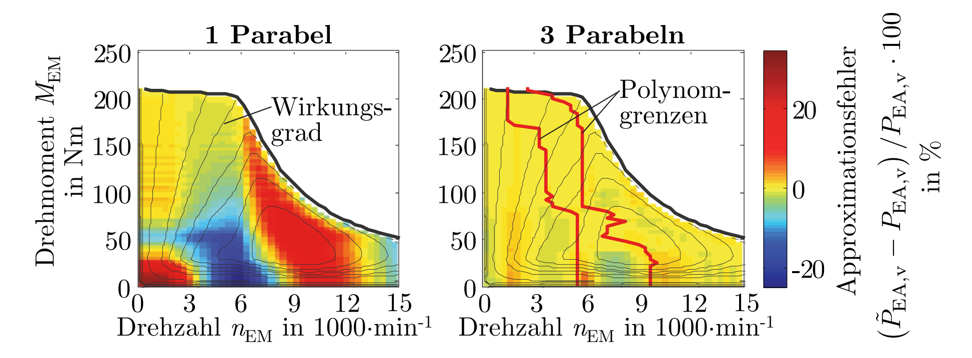


Bild 4.10: Fehler des Wirkungsgrads für die Approximation der elektrischen Verlustleistung unter Verwendung einer bzw. dreier Parabeln mit der Drehzahl n_{EM} als Polynomvariable (paralleler Hybridmodus mit Drehzahladdition (vgl. (4.24)).

4.3.3 Lösung des Randwertproblems

Zur optimalen Steuerung des Antriebsstrangs müssen die Randbedingungen bezüglich des Batterieladezustandes in (4.20) berücksichtigt werden, d. h., der Ladezustand muss zu Beginn der Fahrt den Anfangswert SoC_0 und am Ende der Fahrt den Endwert SoC_e aufweisen. Der tatsächliche Batterieladezustand SoC_k^* berechnet sich aus den optimalen Steuergrößen $u_{EM,k}^*$ und $u_{G,k}^*$, wobei sich diese wiederum unter Vorgabe eines Lagrange-Multiplikators λ aus dem PMP und der DP ergeben, siehe Bild 4.5. Damit der tatsächliche Endwert SoC_N^* dem geforderten Endwert SoC_e entspricht, muss ein passender Lagrange-Multiplikator λ^* gefunden werden. Die Bestimmung von λ^* und somit die Lösung des Randwertproblems erfolgt numerisch mittels eines Schießverfahrens.

Bild 4.11 zeigt einen Beispielverlauf für den Endladezustand SoC_N^* in Abhängigkeit des Lagrange-Multiplikators λ. Gemäß dem vergrößerten Ausschnitt weist der Verlauf Unstetigkeiten auf, wodurch sich das Randwertproblem möglicherweise nicht ohne Abweichungen vom geforderten Endwert SoC_e lösen lässt. Diese Unstetigkeiten treten insbesondere bei Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe auf,

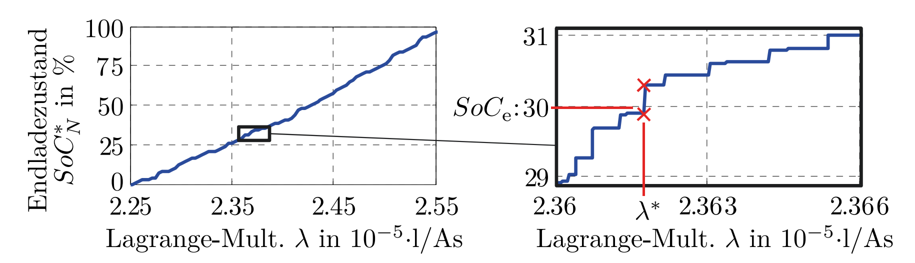


Bild 4.11: Beispiel für den Zusammenhang zwischen dem Endwert des Batterieladezustands SoC_N^* und dem Lagrange-Multiplikator λ.

da es vorkommen kann, dass einige der den Betriebsmodi zugeordneten Hamilton-Funktionen zu manchen Zeitpunkten äquivalente Maxima aufweisen (z. B., wenn die Schnittpunkte der Verläufe in Bild 4.7 ein Maximum darstellen und genau auf dem Zeitraster t_k liegen). In solchen Fällen existieren mehrere Verläufe der optimalen Steuergröße $u^*_{\mathrm{G},k}$, für die zwar das Integral der Hamilton-Funktion (Kostenfunktion der DP) identische Maxima aufweist, sich aber unterschiedliche Endwerte SoC^*_N ergeben. Aus Sicht der DP liegen hierbei äquivalente Lösungen vor, weshalb aus programmiertechnischen Gründen eine beliebige Lösung ausgewählt wird. Dadurch entsteht ein stufenförmiger Verlauf für SoC^*_N, der möglicherweise im Bereich des geforderten Wertes SoC_e eine Unstetigkeit aufweist.

Dieser Zusammenhang wurde bereits in [28, 152] festgestellt. Allerdings sind die vorgeschlagenen Ansätze zur Lösung des Randwertproblems entweder nicht für das betrachtete Anwendungsszenario geeignet oder beziehen sich auf einen bestimmten Antriebsstrangtypen. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher ein eigener Ansatz verfolgt, mit dem sich die Abweichung der Lösung des Randwertproblems vom geforderten Endwert SoC_e auf ein akzeptables Niveau reduzieren lässt. Hierbei werden in jedem Durchlauf der DP zunächst die Zeitpunkte $\tilde{t}_k$ und Steuergrößen des Multi-Mode-Getriebes $\tilde{u}^*_{\mathrm{G},k}$ identifiziert, für die ein äquivalentes Maximum der Hamilton-Funktion vorliegt (bzw. das Minimum, da gemäß Bild 4.5 die negative Hamilton-Funktion betrachtet wird). Es hat sich herausgestellt, dass in der Regel wenige äquivalente Maxima auftreten, sodass sich die Endladezustände SoC^*_N für alle Kombinationen von $\tilde{u}^*_{\mathrm{G},k}$ bezüglich der Zeitpunkte $\tilde{t}_k$ mit einem geringen Rechenaufwand überprüfen lassen. Aus allen sich hieraus ergebenden Verläufen von $u^*_{\mathrm{G},k}$ wird dann der Verlauf gewählt, für den sich die geringste Differenz zwischen den tatsächlichen Endwert SoC^*_N und dem geforderten Endwert SoC_e ergibt. Bild 4.12 zeigt für ein Beispiel und einige Endwerte die Abweichungen, die mit und ohne den oben beschriebenen Ansatz bei der Lösung des Randwertproblems entstehen. Die zusätzliche Auswertung der Hamilton-Funktion bezüglich äquivalenter Maxima ermöglicht eine ausreichend genaue Lösung des Randwertproblems.

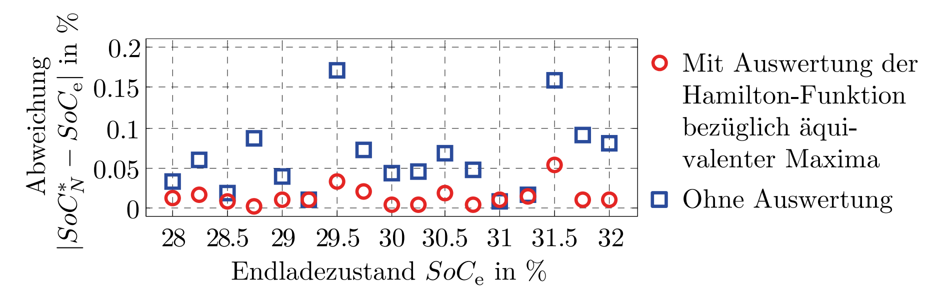


Bild 4.12: Abweichungen bei der Lösung des Randwertproblems zwischen dem tatsächlichen Endladezustand SoC^*_N und dem geforderten Endwert SoC_e.

4.3.4 Beispiel

Bild 4.13 zeigt die Ergebnisse der Betriebsoptimierung für einen Antriebsstrang mit zweigängigem Multi-Mode-Getriebe (PAR/PAR-Konzept in Bild 4.2). Als Referenz dienen die Ergebnisse einer Betriebsoptimierung mittels DP, die hochauflösend mit dem kennfeldbasierten Antriebsstrangmodell durchgeführt wurde. Das hierfür erforderliche Getriebemodell wurde nach der in Kapitel 3.3 beschriebenen Methode auf Basis der vereinfachten Getriebekonfiguration des betrachteten Grundkonzepts erzeugt. Die Verfahrenskombination DP-PMP mit einer Parabel zur Approximation der Verlustkennfelder (roter Verlauf) liefert in Bezug zur Referenz abweichende Ergebnisse, was insbesondere beim Ladezustand in Bild 4.13a) zu erkennen ist. Der finale Kraftstoffverbrauch am Ende der Fahrt weicht hierbei gegenüber der Referenz bei a) um ca. $3,7\,\%$ und bei b) um ca. $2,6\,\%$ ab. Mit der Approximation durch drei Parabeln ergeben sich diesbezüglich deutlich geringere Abweichungen: bei a) ca. $0,3\,\%$ und bei b) ca. $0,4\,\%$. Ein direkter Vergleich der aus den Optimierungen resultierenden Steuergrößen ist aufgrund der unterschiedlichen Zusammensetzung aus Drehmoment- und Drehzahlwerten sowie der sehr langen Fahrzyklen unübersichtlich, weshalb die in Bild 4.14 dargestellte Aktivität der einzelnen Betriebsmodi betrachtet wird. Hierbei handelt es sich um die prozentualen Anteile an der Fahrt, die in den jeweiligen Betriebsmodi zurückgelegt werden. Es zeigt sich, dass die Kombination DP-PMP mit einer Parabel insbesondere im

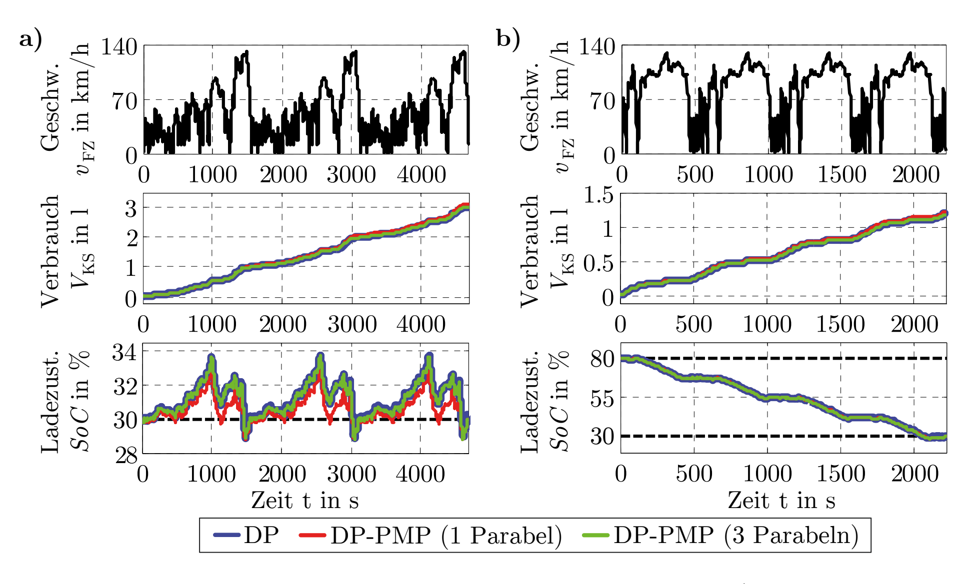


Bild 4.13: Ergebnisse der Betriebsoptimierung unter Vorgabe des **a)** dreifachen WLTP-Zyklus bei entladenem Batteriespeicher und **b)** vierfachen SFTP-06-Zyklus bei aufgeladenem Batteriespeicher.

elektrischen Fahrbetrieb gegenüber der DP abweichende Ergebnisse liefert (siehe auch [A5]). Bei der Kombination DP-PMP mit drei Parabeln hingegen stimmen die Ergebnisse mit denen der DP weitgehend überein. Da bei diesem Verfahren die Verläufe von Kraftstoffverbrauch und Batterieladezustand mit den Verläufen der DP ebenfalls übereinstimmen (vgl. Bild 4.13), liegen auch nahezu identische Steuersignale vor.

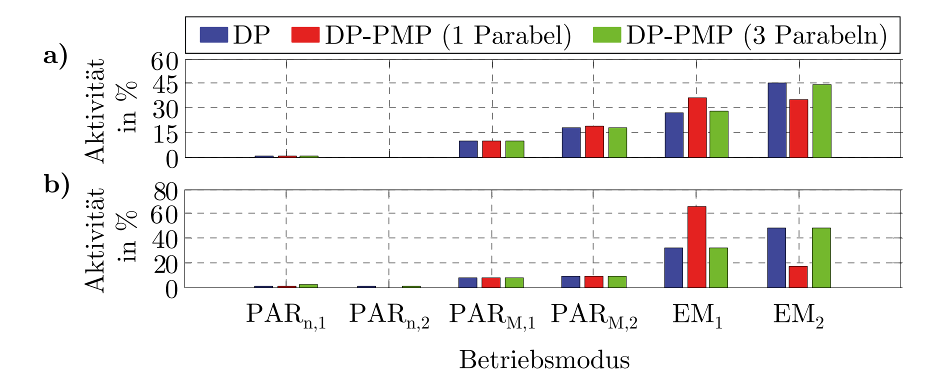


Bild 4.14: Prozentuale Anteile an der Fahrt, die in den einzelnen Betriebsmodi zurückgelegt werden: **a)** dreifacher WLTP-Zyklus mit entladenem Batteriespeicher und **b)** vierfacher SFTP-06-Zyklus mit geladenem Batteriespeicher.

Die mittlere Berechnungszeit der DP für die oben betrachteten Fahrzyklen beträgt 2 Stunden und 14 Minuten, wohingegen die Ausführung der Kombination DP-PMP mit einer und drei Parabeln zur Approximation der Verlustkennfelder lediglich 0,8 bzw. 6,6 Sekunden in Anspruch nimmt[31]. Aufgrund der höheren Genauigkeit in Bezug auf die Optimierung mit kennfeldbasierten Modellen und der immer noch niedrigen Berechnungszeit wird im Rahmen der Getriebeoptimierung die Kombination DP-PMP mit drei Parabeln zur unterlagerten Betriebsoptimierung verwendet.

4.4 Optimierung der Übersetzungsverhältnisse

Die Optimierung der Übersetzungsverhältnisse hinsichtlich eines minimalen Kraftstoffverbrauchs V_{KS}^* erfolgt gemäß Bild 4.3 übergeordnet zur Betriebsoptimierung. Es liegt das statische Optimierungsproblem

$$V_{\mathrm{KS}}^* = \min_{\mathbf{i}} \left\{ V_{\mathrm{KS,BS}}^* \left(\mathbf{i} \right) \right\} \tag{4.31}$$

[31] Die Optimierungen wurden auf einem gewöhnlichen Desktop-PC ausgeführt: Intel-Core i5 (3,4GHz) und 16 GB Arbeitsspeicher.

vor, wobei der Vektor **i** gemäß (4.19) die Übersetzungsverhältnisse des PAR/PAR-Konzepts enthält und $V^*_{\mathrm{KS,BS}}(\mathbf{i})$ den aus der Betriebsoptimierung resultierenden und für ein gegebenes **i** optimierten Kraftstoffverbrauch darstellt (vgl. (4.13)). Zur Lösung von (4.31) sind zusätzliche Nebenbedingungen zu berücksichtigen, damit die optimierten Übersetzungsverhältnisse $\mathbf{i}^*$ umsetzbare Werte aufweisen und vordefinierte Fahrzeugeigenschaften hinsichtlich Beschleunigung und Geschwindigkeit eingehalten werden. Die zugrunde gelegten Nebenbedingungen sowie das zur Lösung des Optimierungsproblems verwendete Verfahren und ein entsprechendes Beispiel werden in den folgenden Unterkapiteln behandelt.

4.4.1 Nebenbedingungen

Die bei der Optimierung der Übersetzungsverhältnisse zu berücksichtigenden Nebenbedingungen werden am Beispiel eines eingängigen Multi-Mode-Getriebes nach dem PAR/PAR-Grundkonzept erläutert. Hierzu dient das Zugkraftdiagramm in Bild 4.15, das die in den jeweiligen Betriebsmodi maximal zur Verfügung stehende Zugkraft F_{Zug} als Funktion der Fahrzeuggeschwindigkeit v_{FZ} darstellt. Die grundlegenden Nebenbedingungen ergeben sich aus den Forderungen, dass der Mindestzugkraftbedarf $F_{\mathrm{Zug,min}}$ gedeckt, die Schlupfgrenze $F_{\mathrm{Zug,schlupf}}$ möglichst nicht überschritten und die Höchstgeschwindigkeit $v_{\mathrm{FZ,max}}$ im verbrennungsmotorischen Betrieb erreicht wird.

Um mit dem Verbrennungsmotor die Höchstgeschwindigkeit zu erreichen, muss das Übersetzungsverhältnis des höchstens Gangs i_{a_G} so gewählt werden, dass sich die maximale Verbrennungsmotordrehzahl $n_{\mathrm{VM,max}}$ bei der vordefinierten Geschwin-

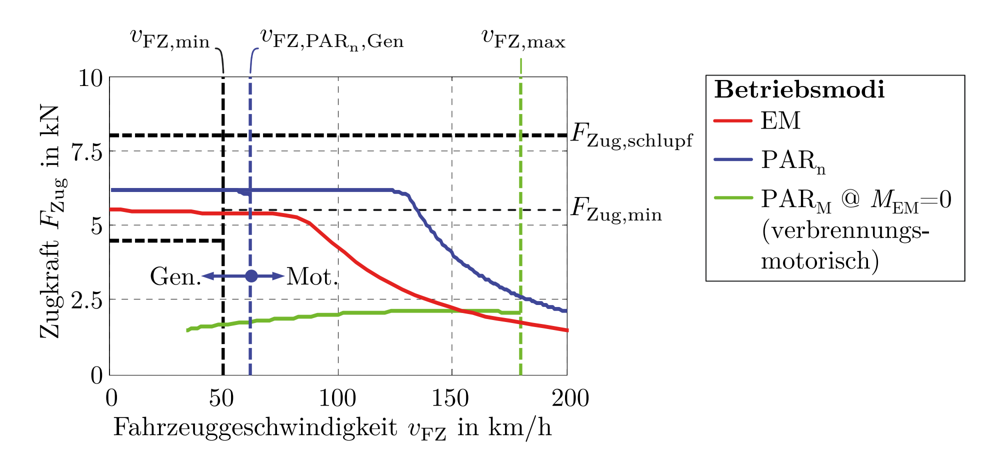


Bild 4.15: Beispiel-Zugkraftdiagramm eines eingängigen Multi-Mode-Getriebes nach dem PAR/PAR-Grundkonzept in Bild 4.2.

digkeit $v_{\mathrm{FZ,max}}$ einstellt. Hierzu dient das durch den effektiven Reifenradius r_{R} ausgedrückte Drehzahlverhältnis:

$$i_{a_{\mathrm{G}}} = \frac{\pi \cdot n_{\mathrm{VM,max}} \cdot r_{\mathrm{R}}}{30 \cdot v_{\mathrm{FZ,max}}}. \tag{4.32}$$

Der Mindestzugkraftbedarf $F_{\mathrm{Zug,min}}$ wird mittels des Fahrdynamikmodells (3.12) und unter der Annahme einer konstanten Fahrgeschwindigkeit berechnet:

$$\begin{aligned} F_{\mathrm{Zug,min}} = c_{\mathrm{w}} \cdot A_{\mathrm{SF}} \cdot \frac{\rho_{\mathrm{Luft}}}{2} \cdot v_{\mathrm{FZ,min}}^2 + \dots \\ \dots m_{\mathrm{FZ,max}} \cdot g \cdot \left(k_{\mathrm{Roll}} + \sin\left(\alpha_{\mathrm{max}}\right)\right), \end{aligned} \tag{4.33}$$

mit der maximalen Fahrzeugmasse $m_{\mathrm{FZ,max}}$ (z. B. volle Beladung mit Anhänger) und dem maximalen Steigungswinkel α_{max} der Strecke (z. B. 12 % Steigung) sowie die unter diesen Bedingungen minimal aufzubringende Geschwindigkeit $v_{\mathrm{FZ,min}}$. Damit $F_{\mathrm{Zug,min}}$ und $v_{\mathrm{FZ,min}}$ auch mit entladenem Batteriespeicher aufgebracht werden können, muss der drehzahladditive $\mathrm{PAR_n}$-Modus passend ausgelegt sein. Hierzu werden die entsprechenden Übersetzungsverhältnisse so gewählt, dass die Geschwindigkeit $v_{\mathrm{FZ,PAR_n,Gen}}$, bis zu der ein generatorischer Betrieb des elektrischen Antriebs möglich ist, größer als $v_{\mathrm{FZ,min}}$ ist und die Zugkraft innerhalb dieses Geschwindigkeitsbereichs gleichzeitig oberhalb von $F_{\mathrm{Zug,min}}$ liegt.

Als obere Begrenzung wird die Zugkraft herangezogen, ab der die Reifen beginnen durchzurutschen bzw. der Deformationsschlupf an den Reifen überschritten wird [80]. Die Berechnung dieser Kraftgrenze erfolgt für ein Fahrzeug mit einer angetriebenen Achse durch

$$F_{\mathrm{Zug,schlupf}} = \frac{1}{2} \cdot m_{\mathrm{FZ}} \cdot g \cdot \mu, \tag{4.34}$$

wobei vereinfachend eine Gleichverteilung der Fahrzeugmasse auf die beiden Achsen sowie ein konstanter Koeffizient μ angenommen werden. Eine Überschreitung dieser Grenze ist nicht mehr sinnvoll, da ein Großteil der erzeugten Zugkraft nicht mehr zur Beschleunigung der Fahrzeugmasse genutzt wird. Allerdings schränkt die Berücksichtigung von $F_{\mathrm{Zug,schlupf}}$ als obere Zugkraftkraftgrenze den Suchraum bei der Optimierung möglicherweise zu stark ein, sodass Lösungen, bei denen die Zugkraftkennlinien oberhalb von $F_{\mathrm{Zug,schlupf}}$ verlaufen, niedrigere Kraftstoffverbräuche ermöglichen würden. Da es im Fahrbetrieb prinzipiell möglich ist, die Antriebsleistung beim Beschleunigen entsprechend zu begrenzen, wird bei der Optimierung auf eine obere Zugkraftkraftgrenze verzichtet. Sollten die optimierten Übersetzungs-

verhältnisse zu einer deutlichen Überschreitung von $F_{\text{Zug,schlupf}}$ führen, weist dies auf eine Überdimensionierung der Antriebe hin.

Darüber hinaus liegen weitere Nebenbedingungen vor, die in dem Zugkraftdiagramm in Bild 4.15 nicht direkt ersichtlich sind:

- Standübersetzungen dürfen nur Werte annehmen, die mit dem betrachteten Umlaufgetriebe auch umsetzbar sind.
- Bei mehrgängigen Multi-Mode-Getrieben müssen sich die Zugkraftkennlinien der einzelnen Gänge ausreichend überschneiden, sodass eine direkte Umschaltung zwischen den einzelnen Gängen möglich ist. Es wurde diesbezüglich ein minimaler Überschneidungsbereich von 20 km/h angenommen.
- Gemäß dem betrachteten Grundkonzept lässt sich der elektrische Antrieb nicht vom Getriebe entkoppeln. Daher muss sichergestellt sein, dass die Maximaldrehzahl des Antriebs nicht überschritten wird.

Die Umsetzung der Getriebeoptimierung erfolgt mithilfe von Matlab. Zur Berücksichtigung der Nebenbedingungen dient eine eigens erstellte Matlab-Funktion, die auf Basis der Übersetzungsverhältnisse die Gleichungen und Ungleichungen der Nebenbedingungen auswertet und das Ergebnis einer bereits bestehenden Matlab-Funktion zur Optimierung übergibt. Hierzu werden ein mit der Methode in Kapitel 3.3 erzeugtes stationäres Getriebemodell des Grundkonzepts sowie die Volllastkennlinien der Antriebe herangezogen. Der angewendete Optimierungsalgorithmus sowie Beispiele für die Optimierung der Übersetzungsverhältnisse sind in den folgenden Kapiteln angegeben.

4.4.2 Lösung des Optimierungsproblems

Die Kostenfunktion des statischen Optimierungsproblems (4.31) ist abhängig von mehreren Variablen und soll unter Berücksichtigung der im vorherigen Kapitel beschriebenen Nebenbedingungen minimiert werden. Da sich die Kosten durch Auswertung der Betriebsoptimierung ergeben, liegen für die Kostenfunktion kein Funktionsausdruck und somit auch keine Information über den Gradienten vor. Daher wird zur Lösung von (4.31) ein DIRECT-Verfahren verwendet [112]. Diese Verfahren basieren auf deterministischen Algorithmen, erfordern keine Information über den Gradienten der Kostenfunktion und eignen sich zur Bestimmung des globalen Optimums von statischen Problemen mit mehreren Variablen. Die Umsetzung der Optimierung erfolgt in Matlab mittels der „Global Optimization Toolbox“, wobei sich mit den hierbei zur Verfügung gestellten DIRECT-Verfahren lineare und nichtlineare Nebenbedingungen sowie Wertbegrenzungen für die einzelnen Variablen berücksichtigen lassen.

4.4.3 Beispiel

Bild 4.16 zeigt die Beispielergebnisse der Getriebeoptimierungen eines ein- und zweigängigen Multi-Mode-Getriebes. Hierbei ist jeweils der Kraftstoffverbrauch bzw. die aus der Betriebsoptimierung resultierende Kostenfunktion in Abhängigkeit der gesuchten Übersetzungsverhältnisse dargestellt. Zum Vergleich sind die Optimierungsergebnisse des DIRECT-Verfahrens sowie die gültigen Wertebereiche der Übersetzungen, die die Nebenbedingungen erfüllen, angegeben. Das Übersetzungsverhältnis des jeweils höchsten Gangs wurde im Vorfeld gemäß (4.32) auf die Höchstgeschwindigkeit des Fahrzeugs ausgelegt, sodass als Optimierungsvariablen lediglich die Standübersetzung i_0 sowie die Übersetzungen des elektrischen Antriebs i_{EA} und des ersten Gangs i_1 übrig bleiben. Um die Ergebnisse des zweigängigen Multi-Mode-Getriebes in der Ebene darstellen zu können, wird i_0 als konstant betrachtet (vgl. Bild 4.16b)). Bei beiden Beispielen liefert das DIRECT-Verfahren korrekte Lösungen. Die resultierenden Übersetzungsverhältnisse liegen im gültigen Wertebereich und ermöglichen den in diesem Bereich minimalen Kraftstoffverbrauch.

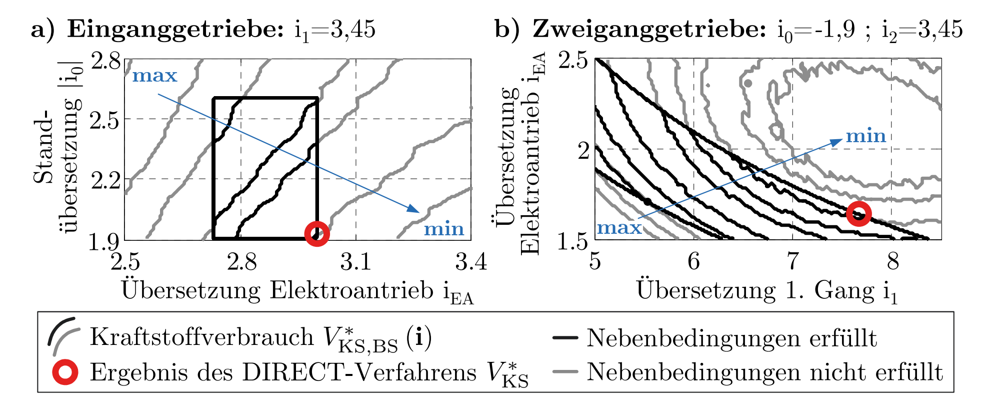


Bild 4.16: Beispielergebnisse für die Optimierung der Übersetzungsverhältnisse: **a)** eingängiges und **b)** zweigängiges Multi-Mode-Getriebe.

4.5 Anwendungsbeispiel

In diesem Abschnitt wird die konzeptionelle Getriebeentwicklung an einem Anwendungsbeispiel erprobt. Als Basis wird hierzu das PAR/PAR-Grundkonzept aus Bild 4.2 herangezogen. Dem entsprechenden Fahrzeug stehen somit der elektrische Fahrbetrieb und die parallelen Hybridbetriebe mit Drehmoment- und Drehzahladdition zur Verfügung, wobei für jeden dieser Betriebsmodi mehrere Gänge vorliegen

können. Die Getriebeoptimierung erfolgt auf Grundlage vordefinierter Fahrzeugspezifikationen und Fahrzyklen, die im Folgenden näher betrachtet werden.

4.5.1 Fahrzeugspezifikationen und Fahrzyklen

Es wird ein Fahrzeug ähnlich dem Mitsubishi Outlander betrachtet, das über eine kombinierte Antriebsleistung von 215 kW und über einen Batteriespeicher mit einer Kapazität von 12 kWh verfügt. Darüber hinaus werden eine maximale Fahrzeuggeschwindigkeit von 180 km/h und eine maximale Rekuperationsleistung von 35 kW angenommen. Letzteres entspricht der Leistung, die beim Bremsen durch Rekuperation vom elektrischen Antrieb aufgenommen und dem Batteriespeicher zugeführt wird. Eine ausführliche Auflistung aller erforderlichen Antriebsstrang- und Betriebsparameter ist in Tabelle 4.1 gegeben.

Zur Durchführung der Getriebeoptimierung werden neben Normzyklen auch eigene auf Messungen basierende Fahrzyklen herangezogen. Diese wurden mittels der in

Tabelle 4.1: Für das Anwendungsbeispiel zugrunde gelegte Fahrzeugspezifikationen und Betriebsbedingungen.

	Parameter	Wert
Fahrzeug (Auf Grundlage des Mitsubishi Outlander)	Fahrzeugmasse m_{FZ} cw-Wert c_{w} Projizierte Stirnfläche A_{SF} Rollwiderstandsbeiwert k_{Roll}	1920 kg 0,25 2,6 m^2 0,01 [80]
Verbrennungsmotor (Ottomotor, Benziner)	Nennleistung $P_{\mathrm{VM,N}}$ Taktzahl a_{Takt} Hubraum V_{H} Verbrauchskennfeld Bild 3.3	90 kW 4 1998 cm^3 -
Elektromotor (PMSM)	Maximalleistung $P_{\mathrm{EM,max}}$ Max. Drehmoment $M_{\mathrm{EM,max}}$ Max. Drehzahl $n_{\mathrm{EM,max}}$ Verlustkennfeld Bild 3.6 (auf $M_{\mathrm{EM,max}}$ skaliert)	125 kW 210 N m 15000 min^{-1} -
Batteriespeicher (Li-Ion)	Maximale Ladungskapazität Q_{Batt} Nominale Zellenspannung $u_{\mathrm{Zelle,nom}}$ Anzahl der Zellen a_{Zellen} Kennfeld Innenwiderstand Bild 3.9	40 A h 3,75 V 80 -
Fahrzeugbetrieb (Grenzwerte, Nebenbedingungen)	Max. Fahrzeuggeschwindigkeit $v_{\mathrm{FZ,max}}$ Max. Rekuperationsleistung $P_{\mathrm{Rekup,max}}$ Schlupfgrenze $F_{\mathrm{Zug,schlupf}}$ ($\mu = 0,85$) Min. Zugkraft $F_{\mathrm{Zug,min}}$ ($m_{\mathrm{FZ,max}} = 3500$ kg und 12 % Steigung @ 50 km/h)	180 km/h 35 kW 8 kN 4,5 kN

Kapitel 2.2.4 beschriebenen Methode zur Synthese von Fahrzyklen erzeugt, wobei als Datenbasis Fahrzeugmessungen der Arbeitswege von den Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Instituts für Energieforschung „Future Energy" (iFE) dienten. Aus diesen Daten wurde ein Überland-Zyklus mit 80 km Länge (ife-80) und ein Autobahn-Zyklus mit 200 km Länge (ife-200) erzeugt, siehe Bild 4.17.

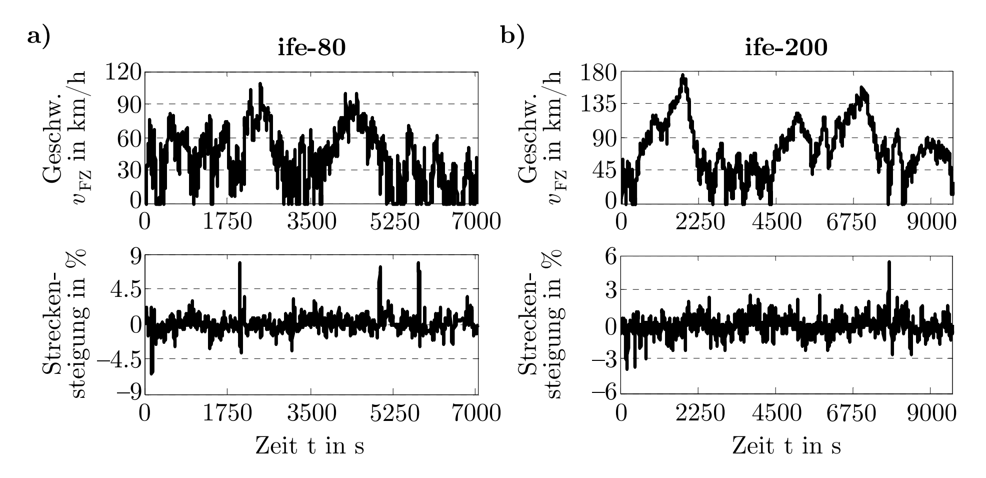


Bild 4.17: Auf Basis von Messungen erzeugte Fahrzyklen mit Steigungsprofil: **a)** 80 km Fahrt Überland und **b)** 200 km Fahrt mit Autobahnabschnitten.

4.5.2 Ergebnisse

Zur Durchführung der Getriebeoptimierung werden zunächst die Übersetzungsverhältnisse für mehrere Ganganzahlen a_{G}, Anfangswerte SoC_0 und Fahrzyklen separat optimiert, um dann a_{G} auf Grundlage der entsprechenden Ergebnisse durch Abwägung von potenzieller Getriebekomplexität und Verbrauchsreduzierung zu bestimmen. Neben den eigenen Fahrzyklen ife-80 und ife-200 werden auch Normzyklen bzw. Wiederholungen dieser Zyklen betrachtet, die einer Gesamtfahrstrecke von ca. 100 km entsprechen. Auf diese Weise lässt sich sicherstellen, dass die elektrische Reichweite des Fahrzeugs überschritten wird und eine vollständige Entladung des Batteriespeichers möglich ist. Dieser wird mit $SoC = 80\,\%$ als geladen und mit $SoC = 30\,\%$ als entladen betrachtet.

Bild 4.18 zeigt die aus den Optimierungen resultierenden Kraftstoffverbräuche für die Ganganzahlen $a_{\mathrm{G}} = 1...4$. Für $a_{\mathrm{G}} = 1$ ist der auf eine Fahrstrecke von 100 km bezogene Kraftstoffverbrauch angegeben, wohingegen bei höheren Ganganzahlen die prozentuale Reduzierung des Verbrauchs gegenüber dem Einganggetriebe dargestellt ist. Da die Kraftstoffeinsparungen bei allen Fahrzyklen unterschiedlich ausgeprägt sind, wird der Mittelwert zur Bewertung herangezogen (rote Markierun-

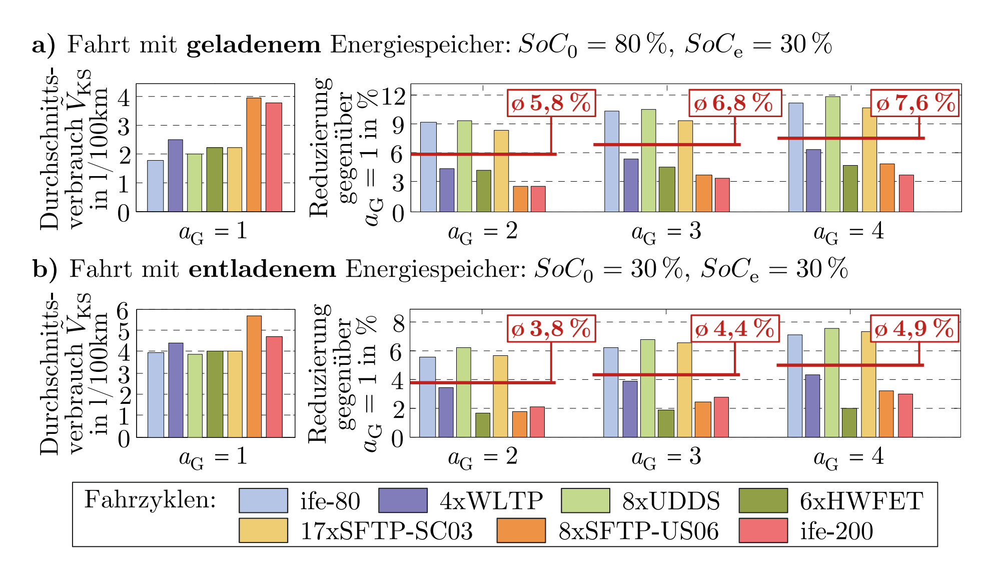


Bild 4.18: Optimierte Kraftstoffverbräuche für diverse Fahrzyklen, den Ganganzahlen $a_G = 1...4$ und einer zu Beginn der Fahrt ge- und entladenen Batterie.

gen). Auch wenn die mittleren prozentualen Einsparungen bei entladener Batterie geringer ausfallen, so wird aufgrund des höheren Kraftstoffverbrauchs für $a_G = 1$ absolut mehr Kraftstoff eingespart. Grundsätzlich ergeben sich mit zunehmender Ganganzahl a_G höhere Kraftstoffeinsparungen, was auf das bisher idealisiert angenommene Getriebe zurückzuführen ist. Der größte Vorteil im Vergleich zur nächstkleineren Ganganzahl ergibt sich für ein zweigängiges Getriebe, sodass selbst unter Berücksichtigung von Getriebeverlusten noch Kraftstoffeinsparungen zu erwarten sind. Mit jeder weiteren Erhöhung der Ganganzahl reduziert sich der Vorteil gegenüber der nächstkleineren Ganganzahl, wodurch es wahrscheinlicher wird, dass die steigende Getriebekomplexität den Verbrauchsvorteil kompensiert. Insgesamt fallen die absoluten Verbrauchseinsparungen durch Erhöhen der Ganganzahl relativ gering aus, was sich durch Berücksichtigung des optimierten Fahrbetriebs begründet. Hierbei wird der Verbrennungsmotor durch optimale Steuerung des elektrischen Antriebs bereits in den effizientesten Arbeitspunkten betrieben, sodass zusätzliche Gangstufen kaum Potenzial für noch effizientere Arbeitspunkte bieten.

Bild 4.19 zeigt die aus der Getriebeoptimierung resultierenden Übersetzungsverhältnisse des Planetengetriebes i_0, Elektroantriebs i_{EA} und der Mehrgängigkeit $i_{1...a_G}$. Das Übersetzungsverhältnis des höchsten Gangs i_{a_G} berechnet sich auf Basis der maximalen Fahrzeuggeschwindigkeit nach (4.32) und ist daher kein Ergebnis der Optimierung. Da die optimierten Übersetzungen für jeden Fahrzyklus unterschiedliche Werte aufweisen, sind zur vereinfachten Darstellung lediglich die

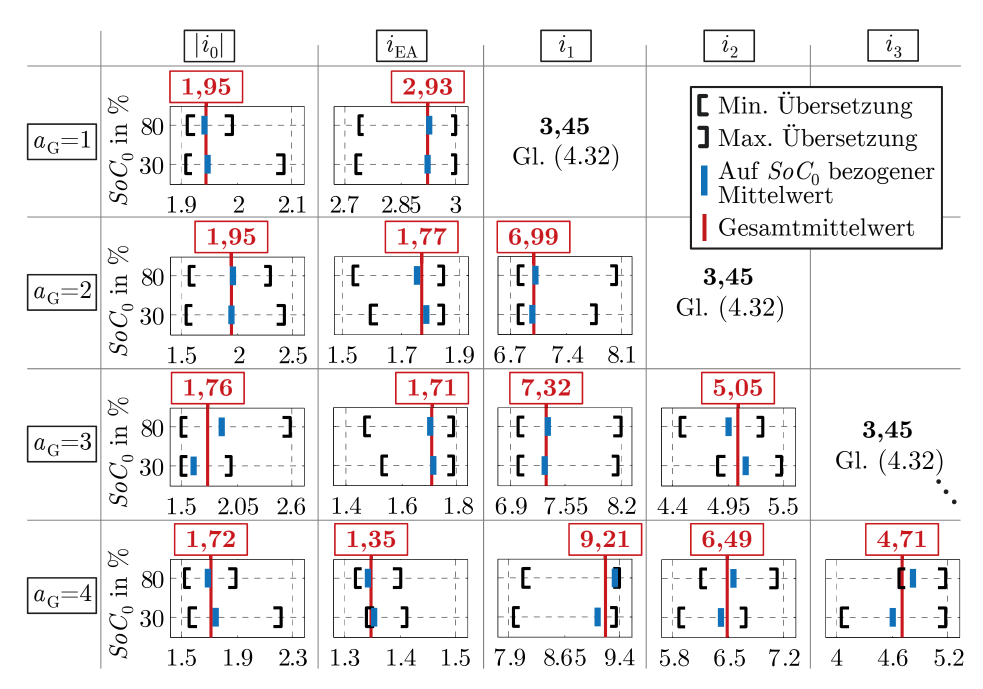


Bild 4.19: Aus der Getriebeoptimierung resultierende Übersetzungsverhältnisse für die Ganganzahlen $a_G = 1 \ldots 4$.

Wertintervalle der Ergebnisse dargestellt. Es liegt somit für jede Übersetzung und jeden Anfangsladezustand SoC_0 ein Wertintervall inklusive Mittelwert vor (blaue Markierungen). In den meisten Fällen liegt der Gesamtmittelwert (rote Markierungen) nahe an den auf SoC_0 bezogenen Mittelwerten, weshalb es vertretbar ist, die konstruktive Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes auf Basis der sich durch die Gesamtmittelwerte ergebenden Übersetzungsverhältnisse durchzuführen.

Die hier vorgestellten Ergebnisse wurden im Rahmen des Forschungsverbundsprojekts PHEVplus [V15] erarbeitet und vom industriellen Projektpartner für eine Getriebesynthese verwendet. Darauf basierend wurde vom Projektpartner ein Prototyp eines neuen Multi-Mode-Getriebes konstruiert, aufgebaut und hinsichtlich des Wirkungsgrades vermessen. Im Folgenden werden das daraus resultierende Getriebekonzept und die zugehörigen Messergebnisse vorgestellt.

4.6 Neues Multi-Mode-Getriebe

In Zusammenarbeit mit dem Projektpartner wurde ein zweigängiges Getriebe gewählt [V15], da die Zweigängigkeit gemäß der Ergebnisse in Kapitel 4.5.2 theoretisch und unter idealisierten Bedingungen den besten Kompromiss zwischen Ge-

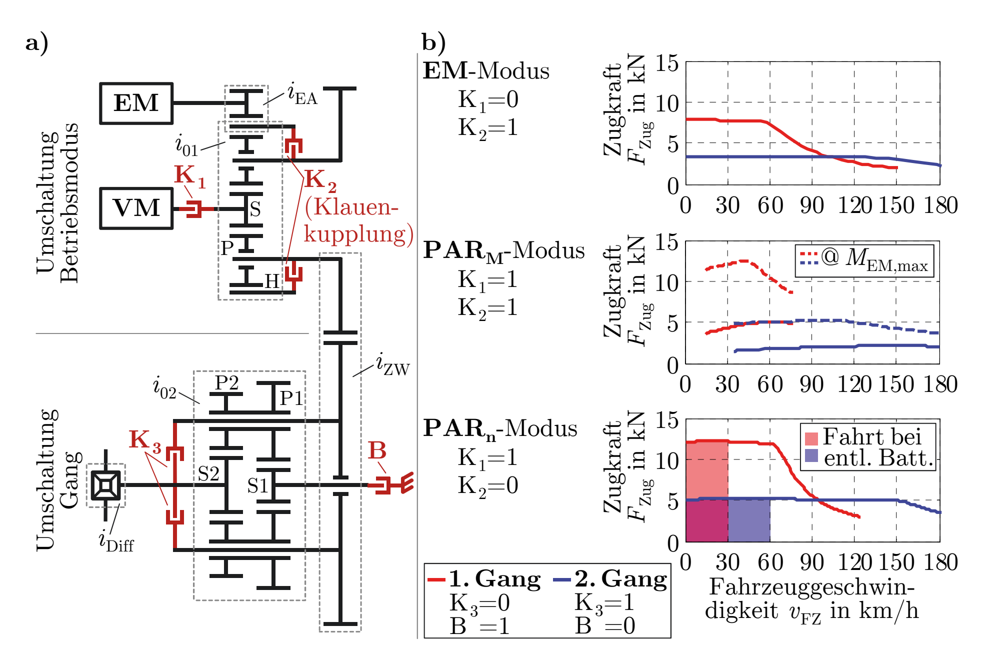


Bild 4.20: a) Aufbau des neuen Multi-Mode-Getriebes [61] und **b)** Schaltkombinationen sowie Zugkraftdiagramme der einzelnen Betriebsmodi und Gänge.

triebekomplexität und Verbrauchseinsparung aufweist. Eine Getriebesynthese ergab das in Bild 4.20a) dargestellte Multi-Mode-Getriebe. Das obere Teilgetriebe besteht aus einem gewöhnlichen Planetengetriebe mit der Standübersetzung i_{01} sowie einer Stirnradübersetzung für den elektrischen Antrieb i_{EA} und dient zur Umschaltung des Betriebsmodus. Hierzu lässt sich mit K1 der Verbrennungsmotor zuschalten mit K2 das Planetengetriebe verblocken. Im verblockten Zustand können der elektrische Fahrbetrieb (EM-Modus) und der Hybridbetrieb mit Drehmomentaddition (PAR_M-Modus) aktiviert werden, wohingegen im geöffneten Zustand von K2 der Hybridbetrieb mit Drehzahladdition (PAR_n-Modus) aktiv ist. Das untere Teilgetriebe setzt sich aus einer Zwischenübersetzung i_{ZW}, dem Differenzial mit der Übersetzung i_{Diff} und einem Umlaufgetriebe mit zwei Sonnenrädern und der Standübersetzung i_{02} zusammen. Mit der Bremse B lässt sich der erste Gang und mit der Kupplung K3 der zweite Gang aktivieren. In Bild 4.20b) sind für alle verfügbaren Betriebsmodi und Gänge die Zugkraftkennlinien und jeweiligen Zustände der Schaltelemente dargestellt. Das Anfahren mit entladenem Batteriespeicher muss im PAR_n-Modus erfolgen, wobei die maximale Fahrzeuggeschwindigkeit, bei der sich der elektrische Antrieb noch generatorisch betreiben lässt, im ersten Gang 30 km/h und im zweiten Gang 60 km/h beträgt. Um höhere Geschwindigkeiten zu erreichen, muss entsprechend in den PAR_M-Modus gewechselt werden ($M_{EM} = 0$).

Die Drehmoment- und Winkelgeschwindigkeitsgleichungen des Getriebes sind identisch zu (4.1)–(4.9), wobei sich die zusammengefassten Übersetzungsverhältnisse i_j, mit $j \in 1, 2$, gemäß

$$i_1 = i_{\mathrm{ZW}} \cdot i_{\mathrm{Diff}} \cdot (1 - i_{02})^{-1} \quad \text{und} \quad i_2 = i_{\mathrm{ZW}} \cdot i_{\mathrm{Diff}} \tag{4.35}$$

zusammensetzen. Da die Optimierungsergebnisse in Bild 4.19 zum Zeitpunkt der Umsetzung des Getriebeprototyps beim Projektpartner noch nicht in der angegebenen Form vorlagen, wurden geschätzte Übersetzungsverhältnisse verwendet. Tabelle 4.2 gibt sowohl die umgesetzten als auch die auf Basis der Optimierungsergebnisse ausgelegten Übersetzungsverhältnisse an. Die jeweiligen Werte sind weitgehend ähnlich, sodass sich die mit den entsprechenden Getriebeauslegungen erzielten Kraftstoffverbräuche kaum voneinander unterscheiden. Darüber hinaus ist es in der Praxis aufgrund konstruktiver Randbedingungen oft nicht möglich, die Übersetzungsverhältnisse exakt umsetzen, sodass ohnehin Abweichungen von den Optimierungsergebnissen hingenommen werden müssen.

Tabelle 4.2: Beim Getriebeprototyp [61] umgesetzte und aus der Optimierung stammende Übersetzungsverhältnisse (vgl. Bild 4.19).

	i_{01}	i_{02}	i_{EA}	i_{ZW}	i_{Diff}	Verbrauch* in l/100km
Umgesetzt	-2,20	0,50	-1,90	-1,24	-2,74	2,504 / 4,215
Aus Optimierung	-1,95	0,51	-1,77	-1,26	-2,74	2,499 / 4,211

* Über alle in Bild 4.19 angegebenen Fahrzyklen gemittelte Durchschnitts-Kraftstoffverbräuche für Fahrten mit geladenem/entladenem Batteriespeicher.

Der Prototyp des neuen Multi-Mode-Getriebes wurde im stationären Betrieb hinsichtlich der Getriebeverluste durch den Projektpartner vermessen. Auf Basis der Messdaten wird ein entsprechendes stationäres Getriebemodell bezüglich der Abbildung von Verlusten parametriert, was nach den bereits in Kapitel 3.3.5 vorgestellten Methoden erfolgt. Bild 4.21 zeigt die Gegenüberstellung der gemessenen und mittels des entsprechend parametrierten Getriebemodells berechneten Wirkungsgrade. Für den jeweils ersten Gang im elektrischen Fahrbetrieb (EM 1) und im Hybridbetrieb mit Drehzahladdition ($\mathrm{PAR_n}$ 1) liegen keine Messdaten vor. Das Getriebemodell bildet dennoch Verluste in diesen Betriebsmodi ab, da die Verluste der Einzelübersetzungen im Getriebe berücksichtigt und diese auf die Messdaten der anderen Betriebsmodi angepasst werden. Aufgrund der zusätzlichen Freiheitsgrade im $\mathrm{PAR_n}$- und $\mathrm{PAR_M}$-Modus liegen die gemessenen Wirkungsgrade in Abhängigkeit von drei Größen vor. Daher werden zur übersichtlicheren Darstellung

jeweils zwei Größen gemäß der Drehzahl- bzw. Drehmomentaddition (vgl. (4.2) und (4.5)) zu einer Größe, d. h. zur Elektromotordrehzahl n_{EM} bzw. zum Drehmoment an der Antriebsachse M_{An}, zusammengefasst. Doppelungen, die hierbei auftreten können, sind in den Messungen nicht enthalten und wurden in der Simulation ebenfalls vermieden. Laut den betragsmäßigen mittleren Fehlern $|\bar{e}|$ liegt generell eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Modell vor. Darüber hinaus zeigen die über alle technisch umsetzbaren Arbeitspunkte gemittelten Wirkungsgrade $\bar{\eta}$, dass die Verluste im ersten Gang generell höher und im PAR_n-Modus am höchsten sind. Dieses Verhalten ist plausibel, da die Verblockungen der Umlaufgetriebe im ersten Gang und im PAR_n-Modus aufgehoben werden (vgl. Bild 4.20), sodass sich die entsprechenden Zahnräder ineinander abwälzen und zusätzliche Reibungsverluste entstehen.

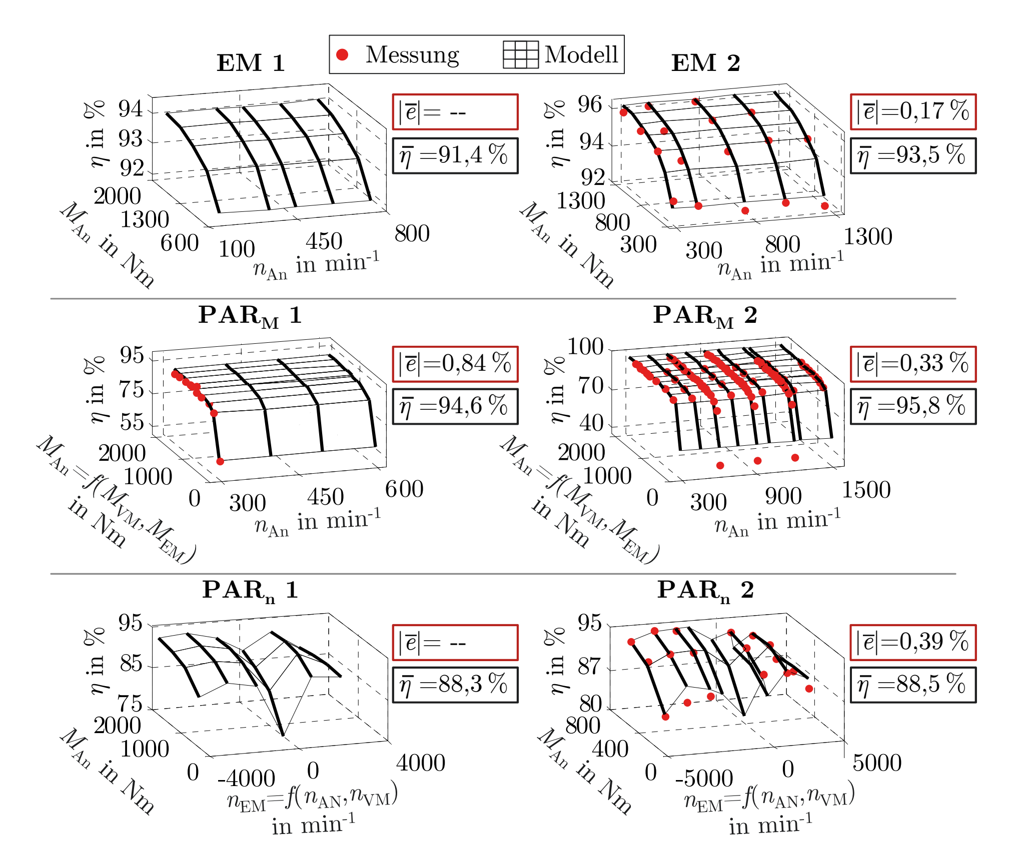


Bild 4.21: Vergleich der Wirkungsgradkennfelder zwischen Getriebemodell und Messungen des neuen Multi-Mode-Getriebes mit dem Betrag des mittleren Fehlers $|\bar{e}|$, dem mittleren Wirkungsgrad $\bar{\eta}$ (Modell) und den Indizes EM (Elektromotor), VM (Verbrennungsmotor) und An (Antriebsachse/Ausgang Differenzial). Der erste Gang der jeweiligen Betriebsmodi ist links und der zweite Gang rechts dargestellt.

5 Antriebsstrangsteuerung

Die Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben umfasst die Entwicklung einer für den Fahrbetrieb erforderlichen Antriebsstrangsteuerung. Diese unterteilt sich in eine Echtzeit-Betriebsstrategie und in eine dazu untergeordnete Antriebs- und Getriebesteuerung. Die Betriebsstrategie legt den Betriebsmodus, Gang und die Leistungsaufteilung zwischen elektrischen Antrieb und Verbrennungsmotor fest, wohingegen die Antriebs- und Getriebesteuerung für eine zugkraftunterbrechungsfreie Umsetzung dieser Vorgaben sorgt. Gemäß Bild 5.1 erfolgt die Entwicklung und simulative Erprobung der entsprechenden Steuer- und Regelalgorithmen auf Grundlage von Antriebsstrangmodellen, wobei die hierzu erforderliche Modellentwicklung eine konkrete Getriebe- bzw. Antriebsstrangkonfiguration voraussetzt. Im Rahmen dieser Arbeit wird diesbezüglich das neue Multi-Mode-Getriebe aus Kapitel 4.6 herangezogen.

In Kapitel 5.1 werden zunächst Aufbau und Parametrierung der Antriebsstrangsimulation beschrieben, die zwecks HIL-Simulation auf entsprechenden Echtzeitsystemen ausgeführt wird. Diese dient zur Überprüfung der einzelnen Umschaltvorgänge, die sich im Rahmen der Getriebesteuerung bzw. der Schaltstrategien zur Umschaltung der Gänge und Betriebsmodi ergeben. Die Getriebesteuerung sowie die zugehörigen Simulationsergebnisse sind in Kapitel 5.2 enthalten. Anschließend folgt in Kapitel 5.3 die Beschreibung einer bereits aus der einschlägigen

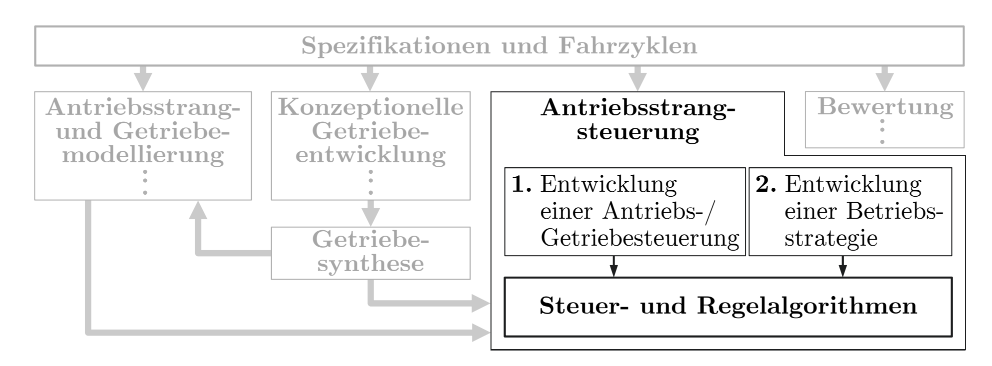


Bild 5.1: Entwicklung einer Antriebsstrangsteuerung als Bestandteil der Gesamtsystematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben.

Literatur bekannten optimierungsbasierten Echtzeit-Betriebsstrategie. Da hierfür die Simulationsergebnisse verschiedener Auslegungen bzw. Methoden zur Streckenprädiktion gegenübergestellt werden sollen, erfolgen die entsprechenden Simulationen aufgrund der geringen Berechnungsdauer offline mit einem quasistationären Antriebsstrangmodell.

5.1 Aufbau und Simulation

Die Gesamtsystematik sieht die simulative Erprobung der Antriebsstrangsteuerung mittels einer vorwärtsgerichteten Antriebsstrangsimulation vor (vgl. Kapitel 2.3.1), die den Aufbau in Bild 5.2 aufweist. Ein Fahrermodell gibt hierbei der Betriebsstrategie das an der Antriebsachse geforderte Drehmoment $M_{\mathrm{An}}^{\mathrm{soll}}$ gemäß einer gegebenen Geschwindigkeit $v_{\mathrm{FZ}}^{\mathrm{soll}}$ vor, sodass diese einen Betriebsmodus und eine Leistungsaufteilung zwischen den Antrieben bestimmen und die entsprechenden Signale an die untergeordnete Antriebs- und Getriebesteuerung weitergeben kann. Hierbei entsprechen $M_{\mathrm{EM,BS}}^{\mathrm{soll}}$ und $\omega_{\mathrm{EM,BS}}^{\mathrm{soll}}$ den Sollwerten für das Drehmoment bzw. für die Drehzahl des elektrischen Antriebes und $M_{\mathrm{VM,BS}}^{\mathrm{soll}}$ dem Sollwert für das Drehmoment des Verbrennungsmotors. Zur Umsetzung des Betriebsmodus wird die Getriebesteuergröße $u_{\mathrm{G}}^{\mathrm{soll}}$ übergeben (vgl. (4.11)). Die Antriebssteuerung

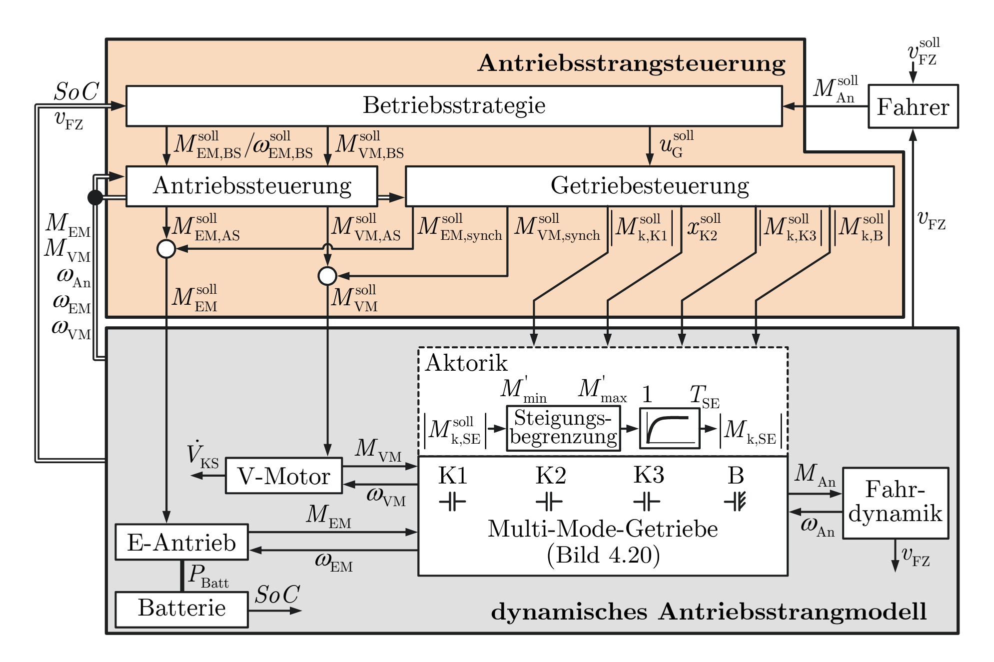


Bild 5.2: Aufbau der Antriebsstrangsimulation zur Erprobung der Antriebsstrangsteuerung für ein Fahrzeug mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe aus Kapitel 4.6.

steuert mit den Drehmomentsollwerten $M_{\mathrm{EM,AS}}^{\mathrm{soll}}$ und $M_{\mathrm{VM,AS}}^{\mathrm{soll}}$ den elektrischen Antrieb und den Verbrennungsmotor, wobei die Getriebesteuerung in diese Drehmomentvorgaben eingreift, um die bei der Gang- und Modusumschaltung erforderliche Drehzahlsynchronisation zu unterstützen (vgl. Kapitel 2.5). Da die zu stellenden Drehmomente $M_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{soll}}$ und $M_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{soll}}$ direkte Eingangsgrößen der in Kapitel 3.2 vorgestellten Antriebsmodelle sind, reicht die Antriebssteuerung diese Größen im drehmomentgesteuerten Betrieb lediglich durch. Im drehzahlgesteuerten Betrieb hingegen, d. h. im $\mathrm{PAR_n}$-Modus und im Leerlaufbetrieb des Verbrennungsmotors, werden die Antriebe von der Antriebssteuerung drehzahlgeregelt. Die Steuerung des Multi-Mode-Getriebes erfolgt mittels der Sollwerte für die Kontaktreibmomente $|M_{\mathrm{k,x}}^{\mathrm{soll}}|$ der einzelnen Schaltelemente sowie dem Sollzustand $x_{\mathrm{K2}}^{\mathrm{soll}}$ für die Klauenkupplung K2.

Insbesondere der Test der Antriebs- und Getriebesteuerung erfordert in der Simulation ein Antriebsstrangmodell, das die Systemdynamik der Antriebsstrangkomponenten abbildet. Daher erfolgt die Modellierung entsprechend der Beschreibung für dynamische Modelle in Kapitel 3. Zur Parametrierung des Modells werden die bereits bei der konzeptionellen Getriebeentwicklung zugrunde gelegten Parameter aus Tabelle 4.1 sowie die Übersetzungsverhältnisse des neuen Multi-Mode-Getriebes aus Tabelle 4.2 verwendet. Darüber hinaus erfolgt die Beschreibung der Systemdynamik anhand der Parameter in Tabelle 5.1, die aus der Literatur entnommen wurden. Die Massenträgheitsmomente der Antriebswelle des Elektromotors und der Schwungmasse des Verbrennungsmotors werden im Getriebemodell berücksichtigt, ebenso wie eine parallele Feder-Dämpfer-Anordnung (c_{An},d_{An}) zur Modellierung der Fahrzeugantriebswellen. Im Anhang A.13 ist die Netzwerkdarstellung des neuen Multi-Mode-Getriebes aufgeführt, die alle Teilkomponenten des Getriebes sowie die zugehörigen Parameter umfasst und gemäß Kapitel 3.3.3 als

Tabelle 5.1: Parameter des vorwärtsgerichteten Antriebsstrangmodells zur Beschreibung der Systemdynamik.

	Parameter	**Wert**
Verbrennungsmotor (vgl. Bild 3.2 und [208])	Zeitkonstante T_{VM}	500 ms
Elektromotor (vgl. Bild 3.5)	Zeitkonstante T_{EM}	2,2 ms
Batteriespeicher (vgl. Bild 3.7 und [183])	Induktivität L Durchtrittswiderstand R_{DT} Doppelschichtkapazität C_{DS} Warburgimpedanz: Widerstand R_{W} Kapazität C_{W}	80 nH 1 mΩ 80 F 0,6 mΩ 50 F

	Parameter	Wert
Multi-Mode-Getriebe (vgl. Bild 4.20 und Anhang A.13)	Massenträgheitsmoment EM J_{EM}	0,01 $\mathrm{kg\,m^2}$
	Massenträgheitsmoment VM J_{VM}	0,04 $\mathrm{kg\,m^2}$
	Federsteifigkeit Antriebswelle c_{An}	$1 \cdot 10^8$ Nm/rad
	Dämpfer Antriebswelle d_{An}	0,01 Nms/rad
	Zusätzliche Federsteifigkeiten c_{z} (vgl. Kapitel 3.3.3)	$1 \cdot 10^{12}$ Nm/rad
	Getriebeverluste	Gem. Kapitel 4.6
Schaltelementaktorik (Anhang A.14)	Zeitkonstante T_{SE}	15 ms
	Steigungsbegrenzung $M'_{\mathrm{max/min}}$	±6000 Nm/s

Grundlage zur Erzeugung des dynamischen Getriebemodells dient. Des Weiteren wird das Verhalten der Schaltelementaktorik, wie in Bild 5.2 dargestellt, durch eine serielle Anordnung einer Steigungsbegrenzung des Drehmomentsignals und eines P-$\mathrm{T_1}$-Glieds approximiert. Die Auswahl und Parametrierung dieses stark vereinfachten Modells erfolgt auf Basis von [51] und einer an einem für die Getrieberealisierung typischen Schaltelement gemessenen Sprungantwort des Kontaktreibmoments (siehe Anhang A.14).

Bild 5.3 zeigt die zur HIL-Simulation verwendete Hardwarekonfiguration bestehend aus einer MicroAutoBox und einem modularen Echtzeitsystem der Fa. dSPACE. Beide Systeme verfügen je über eine CPU- und FPGA-basierte Simulationsplattform, wobei die FPGA-basierten Teilsysteme lediglich dem Austausch und der Konditionierung der jeweiligen Ein- und Ausgangssignale dienen. Auf den CPU-basierten Teilsystemen hingegen, wird die Antriebsstrangsimulation ausgeführt. Die Aufteilung der Simulations-, Steuer- und Regelalgorithmen auf die beiden Echtzeitsysteme erfolgt gemäß der Struktur in Bild 5.2, sodass die Antriebs-

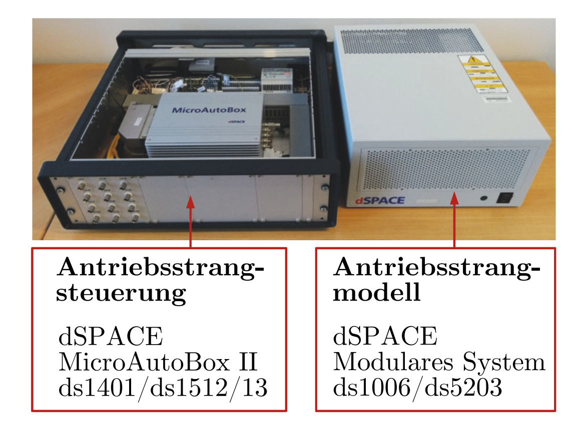


Bild 5.3: Hardwarekonfiguration der HIL-Simulation zur Erprobung der Antriebs- und Getriebesteuerung.

strangsteuerung auf der MicroAutoBox und das Antriebsstrangmodell auf dem modularen System ausgeführt werden. Sowohl die Antriebsstrangsteuerung als auch das Modell werden mit einer Abtastschrittweite von 1 ms ausgeführt. Messungen der jeweiligen Task-Ausführungszeiten ergaben ≈30 µs für die Antriebsstrangsteuerung und ≈10 µs für das Antriebsstrangmodell, wodurch die Echtzeitfähigkeit der Steuerung und des Modells gegeben ist.

5.2 Getriebesteuerung

Kernelement der Getriebesteuerung ist eine Schaltstrategie, mit der sich die Schaltabläufe aller möglichen Gang- und Betriebsmoduswechsel planen lassen. Die Schaltabläufe der Gangwechsel erfolgen hierbei gemäß der Grundlagen in Kapitel 2.5, wohingegen die Abläufe für Betriebsmoduswechsel spezifisch für das neue Multi-Mode-Getriebe entwickelt werden. Kapitel 5.2.1 und 5.2.2 beinhalten die Beschreibungen der zur Schaltablaufplanung erforderlichen Ersatzgetriebestrukturen und der Drehzahlsynchronisation zur Anpassung der Antriebsdrehzahlen beim Gangwechsel. Anschließend folgt in Kapitel 5.2.3 die Schaltstrategie für das neue Multi-Mode-Getriebe, die sich mittels der zuvor beschriebenen Ersatzgetriebestrukturen und der Drehzahlsynchronisation umsetzen lässt. Zur Überprüfung der einzelnen Gang- und Betriebsmoduswechsel werden entsprechende Simulationsergebnisse von der in Kapitel 5.1 beschriebenen HIL-Simulation herangezogen.

5.2.1 Ersatzgetriebestrukturen

Das für den **Gangwechsel** zuständige Teilgetriebe des neuen Multi-Mode-Getriebes besteht laut Bild 4.20 aus der Zwischenübersetzung i_{ZW}, dem Umlaufgetriebe mit der Standübersetzung i_{02}, der Differenzialübersetzung i_{Diff}, der Bremse B und der Kupplung K3. Unter Vernachlässigung der Verluste sowie der Drehmomentdynamik der Antriebe und Schaltelementaktorik lässt sich dieses Teilgetriebe in die in Bild 5.4 dargestellte Doppelkupplungsstruktur mit den Übersetzungsverhältnissen

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{B},1} &= \left| -i_{\mathrm{ZW}} \cdot \left(1 - \frac{1}{i_{02}}\right)^{-1} \right| \quad , \quad i_{\mathrm{B},2} = \left| \frac{i_{\mathrm{Diff}}}{i_{02}} \right| \quad \text{und} \\ i_{\mathrm{K3},1} &= |i_{\mathrm{ZW}}| \quad , \quad i_{\mathrm{K3},2} = |i_{\mathrm{Diff}}| \end{aligned} \tag{5.1}$$

überführen. Da die Gangwechsel immer in einem festen Betriebsmodus erfolgen, lässt sich das für den Betriebsmoduswechsel zuständige Teilgetriebe in Bild 4.20 anhand der eingangsseitigen Struktur bestehend aus dem äquivalenten Massen-

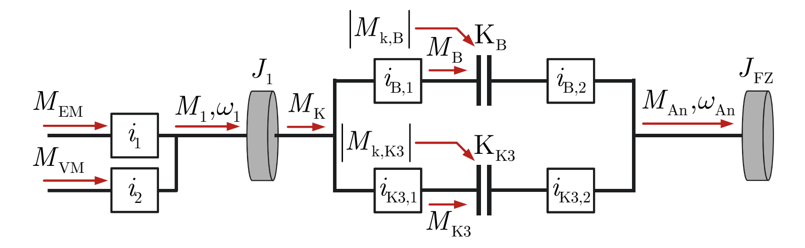


Bild 5.4: Ersatzgetriebestruktur des neuen Multi-Mode-Getriebes zur Planung der Schaltabläufe für Gangwechsel (Nur gültig für die Drehmomentbeziehungen).

trägheitsmoment J_1 und den Übersetzungen i_1 und i_2 beschreiben. Je nachdem welcher Betriebsmodus aktiv ist, werden diese Größen gemäß den Angaben in Tabelle 5.2 angepasst. Hierbei entspricht i_{01} der Standübersetzung des Planetengetriebes und i_{EA} der Übersetzung des Elektromotors (vgl. Bild 4.20). Es ist zu beachten, dass die antriebsseitige Ersatzgetriebestruktur in Bild 5.4 die Drehzahlbeziehung zwischen den Antrieben und ω_1 im PAR_n-Modus nicht korrekt abbildet. Dies ist allerdings auch nicht erforderlich, da zur Planung der Schaltabläufe für Gangwechsel lediglich die Beschleunigung von J_1 durch die Antriebsdrehmomente von Interesse ist und diese unter der Voraussetzung $\dot{\omega}_{EM} = 0$ korrekt beschrieben wird.

Tabelle 5.2: Betriebsmodusabhängige Parameter der Ersatzgetriebestruktur in Bild 5.4.

Betriebsmodus	i_1	i_2	J_1
EM	i_{EA}	0	$i_{EA}^2 \cdot J_{EM}$
PAR_M	i_{EA}	1	$i_{EA}^2 \cdot J_{EM} + J_{VM}$
PAR_n^*	0	$1 - i_{01}$	$(1 - i_{01})^2 \cdot J_{VM}$

* Nur gültig, wenn der Elektromotor drehzahlgeregelt wird und $\dot{\omega}_{EM} = 0$ ist.

Die Planung der Schaltabläufe für **Betriebsmoduswechsel** erfolgt auf Basis der in Bild 5.5 gezeigten Ersatzgetriebestruktur. Diese ist bis auf das für den Gangwechsel zuständige Teilgetriebe identisch zum Multi-Mode-Getriebe in Bild 4.20, wobei auch hier die Getriebeverluste und Drehmomentdynamik der Antriebe und Schaltelemente vernachlässigt werden. Ein Wechsel des Betriebsmodus wird immer im gewählten Gang durchgeführt, sodass sich das für den Gangwechsel zuständige Teilgetriebe $i_{1/2}$ anhand der Übersetzungsverhältnisse

$$i_1 = i_{ZW} \cdot i_{Diff} \cdot (1 - i_{02})^{-1} \quad \text{und} \quad i_2 = i_{ZW} \cdot i_{Diff} \tag{5.2}$$

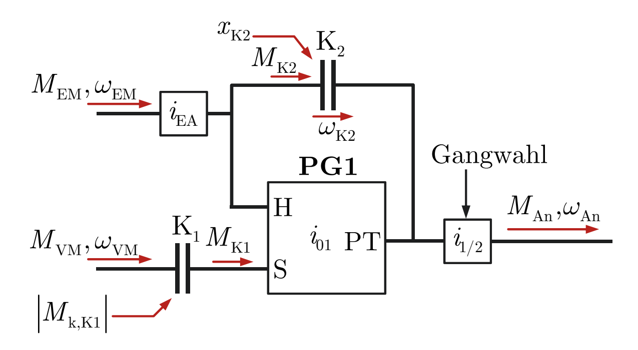


Bild 5.5: Ersatzgetriebestruktur des neuen Multi-Mode-Getriebes aus Bild 4.20 zur Planung der Schaltabläufe für Moduswechsel.

beschreiben lässt. Das Ein- und Auskuppeln des Verbrennungsmotors mittels der Kupplung K1 erfolgt ausschließlich bei geschlossener Kupplung K2, sodass der Elektromotor jederzeit das erforderliche Antriebsdrehmoment M_{An} aufbringen kann und beim Wechsel zwischen dem EM- und PAR_M-Modus keine Zugkraftunterbrechung entsteht. Darüber hinaus besteht die Möglichkeit, dass während des Schließvorgangs von K1 übertragene Drehmoment M_{K1} mit dem Elektromotor zu kompensieren (z. B. Anschleppen des Verbrennungsmotors). Da K2 als Klauenkupplung ausgeführt ist, kann die Betätigung nur im lastfreien bzw. synchronisierten Zustand erfolgen. Hierzu muss K1 stets geschlossen sein, sodass sich z. B. zum Öffnen von K2 die Forderung $M_{K2} \stackrel{!}{=} 0$ durch Steuerung der Drehmomente des Elektro- und Verbrennungsmotors gemäß

$$M_{EM} = \frac{i_{01}}{(i_{01} - 1) \cdot i_{EA} \cdot i_{1/2}} \cdot M_{An} \tag{5.3}$$

$$M_{VM} = -\frac{i_{EA}}{i_{01}} \cdot M_{EM} \tag{5.4}$$

erfüllen lässt. Hierbei handelt es sich gleichzeitig um die Drehmomentbeziehungen im PAR_n-Modus (vgl. (4.1)). Das Schließen von K2 ist nur im PAR_n-Modus erforderlich, bei dem der Elektromotor drehzahlgeregelt wird und sich durch Einstellen von

$$\omega_{EM} = i_{EA} \cdot i_{1/2} \cdot \omega_{An} \tag{5.5}$$

die Forderung $\omega_{K2} \stackrel{!}{=} 0$ erfüllen lässt. Gleichung (5.5) entspricht der Drehzahlbeziehung des Elektromotors im PAR_M-Modus (vgl. (4.6)). Da sich beim Öffnen und Schließen von K2 jeweils beide Antriebe im Eingriff befinden, ist die Umschaltung ohne Zugkraftunterbrechung möglich. Detailliertere Angaben über die Schaltabläufe für Betriebsmoduswechsel sind in Kapitel 5.2.3 aufgeführt.

5.2.2 Drehzahlsynchronisation

Laut den Grundlagen aus Kapitel 2.5 zur Durchführung zugkraftunterbrechungsfreier Gangwechsel muss während eines Umschaltvorgangs die antriebsseitige Drehzahl an das jeweils neue Übersetzungsverhältnis angepasst werden. Je nach Art der Lastschaltung erfolgt diese Drehzahlsynchronisation z. B. durch Reduzieren des Antriebsdrehmoments oder kurzzeitiges Öffnen eines der Schaltelemente (vgl. Kapitel 2.5). Idealerweise müssen diese Drehmomenteingriffe abgeschlossen sein, wenn das im Eingriff befindliche Schaltelement in den Haftzustand übergeht, da ansonsten unerwünschte Unstetigkeiten im Drehmomentverlauf an der Antriebsachse auftreten [48]. Um einen rechtzeitigen Abschluss der Eingriffe zu ermöglichen, wird im Rahmen dieser Arbeit ein regelungsbasierter Ansatz zur Drehzahlsynchronisation verfolgt.

Als Regelgröße dient die eingangsseitige Winkelgeschwindigkeit ω_1 aus der Ersatzgetriebestruktur in Bild 5.4. Die Regelstrecke ergibt sich somit ebenfalls aus dieser Struktur, wobei die vereinfachten Modelle der Antriebe und Schaltelementaktoriken aus Kapitel 3.2 bzw. Anhang A.14 berücksichtigt werden. Bild 5.6 zeigt den Wirkungsplan der Regelstrecke, wobei für die Anfangszustände der dynamischen Elemente die zu Beginn der Synchronisationsphase vorliegenden Systemzustände angenommen werden. Die Kontaktreibmomente der Schaltelemente $|M_{\mathrm{k,B/K3}}|$ liegen in diesem Fall unterhalb oder auf der Haftgrenze und entsprechen

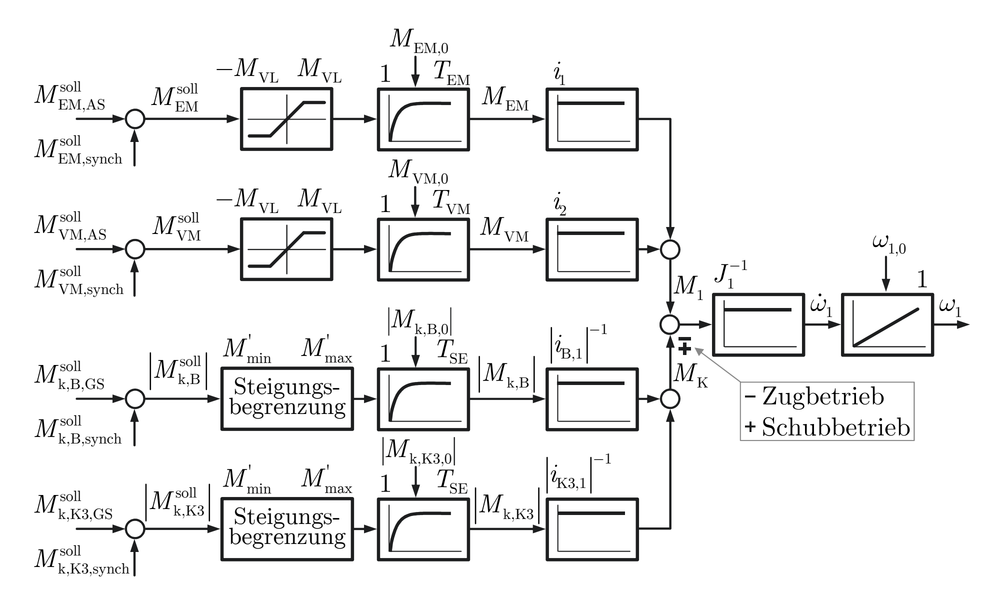


Bild 5.6: Regelstrecke für die Drehzahlsynchronisation beim Gangwechsel (nur gültig, sofern $|M_{\mathrm{k,B/K3}}|$ kleiner gleich der Haftgrenze des jeweiligen Schaltelements).

somit dem vom jeweiligen Schaltelement übertragenen Drehmoment. Gemäß dem Wirkungsplan gibt es vier Eingriffsmöglichkeiten zur Regelung von ω_1. Grundsätzlich wird nur einer dieser Stelleingriffe herangezogen, wobei die Auswahl in Abhängigkeit des aktuell aktiven Betriebsmodus und der Art der vorzunehmenden Lastschaltung erfolgt. Die Drehmomente der Antriebe und Schaltelemente mit den Indizes „AS" und „GS" (**A**ntriebs- und **G**etriebe-**S**teuerung, vgl. Bild 5.2[32]) sind zu Beginn der Synchronisationsphase so gewählt, dass sich das vom Fahrer geforderte Antriebsmoment $M_{\mathrm{An}}^{\mathrm{soll}}$ ergibt und die Schaltelemente an der Haftgrenze betrieben werden. Unter idealisierten Bedingungen hebt sich in diesem Fall die Summe von M_1 und M_{K} auf. Die zusätzlich eingeführten Größen mit dem Index „synch" dienen der reglerbasierten Drehzahlsynchronisation als Stellgrößen, mit denen sich Vorzeichen und Betrag dieser Summe entsprechend ändern lassen.

Durch Umformung des Wirkungsplans lässt sich der in Bild 5.7 dargestellte verallgemeinerte Regelkreis herleiten. Das Übersetzungsverhältnis i und die Zeitkonstante T_{PT1} werden entsprechend dem betrachteten Stellgrößeneingriff aus Bild 5.6 entnommen, wohingegen die neuen Grenzwerte der Stellgrößenbegrenzung $(M_{\max}, M_{\min})$ an den jeweiligen Arbeitspunkt des Antriebs bzw. Schaltelements angepasst werden müssen. Im realen Betrieb lassen sich die Drehmomente der Antriebe und Schaltelemente nicht exakt einstellen, sodass sich die Summe von M_1 und M_{K} nicht komplett aufhebt. Für die Restsumme wird daher die Störgröße $\dot{\omega}_{\mathrm{z}}$ eingeführt. Diese lässt sich mit einem PI-Regler ausregeln, wobei die Auslegung

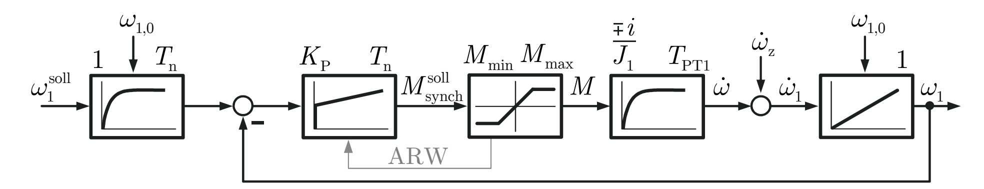


Bild 5.7: Regelkreis für die Drehzahlsynchronisation beim Gangwechsel.

nach dem symmetrischen Optimum aus [49] erfolgt. Da die Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises bei dieser Auslegung der Reglerparameter ein hohes Überschwingen aufweist, wird zur Dämpfung des Einschwingverhaltens ein P-T_1-Glied als Vorfilter im Entwurfsverfahren berücksichtigt [187]. Die Übertragungsfunktion des Reglers lautet

$$G_{\mathrm{R}}(s) = K_{\mathrm{P}} \cdot \frac{1 + T_{\mathrm{n}} s}{T_{\mathrm{n}} s}, \tag{5.6}$$

[32] Die mit "Gs" und "synch" indizierten Signale zur Steuerung der Schaltelemente entsprechen internen Größen der Getriebesteuerung und sind zur besseren Übersicht nicht in Bild 5.2 dargestellt. Es sind lediglich die Kontaktreibmomente der einzelnen Schaltelemente als Ausgangsgrößen angegeben.

mit der Reglerverstärkung

$$K_\mathrm{P} = \frac{J_1}{a \cdot (\mp i) \cdot T_\mathrm{PT1}} \;, \tag{5.7}$$

der Nachstellzeit

$$T_\mathrm{n} = a^2 \cdot T_\mathrm{PT1} \tag{5.8}$$

und dem Faktor $a = 2$. Ein Überschwingen der Regelgröße muss vermieden werden, da ansonsten das betreffende Schaltelement zu früh in den Haftzustand übergeht, ohne dass sich der Regler in Ruhelage befindet. In diesem Fall können Schwingungen entstehen, die am Schaltelement zu einem Wechsel zwischen Haft- und Gleitzustand führen. Das Einschwingverhalten des Reglers kann über den Faktor a entsprechend beeinflusst werden [187]. Für die betrachtete Anwendung hat sich $a = 3,3$ als geeignet erwiesen.

In Bild 5.8 sind zwei Gangwechsel unter Anwendung der oben beschriebenen Regelung zur Drehzahlsynchronisation dargestellt. Die Simulationsergebnisse zeigen eine Zughoch- und Zugrückschaltung im EM-Modus, wobei der Antriebsstrangsteuerung jeweils ein konstantes Drehmoment an der Antriebsachse $M_\mathrm{An}^\mathrm{soll}$ vorgegeben wurde. Während der Synchronisationsphase bei der Zughochschaltung in Bild 5.8a) muss die eingangsseitige Drehzahl n_1 auf das Niveau des zweiten Gangs reduziert werden. Hierzu greift der Regler in das Drehmoment des elektrischen Antriebs M_EM ein, sodass am Ende der Synchronisationsphase die Zieldrehzahl erreicht ist und M_EM den ursprünglichen Wert aufweist. Bild 5.8b) zeigt die Simulationsergebnisse der Zugrückschaltung. Um n_1 während der Synchronisationsphase an das Drehzahlniveau des ersten Gangs anzupassen, reduziert die Regelung das Kontaktreibmoment $\left|M_\mathrm{k,K3}\right|$ der Kupplung K3. Dadurch reduziert sich unmittelbar auch das Drehmoment an der Antriebsachse M_An, weshalb K3 zur Vermeidung einer Zugkraftunterbrechung nicht vollständig geöffnet werden darf. Die Regelung verfügt daher über eine entsprechende Stellgrößenbegrenzung, die den Reglereingriff auf die maximal zulässige Reduzierung von M_An begrenzt. Um hierbei eine reduzierte Regelgüte oder sogar Instabilität zu vermeiden, wird die Ausgangsgröße des Reglers mittels ARW-Maßnahme auf den linearen Wertebereich begrenzt [187].

Das Einkuppeln des Verbrennungsmotors über die Kupplung K1 erfolgt ebenfalls anhand einer Regelung zur Drehzahlsynchronisation. Hierzu wird das Kontaktreibmoment von K1 so geregelt, dass die Schwungmasse des Verbrennungsmotors auf die geforderte Drehzahl beschleunigt (vgl. Bild 5.9a)). Der entsprechende Reglerentwurf erfolgt auf Basis der Ersatzgetriebestruktur für Betriebsmoduswechsel

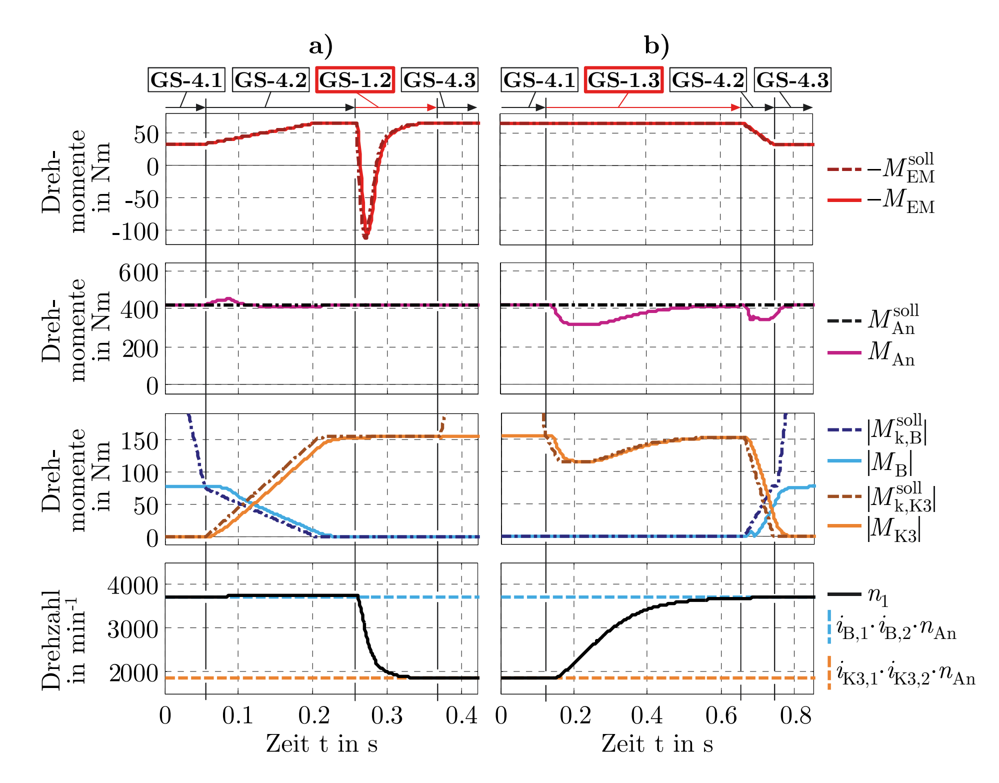


Bild 5.8: Simulationsergebnisse der HIL-Simulation aus Kapitel 5.1: **a)** Zughochschaltung und **b)** Zugrückschaltung jeweils im EM-Modus (Synchronisationsphase GS-1.2 bzw. GS-1.3, vgl. Tabelle 5.4).

in Bild 5.5. Hierbei wird stets ein aktivierter Verbrennungsmotor angenommen, der sich bei geöffneter Kupplung K1 im Leerlaufbetrieb befindet. Ein Anschleppen des Verbrennungsmotors zur Einleitung der Zündung ist im Rahmen dieser Arbeit nicht vorgesehen und ohne entsprechende Erweiterung des Verbrennungsmotormodells aus Kapitel 3.2.1 um die korrekte Abbildung des Anschleppvorgangs (Anlasswiderstand) nicht sinnvoll.

In Bezug auf die gesamte Antriebsstrangsteuerung wird die regelungsbasierte Drehzahlsynchronisation als eine Teilfunktion der Getriebesteuerung betrachtet, die Bestandteil der im folgenden Kapitel beschriebenen Schaltstrategie zur Durchführung der Schaltabläufe für Gang- und Betriebsmoduswechsel ist.

5.2.3 Schaltstrategie

Tabelle 5.3 beschreibt die Schaltstrategie für das neue Multi-Mode-Getriebe. Hierbei werden die Schaltabläufe für sämtliche Gang- und Betriebsmoduswechsel durch Abfolgen einzelner Teilfunktionen definiert, die der Getriebe- bzw. Antriebssteue-

Tabelle 5.3: Schaltstrategien für **a)** Betriebsmoduswechsel und **b)** Gangwechsel jeweils bestehend aus Abfolgen von Teilfunktionen, die der Getriebe- und Antriebssteuerung zugeordnet und in den Tabellen 5.4 und 5.5 definiert sind.

a)

von / nach	**EM**	**PAR$_M$**	**PAR$_n$**
EM		**K1→0** 1. AS-1.3 2. GS-2.2	**K2→1** **K1→0** 1. AS-2.2 2. GS-3.1 3. AS-1.3 4. GS-2.2
PAR$_M$	**K1→1** 1. GS-1.1 2. GS-2.1 3. AS-1.1		**K2→1** 1. AS-2.2 2. GS-3.1 3. AS-1.1
PAR$_n$	**K1→1** **K2→0** 1. GS-1.1 2. GS-2.1 3. AS-1.2 4. GS-3.2 5. AS-2.1	**K2→0** 1. AS-1.2 2. GS-3.2 3. AS-2.1	

b)

	Hoch-schaltung B→0, K3→1	**Rück-schaltung** K3→0, B→1
Zug-betrieb $M_1 > 0$		
Schub-betrieb $M_1 < 0$		

1. GS-4.1
2. GS-1.3
3. GS-4.2
4. GS-4.3

1. GS-4.1
2. GS-4.2
3. GS-1.2
4. GS-4.3

AS: Antriebssteuerung
GS: Getriebesteuerung

rung in Bild 5.2 zugeordnet sind. Eine ähnliche Darstellungsweise der Schaltstrategie wurde für eine Vorgängerversion des betrachteten Getriebes bereits in der Abschlussarbeit [A8] verwendet. Zur Vereinfachung der Schaltstrategie werden im Schubbetrieb des Fahrzeugs ausschließlich Gangwechsel berücksichtigt. Laut Tabelle 5.3b) werden hierzu die Abfolgen der Teilfunktionen für Hoch- und Rückschaltungen gegenüber dem Zugbetrieb vertauscht.

Tabelle 5.4 definiert die der Getriebesteuerung zugehörigen Teilfunktionen, die im Wesentlichen zur Drehzahlsynchronisation und Steuerung der Schaltelemente dienen. Da die Lastübergabe zwischen den Schaltelementen beim Wechseln der Gänge immer nach dem gleichen Prinzip erfolgt, wurde die Steuerung der Bremse B und Kupplung K3 in den Funktionen GS-4.1–GS-4.3 zusammengefasst. Analog dazu sind die Teilfunktionen zur Drehzahlsynchronisation GS-1.2 und GS-1.3 ebenfalls verallgemeinert formuliert, sodass zur Anwendung zunächst die Stellgröße der Regelung an den aktuellen Gang, Betriebsmodus und Betriebszustand des Fahrzeugs angepasst werden muss. Beispielsweise erfolgt im EM- und PAR$_M$-Modus der Regeleingriff bei GS-1.2 über das Drehmoment des elektrischen Antriebs M_{EM} (vgl. Beispiel in Bild 5.8), wohingegen im PAR$_n$-Modus der elektrische Antrieb

Tabelle 5.4: Teilfunktionen der Getriebesteuerung.

GS-1	**Drehzahlsynchronisation** (siehe Regelung in Kapitel 5.2.2)
GS-1.1	Synchronisation von n_{VM} durch Eingriff in $\lvert M_{\mathrm{k,K1}}\rvert$ und Kompensation des dadurch reduzierten Drehmoments an der Antriebsachse durch M_{EM}.
GS-1.2	Synchronisation von n_1 durch Eingriff in das Antriebsdrehmoment.
GS-1.3	Synchronisation von n_1 durch Eingriff in das Kontaktreibmoment des geschlossenen Schaltelements.
GS-2	**Steuerung der Kupplung K1**
GS-2.1	Kontaktreibmoment $\lvert M_{\mathrm{k,K1}}^{\mathrm{soll}}\rvert$ rampenförmig auf Haftgrenze erhöhen und Sicherheitshaltemoment aufschalten.
GS-2.2	Kontaktreibmoment $\lvert M_{\mathrm{k,K1}}^{\mathrm{soll}}\rvert$ auf null reduzieren.
GS-3	**Steuerung der Klauenkupplung K2**
GS-3.1	Kupplung Schließen $x_{\mathrm{K2}}^{\mathrm{soll}} = 1$.
GS-3.2	Kupplung Öffnen $x_{\mathrm{K2}}^{\mathrm{soll}} = 0$.
GS-4	**Steuerung der Bremse B und Kupplung K3**
GS-4.1	Kontaktreibmoment des haftenden Schaltelements auf Haftgrenze reduzieren.
GS-4.2	Lastübergabe an das geöffnete Schaltelement.
GS-4.3	Sicherheitshaltemoment des haftenden Schaltelements aufschalten.

drehzahlgeregelt wird und daher das Drehmoment des Verbrennungsmotors M_{VM} als Stellgröße dient.

Die in Tabelle 5.5 aufgeführten Teilfunktionen der Antriebssteuerung dienen hauptsächlich zur Einstellung der Antriebsarbeitspunkte für Betriebsmoduswechsel und zur Umschaltung der Klauenkupplung K2. Bei den mit **AS-1** bezeichneten Funktionen werden sowohl der elektrische Antrieb als auch der Verbrennungsmotor drehmomentgesteuert betrieben, sodass sich entweder die im $\mathrm{PAR_M}$- und EM-Modus geforderten Drehmomente einstellen lassen oder die Klauenkupplung K2 lastfrei schalten lässt. Die Anwendung von AS-1.1–AS-1.3 ist nur bei geschlossenem K2 möglich. Ist K2 hingegen geöffnet, befindet sich das Getriebe im $\mathrm{PAR_n}$-Modus und die Antriebssteuerung erfolgt mittels der Funktionen **AS-2**. Hierbei wird der elektrische Antrieb drehzahlgeregelt betrieben, sodass sich durch Vorgabe von ω_{EM} entweder der Arbeitspunkt des $\mathrm{PAR_n}$-Modus einstellen oder K2 synchronisieren lässt.

Tabelle 5.5: Teilfunktionen der Antriebssteuerung.

AS-1	**Steuerung der Drehmomente M_{EM} und M_{VM}**
AS-1.1	Arbeitspunkte des $\mathrm{PAR_M}$-Modus unter Berücksichtigung von (4.5), (4.8) und (4.35) einstellen.
AS-1.2	Drehmomentverhältnis des $\mathrm{PAR_n}$-Modus nach (5.3) und (5.4) einstellen (Klauenkupplung K2 lastfrei).
AS-1.3	Arbeitspunkt des EM-Modus unter Berücksichtigung von (4.9) und (4.35) einstellen ($M_{\mathrm{VM}} = 0$).

AS-2	**Steuerung der Winkelgeschwindigkeit ω_{EM} und des Drehmoments M_{VM}**
AS-2.1	Arbeitspunkte des $\mathrm{PAR_n}$-Modus unter Berücksichtigung von (4.1)–(4.4) einstellen und Kompensation des dadurch reduzierten Drehmoments an der Antriebsachse durch M_{VM}.
AS-2.2	Drehzahlverhältnis des $\mathrm{PAR_M}$-Modus nach (5.5) einstellen (Klauenkupplung K2 synchronisiert) und Kompensation des dadurch reduzierten Drehmoments an der Antriebsachse durch M_{VM}.

Zur Erprobung der Schaltstrategie werden die Schaltabläufe diverser Gang- und Betriebsmoduswechsel mittels der in Kapitel 5.1 beschriebenen HIL-Konfiguration simuliert. Die Ergebnisse einer Ganghoch- und Gangrückschaltung im EM-Modus wurden bereits in Bild 5.8 dargestellt, wobei die zugehörigen Teilfunktionen aus Tabelle 5.3b) ebenfalls angegeben sind. Da die Gangwechsel in den übrigen Betriebsmodi weitgehend identische Schaltabläufe aufweisen, wird auf eine Darstellung weiterer Simulationsergebnisse verzichtet.

Bild 5.9a) zeigt ein Beispiel für einen Betriebsmoduswechsel vom EM- in den $\mathrm{PAR_n}$-Modus. Im ersten Schritt erfolgt gemäß der Teilfunktion GS-1.1 eine Drehzahlsynchronisation zur Einkopplung des Verbrennungsmotors. Hierzu dient eine Regelung nach Kapitel 5.2.2 mit dem Kontaktreibmoment $\left|M_{\mathrm{k,K1}}^{\mathrm{soll}}\right|$ als Stellgröße und der Verbrennungsmotordrehzahl n_{VM} als Regelgröße. Das durch Schließen von K1 erzeugte Drehmoment $|M_{\mathrm{K1}}|$ beschleunigt die Schwungmasse des Verbrennungsmotors, sodass sich die Differenzdrehzahl n_{K1} an K1 abbaut. Dies führt gleichzeitig zu einer Reduzierung des Drehmoments M_{An} an der Antriebsachse, was durch eine simultane Erhöhung des Drehmoments am elektrischen Antrieb M_{EM} nahezu ausgeglichen wird. Im nächsten Schritt folgt gemäß GS-2.1 die Erhöhung des Kontaktreibmoments $\left|M_{\mathrm{k,K1}}^{\mathrm{soll}}\right|$ auf das Maximum, sodass ein Haften von K1 sichergestellt ist und sich im darauffolgenden Schritt die Antriebsdrehmomente M_{EM} und M_{VM} einstellen lassen. Dies erfolgt gemäß der Teilfunktion AS-1.2,

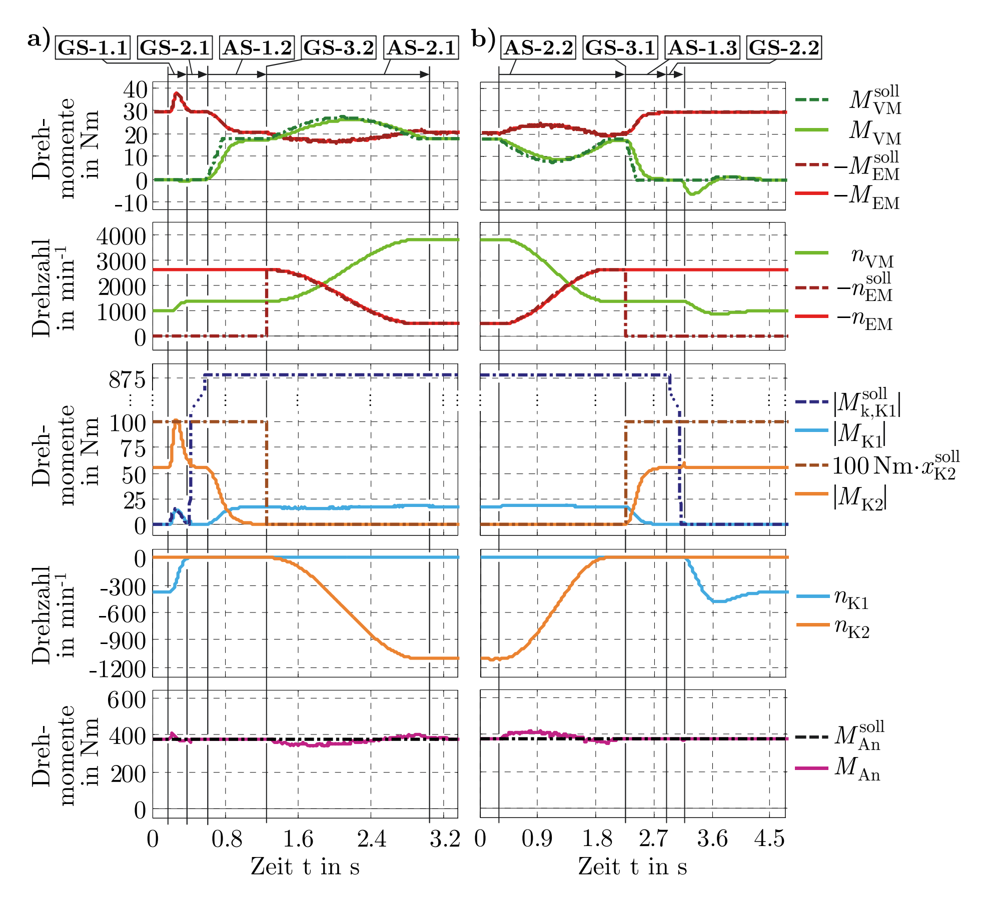


Bild 5.9: Ergebnisse der HIL-Simulation aus Kapitel 5.1 für **a)** einen Wechsel vom EM- in den PAR$_n$-Modus und **b)** umgekehrt (Fahrt im ersten Gang bei konstanter Geschwindigkeit von 25 km/h und 5 % Streckensteigung).

sodass die Klauenkupplung K2 am Ende der Phase lastfrei ist ($|M_{K2}| = 0$). Nach dem Öffnen von K2 (GS-3.2) geht der elektrische Antrieb in den drehzahlgeregelten Betrieb über, was die Vorgabe der Arbeitspunkte des PAR$_n$-Modus gemäß AS-2.1 ermöglicht. Die hierbei geforderte Solldrehzahl für den elektrischen Antrieb wird durch eine S-Rampe angefahren (vgl. n_{EM}^{soll}), sodass sich sprunghafte Änderungen der Antriebsdrehmomente und insbesondere des Drehmoments an der Antriebsachse M_{An} vermeiden lassen. Dies ermöglicht einen besseren Ausgleich des durch die Beschleunigung der Antriebsmassen hervorgerufenen Zugkrafteinbruchs mittels des Verbrennungsmotordrehmoments M_{VM}, dessen Änderungen nur mit einer vergleichsweise geringen Dynamik möglich sind (vgl. Tabelle 5.1).

Der Schaltablauf des umgekehrten Wechsels vom PAR$_n$- in den EM-Modus ist in Bild 5.9b) dargestellt. Dieser erfolgt in umgekehrter Reihenfolge, wobei sich n_{VM}

nach dem Öffnen von K1 (GS-2.2) aufgrund der inneren Verluste reduziert. Gleichzeitig wird für den Verbrennungsmotor eine Drehzahlregelung aktiviert, sodass sich n_{VM} wieder auf die Leerlaufdrehzahl einregelt. Die Simulationsergebnisse der übrigen Betriebsmoduswechsel sind unter Angabe der Schaltstrategie aus Tabelle 5.3 in Anhang A.15 zu finden.

Der Wechsel von Gängen und Betriebsmodi bzw. die Abarbeitung der einzelnen Teilfunktionen für die entsprechenden Lastschaltungen wird gemäß Bild 5.2 von der übergeordneten Betriebsstrategie eingeleitet. Diese bestimmt auf Grundlage des Batterieladezustands, der aktuellen Fahrsituation und ggf. einer Prädiktion der zukünftigen Fahrweise die Steuergrößen für das Getriebe und die Antriebe. Eine solche Betriebsstrategie wird im folgenden Kapitel beschrieben.

5.3 Betriebsstrategie

Die Umsetzung einer Betriebsstrategie für die Antriebsstrangsteuerung nach Bild 5.2 erfordert einen Echtzeitalgorithmus, der auf Basis gemessener und prädizierter Größen den Gang, Betriebsmodus und die Antriebsarbeitspunkte festlegt, sodass sich über die gesamte Fahrstrecke hinweg ein möglichst geringer Kraftstoffverbrauch ergibt. Aufgrund der Analogie zum bereits bei der Betriebsoptimierung in Kapitel 4.3 verwendeten PMP wird im Rahmen dieser Arbeit die ECMS betrachtet, die eine optimierungsbasierte Betriebsstrategie ermöglicht und sich darüber hinaus auf unterschiedliche Methoden zur Prädiktion anpassen lässt. Sowohl der ECMS-Algorithmus als auch die Methoden zur Prädiktion sind gemäß dem Stand der Technik bereits bekannt (siehe Kapitel 2.4.2). Ziel dieses Kapitels ist daher die Gegenüberstellung der Kraftstoffverbräuche, die sich mit der ECMS für unterschiedliche Prädiktionsmethoden erzielen lassen.

Oft weisen die aus optimierungsbasierten Betriebsstrategien resultierenden Steuergrößen abrupte und häufige Wertänderungen auf, was insbesondere bei der Anwendung auf Antriebsstränge mit Multi-Mode-Getriebe zu häufigen Gang- und Betriebsmoduswechsel führt. Daher sind zur Umsetzung für den realen Fahrbetrieb bzw. den HIL-Betrieb zusätzliche Maßnahmen erforderlich, mit denen sich die Ausführungszeit der Umschaltvorgänge berücksichtigen und ein zu häufiges Umschalten vermeiden lässt [2]. Da hier die Auswertung des Kraftstoffverbrauchs und nicht die Umsetzbarkeit unter realen Bedingungen im Vordergrund steht, wird die ECMS zur Vereinfachung auf ein quasistationäres Antriebsstrangmodell angewendet. Somit ist keine unterlagerte Getriebesteuerung erforderlich und die Häufigkeit der Gang- und Betriebsmoduswechsel muss nicht notwendigerweise begrenzt werden.

Im folgenden Unterkapitel 5.3.1 wird zunächst der ECMS-Algorithmus beschrieben, der die entsprechenden Steuergrößen basierend auf einer Prädiktion der zukünftigen Fahrweise bzw. der damit einhergehenden Antriebsstranggrößen auswertet. Kapitel 5.3.2 und 5.3.3 enthalten diesbezüglich zwei aus der Literatur entnommene Prädiktionsmethoden (siehe Kapitel 2.4.2), wobei die damit zu erzielenden Ergebnisse in Kapitel 5.3.4 gegenübergestellt werden.

5.3.1 ECMS-Algorithmus

In Anlehnung an Kapitel 4.3 wird die ECMS als Umsetzung des PMP betrachtet, wobei als Grundlage das bereits im Rahmen der Betriebsoptimierung definierte Optimierungsproblem (4.13)–(4.22) mit dem Kraftstoffverbrauch $\dot{V}_{\mathrm{KS}}$ als Kostenfunktion und der Batterieladung q_{Batt} als Systemzustand herangezogen wird. Bild 5.10 zeigt den entsprechenden Algorithmus, bei dem in jedem Abtastschritt eine lokale Optimierung der Hamilton-Funktion erfolgt. Hierzu werden die Funktionsausdrücke $\dot{V}_{\mathrm{KS}}(\mathbf{u}_k)$ und $\dot{q}_{\mathrm{Batt}}(\mathbf{u}_k, q_{\mathrm{Batt}})$ mittels eines quasistationären Antriebsstrangmodells ausgewertet, wobei sich der Steuergrößenvektor $\mathbf{u}_k$ aus der Steuergröße des Getriebes $u_{\mathrm{G},k}$ und des elektrischen Antriebs $u_{\mathrm{EM},k}$ zusammen-

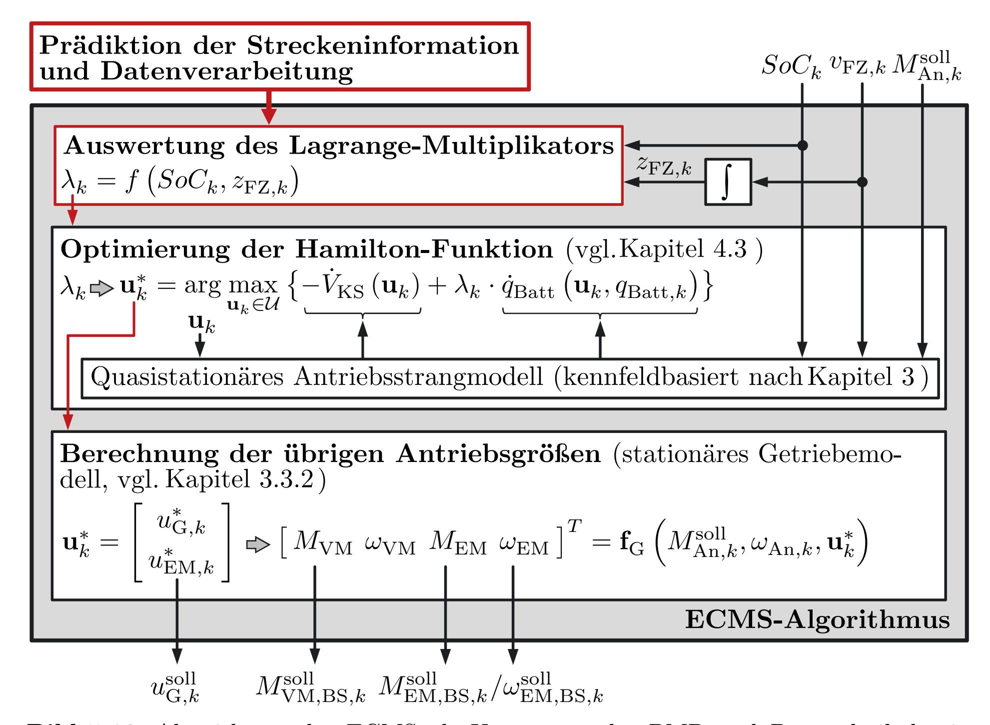


Bild 5.10: Algorithmus der ECMS als Umsetzung des PMP und Bestandteil der in Bild 5.2 gezeigten Antriebsstrangsteuerung.

setzt. Des Weiteren wird ein Lagrange-Multiplikator λ_k benötigt, der sich aus einer Funktion des Batterieladezustandes SoC_k und des zurückgelegten Wegs $z_{\mathrm{FZ},k}$ ergibt. Die zur Beschreibung dieser Funktion erforderlichen Informationen stammen aus einer im Vorfeld durchgeführten Prädiktion der zukünftigen Fahrweise bzw. der damit einhergehenden Antriebsstranggrößen. Gemäß den in Kapitel 2.4.1 angegebenen Grundlagen des PMP ist λ_k eine Funktion der Zeit. Allerdings lässt sich jedem Zeitpunkt ein (wenn auch zunächst prädizierter) Positionswert zuordnen, sodass die Wahl von λ_k bzw. der damit verbundenen Gewichtung zwischen elektrischem und verbrennungsmotorischem Betrieb sinnvollerweise in Abhängigkeit des zurückgelegten Wegs $z_{\mathrm{FZ},k}$ erfolgt. Andernfalls würde möglicherweise die Prädiktion eines bestimmten Streckenabschnitts nicht den tatsächlich gefahrenen Abschnitt zugeordnet, da sich durch unvorhergesehene Standzeiten und Fahrweisen die zeitlichen Abläufe von prädizierter und tatsächlicher Fahrt erheblich voneinander unterscheiden können.

Zur Auswertung der Hamilton-Funktion dient ein kennfeldbasiertes Antriebsstrangmodell nach Kapitel 3, sodass keine analytischen Ausdrücke vorliegen und die Optimierung numerisch erfolgen muss. Hierzu wird die Hamilton-Funktion bzw. das Antriebsstrangmodell für ein vordefiniertes Werteraster der Steuergrößen ausgewertet und auf ein Maximum überprüft. Durch die Auflösung des Wertrasters lässt sich der Kompromiss zwischen Berechnungsaufwand und Genauigkeit anpassen. Die aus der Optimierung resultierenden Steuergrößen $\mathbf{u}_k^*$ dienen im letzten Schritt des ECMS-Algorithmus zur Auswertung des Getriebemodells $\mathbf{f}_{\mathrm{G}}$, wodurch sich die im Rahmen der Antriebsstrangsteuerung geforderten Schnittstellen der Betriebsstrategie ergeben (vgl. Bild 5.2).

Ausschlaggebend für einen möglichst geringen Kraftstoffverbrauch ist, wie gut sich die zugrunde gelegte Prädiktion mit der Realität deckt. Im Folgenden werden zwei Methoden vorgestellt, mit denen sich unter Berücksichtigung eines begrenzten Informationsgehalts über die zukünftige Fahrweise eine Prädiktion bzw. ein Verlauf des Lagrange-Multiplikators bestimmen lässt.

5.3.2 Bellmansche Funktionsgleichung

Die zur Anwendung der ECMS erforderlichen Langrange-Multiplikatoren lassen sich mittels der DP berechnen. Aufgrund des hohen Rechenaufwands erfolgt die DP als eine Voroptimierung, die auf Grundlage eines geeigneten Fahrzyklus im Vorfeld der ECMS-Anwendung durchgeführt werden muss. Der hierbei zugrunde gelegte Fahrzyklus stellt die Prädiktion dar und muss die zukünftige Fahrweise möglichst gut annähern. Zur Bestimmung der Langrange-Multiplikatoren wird die sogenannte Bellmanschen Funktionsgleichung herangezogen, die den Zusammen-

hang zwischen der DP und dem PMP beschreibt [50, 146]. Angewendet auf das verallgemeinerte Optimierungsproblem (2.11)–(2.15) lautet diese

$$\frac{\partial K^*(x,t)}{\partial t} = \max_u \Big\{ -f_0(x,u,t) - \underbrace{\frac{\partial K^*(x,t)}{\partial x}}_{\lambda} \cdot f(x,u,t) \Big\}, \tag{5.9}$$

mit den optimierten Kosten K^* (für eine optimierte Steuergröße u^*), der Kostenfunktion f_0 und der Systemfunktion f. Hierbei ist K^* ein Ergebnis der DP und der Klammerausdruck auf der rechten Seite entspricht der Hamilton-Funktion, sodass es sich bei der negativen partiellen Ableitung von K^* nach der Zustandsgröße x um den Lagrange-Multiplikator λ handelt.

Aufgrund der werte- und zeitdiskreten Berechnungsweise der DP liegen für K^* lediglich Stützstellen vor. Diese werden im Rahmen der Rückwärtsrechnung in die Kostenmatrix $\mathbf{K}_\mathrm{d}$ eingetragen, die für jeden Zeitpunkt t_k mit $k = 0...N$ je eine Spalte und für jeden Wert des Zustandsgrößenrasters x_i^R mit $i = 1...n$ je eine Zeile aufweist (siehe Beschreibung für DP in Kapitel 2.4.1). Somit lässt sich durch Differenzbildung der Lagrange-Multiplikator

$$\lambda_{i,k} = -\frac{K_{\mathrm{d},i+1,k} - K_{\mathrm{d},i,k}}{x_{i+1}^\mathrm{R} - x_i^\mathrm{R}} \tag{5.10}$$

bestimmen, wobei bezogen auf die Anwendung K_d dem Kraftstoffverbrauch V_KS und x der Batterieladung q_Batt bzw. dem Batterieladezustand SoC entspricht. Da die Berechnung von $\mathbf{K}_\mathrm{d}$ für einen konkreten Fahrzyklus erfolgt, kann durch Integration des entsprechenden Geschwindigkeitsverlaufs jedem Zeitpunkt t_k ein Positionswert $z_{\mathrm{FZ},k}$ zugeordnet und somit die in Bild 5.10 geforderte Funktion umgesetzt werden.

Bild 5.11 zeigt für einen Beispiel-Fahrzyklus die nach (5.10) ausgewerteten Lagrange-Multiplikatoren. Das obere Diagramm zeigt λ als Funktion des Batterieladezustands SoC und des zurückgelegten Wegs z, wobei zusätzlich die ebenfalls aus der DP resultierenden optimierten Verläufe SoC^* für jeweils unterschiedliche Anfangswerte SoC_0 eingetragen sind. Laut dem Kennfeld liegen für λ bei geladenem Batteriespeicher tendenziell niedrigere Werte vor als bei entladenem Batteriespeicher. Daraus ergibt sich im Umkehrschluss, dass niedrige λ-Werte überwiegend zur Entladung und hohe Werte überwiegend zur Aufladung der Batterie führen. Dieser Zusammenhang zeigt sich auch im unteren Diagramm und lässt anhand der Hamilton-Funktion plausibilisieren.

Es gilt $\mathcal{H} = -\dot{V}_\mathrm{KS} + \lambda \cdot \dot{q}_\mathrm{Batt}$ mit $\lambda > 0$, $\dot{V}_\mathrm{KS} > 0$ und je nachdem, ob der elektrische Antrieb motorisch oder generatorisch betrieben wird, $\dot{q}_\mathrm{Batt} < 0$ bzw. $\dot{q}_\mathrm{Batt} > 0$. Mit dem Ziel $\mathcal{H}$ zu maximieren, lassen sich folgende Aussagen treffen:

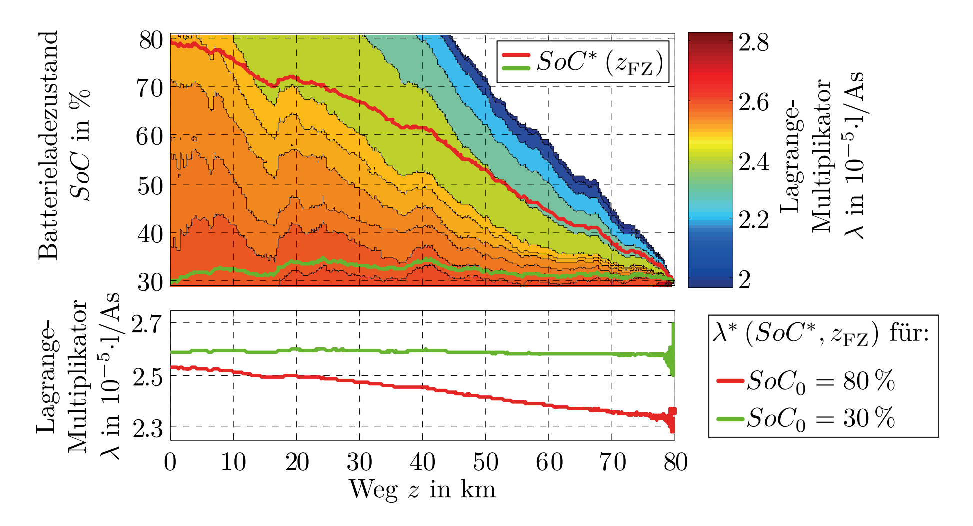


Bild 5.11: Nach (5.10) ausgewertete Lagrange-Multiplikatoren λ für den Überland-Fahrzyklus ife-80 (siehe Bild 4.17a)) sowie die aus der DP resultierenden SoC^*-Verläufe (oben) und die dazugehörigen λ^*-Verläufe (unten).

- λ **klein**: Der Einfluss des Batteriestroms $\dot{q}_{\text{Batt}}$ auf $\mathcal{H}$ ist gering, weshalb sich das Maximum für $\mathcal{H}$ bei einem möglichst geringen Kraftstoff-Volumenstrom $\dot{V}_{\text{KS}}$ einstellt. In diesem Fall wird das Fahrzeug überwiegend elektrisch angetrieben, sodass eine **Entladung der Batterie** erfolgt.
- λ **groß**: Der Batteriestrom $\dot{q}_{\text{Batt}}$ hat maßgeblich Einfluss auf $\mathcal{H}$, weshalb sich das Maximum für einen positiven Batteriestrom $\dot{q}_{\text{Batt}} > 0$ einstellt. In diesem Fall wird das Fahrzeug überwiegend im kombinierten Betrieb von Verbrennungsmotor und elektrischen Antrieb betrieben, wobei der Elektroantrieb generatorisch wirkt (Lastpunktanhebung) und somit eine **Aufladung der Batterie** erfolgt.

Zur Bestimmung von λ im Rahmen der ECMS wird (5.10) im Vorfeld für alle Stützstellen ausgewertet und als Kennfeld im Echtzeitalgorithmus berücksichtigt. Wenn sich die reale Fahrweise wesentlich von dem zur Erzeugung des Kennfeldes angenommenen Fahrzyklus unterscheidet, kann es während des Fahrbetriebs zu einer Überschreitung des definierten Wertebereichs kommen. Sofern sich diese Überschreitungen auf den in Bild 5.11 weiß dargestellten Bereich beschränken, ist die Vorgabe eines kleinen Werts für λ zur Entladung der Batterie ausreichend. Wird allerdings die maximale Streckenlänge des Kennfelds bei entladener Batterie überschritten, muss die Bestimmung von λ auf andere Weise erfolgen. Beispielsweise mittels der im nächsten Kapitel beschriebenen Regler-Methode, mit der sich λ unabhängig von der noch zu fahrenden Strecke so bestimmen lässt, dass der Batterieladezustand die untere Grenze nicht wesentlich unterschreitet.

5.3.3 Regler-Methode

Ein weiterer Ansatz zur Bestimmung von λ ist eine Regelung des SoC nach Bild 5.12, [117, 185, 191]. Je nachdem, ob der geforderte Sollwert SoC^{soll} unter- oder überschritten wird, erhöht bzw. reduziert der Regler den Lagrange-Multiplikator λ, was entsprechend zu einer Aufladung bzw. Entladung der Batterie führt (vgl. Kapitel 5.3.2). Hier ist ein PI-Regler ausreichend, damit λ durch Vorgabe eines Anfangswerts im zulässigen Wertebereich geführt wird. Die Auslegung des Reglers erfolgt empirisch, sodass starke Oszillationen für λ und somit häufige Gang- und Betriebsmoduswechsel weitgehend vermieden werden und der SoC gleichzeitig möglichst gut der Sollwertvorgabe folgt [A10].

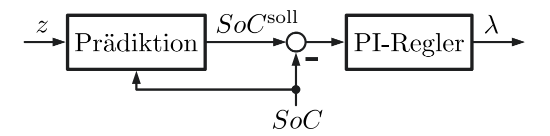


Bild 5.12: Regelung des Batterieladezustands SoC mit dem Lagrange-Multiplikator λ als Stellgröße und einem prädizierten Verlauf SoC^{soll} über den Weg z als Sollwert.

Die Sollwertvorgabe erfolgt anhand einer Prädiktion des Batterieladezustands über den zurückgelegten Weg z, wobei ggf. eine Anpassung an den aktuellen SoC während des Fahrbetriebs möglich ist. Im Rahmen dieser Arbeit werden zur Prädiktion die in Bild 5.13 dargestellten Verläufe herangezogen. In Bild 5.13a) wird ausgehend vom SoC zu Beginn der Fahrt eine über die gesamte Fahrstrecke lineare Entladung der Batterie angenommen. Hierzu muss lediglich die zu fahrende Streckendistanz bekannt sein bzw. prädiziert werden. Als Erweiterung dieses Ansatzes erfolgt in Bild 5.13b) eine Anpassung an den tatsächlichen SoC, sodass bei einer Überschreitung der Geraden aufgrund von Rekuperation neue lineare Verläufe berechnet werden. Dies geschieht in jedem Abtastschritt, sobald der SoC die zuvor bestimmte Gerade überschreitet. Des Weiteren lässt sich gemäß Bild 5.13c) ein op-

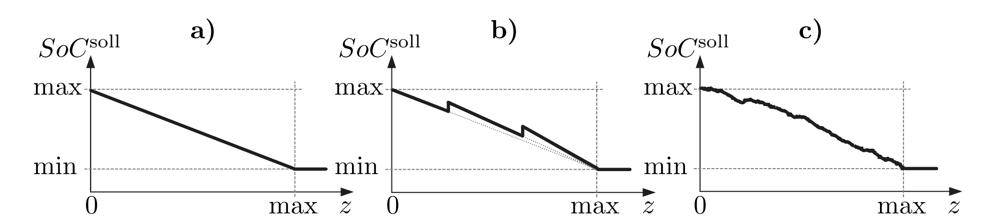


Bild 5.13: Prädiktion von SoC^{soll}: **a)** linear Verlauf, **b)** linear Verlauf mit Anpassung auf aktuellen SoC und **c)** optimierter Verlauf durch Optimierung mittels DP.

timierter Verlauf SoC^* als Sollwertvorgabe verwenden. Hierzu ist allerdings eine Voroptimierung auf Basis eines Fahrzyklus erforderlich.

Neben den beiden Methoden zur Bestimmung der Lagrange-Multiplikatoren finden jeweils auch unterschiedliche Prädiktionsmethoden Anwendung, die sich im zugrunde gelegten Informationsgehalt über die zukünftige Fahrweise voneinander unterscheiden und daher auch zu unterschiedlichen Kraftstoffverbräuchen führen. Die jeweils mit den oben beschriebenen Prädiktionsmethoden zu erzielenden Kraftstoffverbräuche werden im folgenden Kapitel gegenübergestellt.

5.3.4 Gegenüberstellung der Prädiktionsmethoden

Die Gegenüberstellung der in Kapitel 5.3.2 und 5.3.3 beschriebenen Prädiktionsmethoden erfolgt anhand des Kraftstoffverbrauchs, der sich durch Simulationen der ECMS mit den jeweiligen Methoden ergibt. Um hierbei die Abweichungen der zugrunde gelegten Prädiktionen vom realen Fahrbetrieb zu berücksichtigen, werden die Kraftstoffverbräuche für mehrere Fahrzyklen einer festgelegten Route ausgewertet. Hierzu wurden zunächst 39 Fahrten einer ca. 80 km lange Route vermessen, woraus sich aufgrund der unterschiedlichen Verkehrssituationen und Fahrweisen auch unterschiedliche Fahrzyklen ergaben. Bild 5.14 zeigt die Minimal- und Maximalwerte, zwischen denen die gemessenen Fahrzyklen verlaufen. Des Weiteren ist der Mittelwert aus den Messungen sowie der zur betrachteten Route gehörende Fahrzyklus aus Navigationsdaten [70] abgebildet. Sowohl der Mittelwert als auch der aus den Navigationsdaten stammende Fahrzyklus werden zur Prädiktion herangezogen, wohingegen die tatsächlich gemessenen Fahrzyklen zur Auswertung des Kraftstoffverbrauchs dienen.

Zur Verbrauchssimulation wird die ECMS auf ein quasistationäres Antriebsstrangmodell mit den bereits in Tabelle 4.1 und 4.2 angegebenen Parametern angewen-

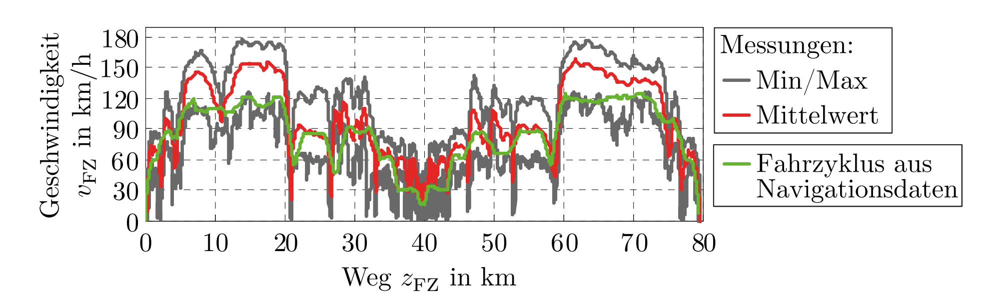


Bild 5.14: Minimal-, Maximal- und Mittelwerte aus 39 gemessenen Fahrzyklen einer festgelegten Route sowie der sich aus Navigationsdaten dieser Route ergebende Fahrzyklus [A10].

det. Auch in dieser Simulation wird das Fahrzeug durch Rekuperation abgebremst, wobei die maximale Rekuperationsleistung auf 35 kW begrenzt ist.

Bild 5.15 zeigt die aus der Simulation resultierenden Durchschnitts-Kraftstoffverbräuche für alle 39 Fahrzyklen und jeweils allen betrachteten Prädiktionsmethoden. Zum Vergleich sind Simulationsergebnisse für den CD-CS-Betrieb[33] und einer offline Optimierung mittels DP angegeben. Die Ergebnisse zu den einzelnen Fahrzyklen sind aufsteigend nach der entsprechend aufgebrachten Antriebsenergie geordnet, sodass links eher konservative und rechts eher agilere Fahrweisen der betrachteten Route abgebildet werden. Die aus der DP resultierenden Kraftstoffverbräuche stellen das theoretische Minimum dar, wohingegen der CD-CS-Betrieb Fahrten ohne eine optimierungsbasierte Betriebsstrategie wiedergibt.

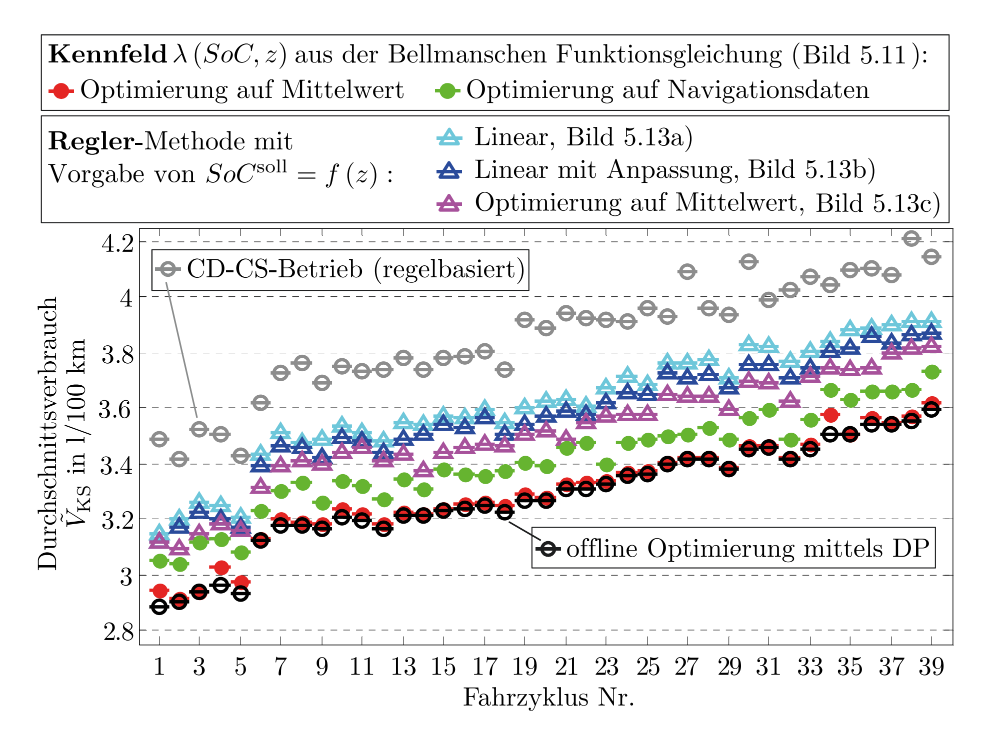


Bild 5.15: Simulationsergebnisse der ECMS: Durchschnitts-Kraftstoffverbräuche für jeweils alle Fahrzylen und Prädiktionsmethoden.

Der geringste Kraftstoffverbrauch lässt sich mit dem **Kennfeld** als Prädiktionsmethode erzielen, wobei die auf den Mittelwert-Fahrzyklus ausgelegte Variante bessere Ergebnisse liefert, die darüber hinaus nahezu den Ergebnissen der DP

[33] Zunächst vorwiegend elektrisch Fahren, bis der Batteriespeicher Entladen ist, und anschließend unteres Ladungsniveau halten [225].

entsprechen. Allerdings ist dieser Fahrzyklus in der Regel unbekannt, weshalb diese Variante eher für häufige Pendelfahrten infrage kommt, die entsprechend vermessen werden können (z. B. Arbeitsweg). Gebräuchlicher demgegenüber ist die Auslegung auf Navigationsdaten, die zwar zu einem höheren Kraftstoffverbrauch führt, dafür aber keine eigenen Messungen erfordert. Zur Anwendung beider Varianten muss ein Fahrzyklus geschätzt und eine zeitaufwendige Voroptimierung mittels der DP (hier ca. 2 Std.[34]) durchgeführt werden, weshalb sich diese Art der ECMS-Umsetzung eher für im Vorfeld geplante Fahrten eignet.

Mit der **Regler-Methode** ergibt sich grundsätzlich ein höherer Kraftstoffverbrauch als mit dem Kennfeld. Die besten Ergebnisse liefert diese Methode erwartungsgemäß mit dem optimierten SoC^*-Verlauf als Sollwertvorgabe, die allerdings auch auf einer Schätzung des Fahrzyklus und einer entsprechenden Voroptimierung beruht. Hierzu wurde im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls die DP angewendet. Da die Regler-Methode jedoch nur einen optimierten SoC^*-Verlauf erfordert, lässt sich ebenfalls die in Kapitel 4.3.1 beschriebene Verfahrenskombination aus DP und PMP anwenden und so eine deutlich reduzierte Berechnungszeit für die Voroptimierung erzielen. Die beiden anderen Varianten der Regler-Methode erfordern lediglich die Streckendistanz zur Bestimmung der Sollwertvorgabe. Hierbei werden höhere Kraftstoffverbräuche hervorgerufen, wobei eine Verbrauchsreduzierung durch Anpassung des Sollwertes nach den Rekuperationsphasen möglich ist. Dies hängt allerdings davon ab, ob und wie stark rekuperiert wird. Da diese Methode bzw. die letzten beiden Varianten weder einen Fahrzyklus noch eine Voroptimierung erfordern, ist eine Anwendung auch für spontan durchgeführte Fahrten möglich.

Tabelle 5.6 gibt eine Übersicht über die oben betrachteten Betriebsstrategien und die zur Umsetzung erforderlichen Informationen. Darüber hinaus sind die mittleren prozentualen Abweichungen der jeweiligen Kraftstoffverbräuche vom theoretischen Optimum (offline DP) angegeben. Im Allgemeinen zeigen die Simulationsergebnisse, dass mit der ECMS selbst bei geringer Information über die zu fahrende Strecke ein deutlich niedrigerer Kraftstoffverbrauch erzielt wird als ohne optimierungsbasierten Ansatz im CD-CS-Betrieb. Grundsätzlich gilt, dass je mehr Informationen über die Fahrstrecke vorliegen, desto mehr lässt sich der Kraftstoffverbrauch reduzieren. Die Prädiktionsmethoden mit einer Voroptimierung auf einen geschätzten Fahrzyklus erzielen tendenziell bessere Ergebnisse, wobei diesbezüglich Messungen der tatsächlichen Fahrweise den geringsten Kraftstoffverbrauch ermöglichen. Bezüglich der Regler-Methoden mit linearer Soll-Entladekurve ist die Variante mit Adaption auf den aktuellen SoC vorteilhafter, da bei gleichen Informationen

[34] Die Optimierungen wurden auf einem gewöhnlichen Desktop-PC ausgeführt: Intel-Core i5 (3,4GHz) und 16 GB Arbeitsspeicher.

Tabelle 5.6: Übersicht über die betrachteten Betriebsstrategien und Zusammenfassung der Simulationsergebnisse aus Bild 5.15.

Betriebs-strategie	Prädiktions-methode	Vorgaben	Abweichungen zum min. Verbrauch*
ECMS mit Bellmanscher Funktions-gleichung	Voroptimierung mittels DP (Kennfeld)	Mittlerer Fahrzyklus	0,6 %
		Fahrzyklus aus Navigationsdaten	3,8 %
ECMS mit Regler-Methode	Voroptimierung (SoC-Verlauf)	Mittlerer Fahrzyklus	6,9 %
	Lineare Soll-Entladekurve mit Adaption auf aktuellen SoC	Streckendistanz	8,7 %
	Lineare Soll-Entladekurve		10,1 %
CD-CS-Betrieb	-	-	17,4 %

* Mittlere prozentuale Zunahme der durch die jeweiligen Methoden erzielten Kraftstoffverbräuche bezogen auf den Mittelwert des theoretisch minimal möglichen Kraftstoffverbrauchs aus der DP (Offline-Optimierung).

über die Fahrstrecke geringere Kraftstoffverbräuche erzielt werden und der Implementierungsmehraufwand für die Adaption nur geringfügig höher ist. Der Vorteil der Regler-Methode mit optimierter Soll-Entladekurve gegenüber dem kennfeldbasierten Ansatz resultierend aus der Bellmanschen Funktionsgleichung liegt darin, dass die Voroptimierung nicht notwendigerweise mittels der DP durchgeführt werden muss. Somit lassen sich auch andere Optimierungsverfahren anwenden, deren Berechnungsaufwand für die Voroptimierung deutlich geringer ist (z. B. die in Kapitel 4.3.1 beschriebene Verfahrenskombination aus DP und PMP).

Da die ECMS auf ein quasistationäres Antriebsstrangmodell angewendet wurde, das darüber hinaus identisch zu dem im ECMS-Algorithmus verwendeten Modell ist, liegen die sich ergebenden Kraftstoffverbräuche zum Teil sehr nahe an dem mittels der DP berechneten theoretischen Minimum. In der Praxis jedoch weist das im Algorithmus zugrunde gelegte Modell Abweichungen gegenüber dem realen Antriebsstrang auf (unter anderem auch aufgrund der vernachlässigten Antriebsstrangdynamik), sodass insgesamt höhere Kraftstoffverbräuche zu erwarten sind. Dennoch kann davon ausgegangen werden, dass die grundlegenden Tendenzen, mit der die Ergebnisse der verschiedenen Prädiktionsmethoden im Verhältnis stehen, erhalten bleiben.

Die zur Anwendung der ECMS erforderlichen Informationen über die Fahrstrecke lassen sich mittels eines Navigationssystems bestimmen. Dies bedingt allerdings, dass der Fahrer die zur beabsichtigten Fahrstrecke zugehörigen Daten manuell in das System eingibt. Darüber hinaus sind auch automatisierte Verfahren denkbar, die häufig gefahrene Strecken (z. B. Arbeitsweg) erkennen und vermessen, sodass die daraus resultierenden Daten an den ECMS-Algorithmus übergeben werden können.

Die Untersuchungen der ECMS hinsichtlich verschiedener Auslegungen bzw. Methoden zur Streckenprädiktion erfolgten aufgrund der geringen Berechnungsdauer sowie der einfacheren Anwendung offline mit einem quasistationären Antriebsstrangmodell. Grundsätzlich lässt sich die ECMS aber auch mit dynamischen Antriebsstrangmodellen simulieren und somit in die HIL-Simulation gemäß Kapitel 5.1 einbinden. Hierbei muss insbesondere die Dauer der Gang- und Betriebsmodus-Wechsel berücksichtigt werden, sodass ein zu häufiges Umschalten durch die ECMS vermieden wird. Darüber hinaus lassen sich die hier betrachteten Untersuchungen der ECMS auch auf andere Antriebsstrangkonzepte bzw. auf die in Kapitel 4.1 definierten Grundkonzepte anwenden.

6 Bewertung des hybridelektrischen Antriebskonzepts

Die Vorgehensweise zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben umfasst gemäß Bild 6.1 ebenso eine Bewertung von Getrieben hinsichtlich des Potenzials zur Kraftstoffeinsparung. Hierzu wird das aus der Systematik resultierende Multi-Mode-Getriebe mit einem Referenzgetriebe verglichen, indem die für vordefinierte Betriebsszenarien zu erzielenden Kraftstoffverbräuche anhand von Simulationen bestimmt und im Rahmen einer Verbrauchsanalyse ausgewertet werden. Zur Antriebsstrangmodellierung dienen die in Kapitel 3 beschriebenen Ansätze, wobei insbesondere die Getriebeverluste möglichst genau abgebildet werden müssen. Nur so lässt sich die Leistungsfähigkeit der unterschiedlichen Getriebekonzepte in der Simulation sinnvoll untersuchen.

Im Rahmen dieser Arbeit erfolgt die Bewertung des in Kapitel 4.6 beschriebenen neuen Multi-Mode-Getriebes. Für die vergleichende Bewertung werden in Kapitel 6.1 zunächst das Referenzgetriebe festgelegt und die Spezifikationen der zu vergleichenden Getriebekonzepte gegenübergestellt. Die entsprechenden Verbrauchssimulationen erfordern im Vorfeld festgelegte Betriebsszenarien, d. h. eine Definition der Betriebsweisen des Fahrzeugs bezüglich der Betriebsstrategie, Anfangsladezustände des Batteriespeichers und Fahrzyklen. Sowohl die zugrunde gelegten Betriebsszenarien als auch die Kriterien zur Bewertung der Simulationsergebnisse

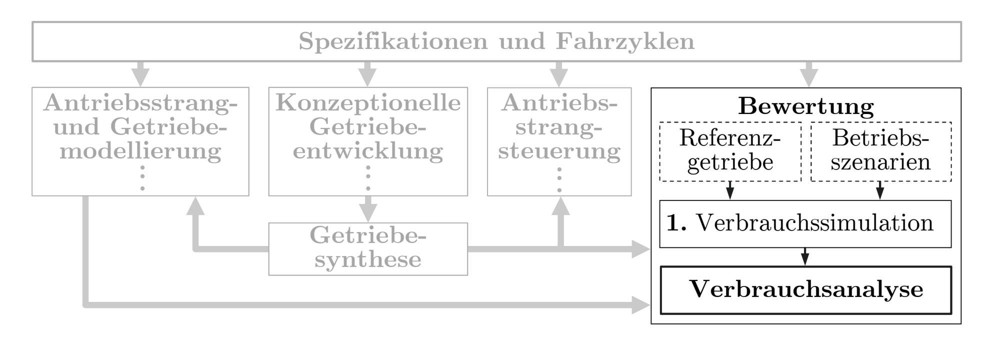


Bild 6.1: Bewertung von Getriebekonzepten als Bestandteil der Gesamtsystematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben.

sind in Kapitel 6.2 dargestellt. Abschließend erfolgt in Kapitel 6.3 die finale Verbrauchsanalyse, bei der alle Verbrauchswerte zusammengefasst und ausgewertet werden.

6.1 Gegenüberstellung der Getriebespezifikationen

Als Referenzgetriebe dient das Multi-Mode-Getriebe [60] des Mitsubishi Outlander (vgl. Bild 2.3), das über jeweils einen Gang für den Elektro- und Verbrennungsmotor verfügt. Die entsprechenden Übersetzungsverhältnisse sind so ausgelegt, dass der Verbrennungsmotor nur bei höheren Fahrzeuggeschwindigkeiten als direkter Antrieb genutzt werden kann. Daher ist zum Anfahren bei entladenem Batteriespeicher ein Generator erforderlich, der vom Verbrennungsmotor angetrieben die zum elektrischen Fahren benötigte Energie erzeugt. Tabelle 6.1 stellt die wesentlichen Getriebespezifikationen der zu vergleichenden Multi-Mode-Getriebe gegenüber. Da das Referenzgetriebe nur über einen Gang in jedem Betriebsmodus verfügt, ist es deutlich einfacher aufgebaut und weist daher ein vergleichsweise geringes Gewicht auf. Allerdings erfordert das Getriebekonzept einen zweiten elektrischen Antrieb als Generator, weshalb das Gesamtgewicht von Getriebe und Generator etwas höher ausfällt als das Gewicht des neuen Multi-Mode-Getriebes. Dieses verfügt über nur einen elektrischen Antrieb und je zwei Gänge für jeden Betriebsmodus. Um den Einfluss der Getriebekomplexität auf den Kraftstoffverbrauch abzubilden, werden in den jeweiligen Getriebemodellen Messungen der Getriebewirkungsgrade berücksichtigt.

Für den Vergleich der beiden Getriebe werden identische Verbrennungsmotoren, Batteriespeicher und Fahrdynamikeigenschaften angenommen, sodass die Ver-

Tabelle 6.1: Grundlegende Getriebespezifikationen der zur Bewertung herangezogenen Multi-Mode-Getriebe.

	Neues Multi-Mode-Getriebe (vgl. Bild 4.20)	**Referenzgetriebe (vgl. Bild 2.3)**
Verfügbare Betriebsmodi	• 2xEM • 2xPAR_M • 2xPAR_n	• 1xEM • 1xPAR_M • 1xSER
Elektrische Antriebe	• 125 kW Motor	• 125 kW Motor • 75 kW Generator (29 kg)
Gewicht	• 74 kg	• 48 kg
Getriebe-verluste	Wirkungsgradmessungen in Bild 4.21	Wirkungsgradmessungen in Bild 3.38

brauchsunterschiede in der Simulation ausschließlich auf das jeweilige Getriebekonzept und die angewendete Betriebsstrategie zurückzuführen sind. Konkret werden hierfür die schon bei der konzeptionellen Getriebeentwicklung in Kapitel 4.5 zugrunde gelegten Fahrzeugspezifikationen verwendet (vgl. Tabelle 4.1). Die Übersetzungsverhältnisse des Referenzgetriebes entsprechen denen der Auslegung des Herstellers und ermöglichen die Einhaltung der in Kapitel 4.5.1 festgelegten Grenzwerte und Nebenbedingungen bezüglich des Fahrzeugbetriebs.

6.2 Betriebsszenarien und Bewertungskriterien

Die Verbrauchssimulationen für die Multi-Mode-Getriebe erfolgen auf Grundlage der in Tabelle 6.2 angegebenen Betriebsszenarien. Diese legen hauptsächlich die in der Simulation betrachteten Fahrzyklen und Anfangsladezustände des Batteriespeichers fest. Neben dem WLTP-Testverfahren aus Kapitel 2.2 werden einfache Fahrten diverser Fahrzyklen mit jeweils zu Beginn der Fahrt vollständig ge- oder entladenem Batteriespeicher betrachtet. Beim WLTP-Verfahren dient der mit Nutzfaktoren gewichtete Kraftstoffverbrauch als Bewertungskriterium, wohingegen bei den anderen Szenarien der auf die gesamte Fahrstrecke bezogene Durchschnittskraftstoffverbrauch herangezogen wird. In jedem Betriebsszenario lässt sich entweder eine optimierungs- oder regelbasierte Betriebsstrategie auf die Antriebsstränge der jeweiligen Multi-Mode-Getriebe anwenden. Das neue Multi-Mode-Getriebe wird ausschließlich mit optimierungsbasierter Betriebsstrategie betrieben, wohingegen beim Referenzgetriebe beide Möglichkeiten in Betracht gezogen werden. Bei einem Vergleich beider Getriebe mit optimierter Betriebsweise ergibt sich jeweils der minimal mögliche Kraftstoffverbrauch, sodass die Verbrauchsunterschiede ausschließlich auf die vorliegenden Getriebekonfigurationen zurückführen

Tabelle 6.2: Betriebsszenarien, Bewertungskriterien und Betriebsstrategien für die Vergleiche zwischen den betrachteten Multi-Mode-Getrieben.

		Betriebsszenarien		
		WLTP-Testverfahren	Geladene Batterie (Entladung)	Entladene Batterie (Ladungserhaltung)
Bewertungskriterium		Nach Verfahren in Kapitel 2.2	Durchschnittskraftstoffverbrauch	Durchschnittskraftstoffverbrauch
Betriebsstrategie	optimierungsbasiert (DP)	Ref, Neu	Ref, Neu	Ref, Neu
	regelbasiert (CD-CS)	Ref	Ref	Ref

Simulation mit Referenzgetriebe (Ref)
Simulation mit neuem Getriebe (Neu)
Vergleich der Multi-Mode-Getriebe (Ref DP – Neu DP)
Vergleich der real vorliegenden Systeme (Neu DP – Ref CD-CS)

sind. Auf diese Weise lässt sich insbesondere der Einfluss einer Mehrgängigkeit bewerten. Da das reale Referenzfahrzeug über eine regelbasierte Betriebsstrategie verfügt, erfolgt zusätzlich ein Vergleich mit dem Referenzgetriebe und einer regelbasierten Betriebsstrategie. Hierdurch lässt sich der Einfluss der optimierten Betriebsstrategie auf den Kraftstoffverbrauch bewerten.

Die Verbrauchssimulationen erfolgen mittels quasistationärer Antriebsstrangmodelle, sodass keine Getriebesteuerungen erforderlich und die Simulationen mit möglichst geringem Zeitaufwand umsetzbar sind. Eine Validierung der jeweiligen Getriebemodelle anhand von Messdaten wurde bereits im Rahmen der Anwendungsbeispiele in Kapitel 3.3.5 und 4.6 beschrieben. Als optimierungsbasierte Betriebsstrategie dient die DP, wobei diese speziell beim WLTP-Testverfahren aufgrund des bei der Testprozedur zugrunde liegenden CD-CS-Betriebs nur zur Ladungserhaltung angewendet wird. Bei den anderen Betriebsszenarien erfolgt die Anwendung der DP regulär für den vorliegenden Anfangswert des Batterieladezustands. Für das Referenzgetriebe wird als regelbasierte Betriebsstrategie der CD-CS-Betrieb umgesetzt. Hierbei wird zunächst zur Entladung der Batterie elektrisch gefahren und der Verbrennungsmotor nur zugeschaltet, wenn das Drehmoment des elektrischen Antriebs nicht ausreicht. Sobald die Batterie entladen ist, wird das untere Ladungsniveau durch verbrennungsmotorisches Fahren bzw. den seriellen Hybridbetrieb gehalten.

6.3 Verbrauchsanalyse

In diesem Kapitel erfolgen die Verbrauchsanalysen für die in Tabelle 6.2 definierten Vergleiche zwischen den Kombinationen aus Multi-Mode-Getriebe und Betriebsstrategie. Zunächst werden zu jedem Betriebsszenario die aus den jeweiligen Simulationen resultierenden Kraftstoffverbräuche gegenübergestellt. Abschließend erfolgt auf Basis einer Zusammenfassung dieser Ergebnisse die finale Bewertung des neuen Multi-Mode-Getriebes.

Unterschiedliche Anfangsladezustände der Batterie

Bild 6.2 zeigt für diverse Fahrzyklen die aus der Simulation hervorgehenden Kraftstoffverbräuche und die mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe zu erzielenden prozentualen Kraftstoffeinsparungen. Neben den eigenen Fahrzyklen ife-80 und ife-200 (vgl. Bild 4.17) werden auch Normzyklen betrachtet, wobei diese entsprechend einer Fahrstrecke von ca. 100 km wiederholt werden. Auf diese Weise lässt sich sicherstellen, dass die elektrische Reichweite des Fahrzeugs überschritten und der Batteriespeicher vollständig entladen wird.

Die bei **geladenem Batteriespeicher** und mit optimierungsbasierten Betriebsstrategien erzielten Kraftstoffeinsparungen im linken Teil von Bild 6.2a) fallen teilweise negativ aus. Dies begründet sich durch die höheren Getriebeverluste des neuen und komplexeren Multi-Mode-Getriebes, die insbesondere beim rein elektrischen Fahren den Vorteil der Zweigängigkeit gegenüber dem eingängigen Getriebe kompensieren (vgl. Anhang A.16). Hierdurch reduziert sich die elektrische Reichweite und der Verbrennungsmotor muss vermehrt genutzt werden. Da bei

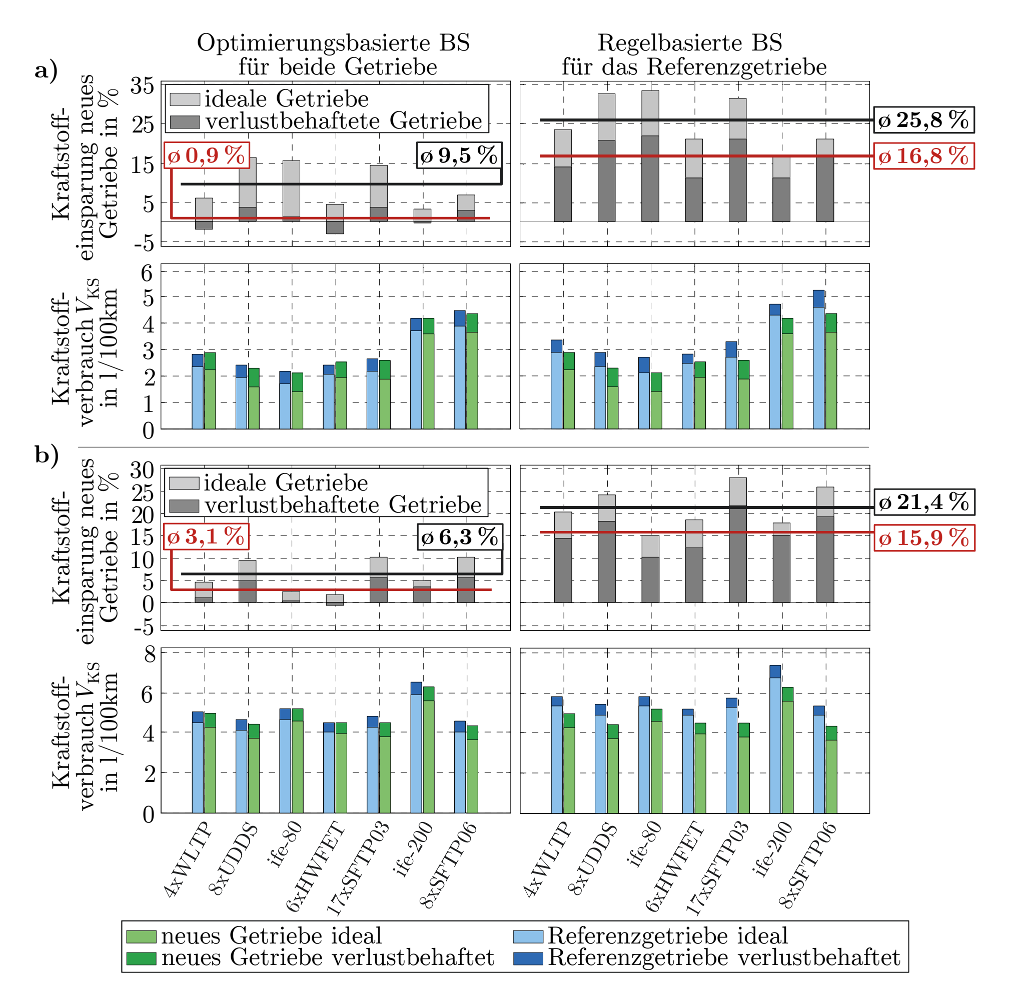


Bild 6.2: Simulationsergebnisse für die Kraftstoffverbräuche mit einer anfänglich **a)** geladenen ($SoC_0 = 80\,\%$) und **b)** entladenen ($SoC_0 = 30\,\%$) Batterie. **Links**: Optimierungsbasierte Betriebsstrategien für beide Getriebe. **Rechts**: Neues Getriebe mit optimierungsbasierter und Referengetriebe mit regelbasierter Betriebsstrategie. Die bei den Normzyklen angegebenen Faktoren geben die Anzahl der für eine Fahrstrecke von ca. 100 km erforderlichen Zykluswiederholungen an.

geladenem Batteriespeicher ein Teil der Strecke rein elektrisch gefahren wird und die Getriebeübersetzungen nicht für alle Fahrzyklen optimal ausgelegt sind, lassen sich in manchen Fällen mit dem eingängigen Referenzgetriebe geringere Kraftstoffverbräuche erzielen als mit dem neuen Getriebe, sofern optimierungsbasierte Betriebsstrategien zum Tragen kommen.

Bei **entladenem Batteriespeicher** liegen gemäß dem linken Teil von Bild 6.2b) selbst unter Berücksichtigung der Getriebeverluste weitgehend positive Kraftstoffeinsparungen vor. Aufgrund der entladenen Batterie erfolgt der Fahrzeugantrieb überwiegend mit dem Verbrennungsmotor, wobei sich dieser mit der Zweigängigkeit des neuen Multi-Mode-Getriebes effizienter betreiben lässt. Bei den meisten Fahrzyklen überwiegt daher dieser Vorteil gegenüber dem Nachteil der im Vergleich mit dem eingängigen Referenzgetriebe erhöhten Getriebeverluste.

Ohne Berücksichtigung der Getriebeverluste ergeben sich für alle Fahrzyklen durchweg positive und deutlich höhere Kraftstoffeinsparungen. Dieser signifikante Einfluss der Getriebeverluste ist auf die ohnehin geringen Kraftstoffverbräuche zurückzuführen, die mit den Multi-Mode-Getrieben und optimierungsbasierten Betriebsstrategien erzielt werden. Die vergleichsweise geringen Verbrauchsunterschiede zwischen den Getrieben fallen hierbei stark ins Gewicht, sodass sich zum Teil große prozentuale Unterschiede ergeben.

Im rechten Teil von Bild 6.2 sind die Kraftstoffeinsparungen des neuen Getriebes mit optimierungsbasierter Betriebsstrategie gegenüber dem Referenzgetriebe mit regelbasierter Betriebsstrategie dargestellt. Aus den hohen Kraftstoffeinsparungen lässt sich schließen, dass die optimierungsbasierte Betriebsstrategie wesentlich zum geringen Kraftstoffverbrauch beiträgt. Im Umkehrschluss ermöglicht die Mehrgängigkeit des neuen Multi-Mode-Getriebes eher geringe Kraftstoffeinsparungen. Hierdurch plausibilisiert sich auch die bei der Getriebeoptimierung zugrunde gelegte Annahme, dass die Getriebeverluste bei einem dreigängigen Multi-Mode-Getriebe den Vorteil gegenüber einer niedrigeren Ganganzahl weitgehend aufheben (vgl. Kapitel 4.5.2).

WLTP-Testverfahren

Bild 6.3 zeigt die nach dem WLTP-Testverfahren ermittelten Kraftstoffverbräuche sowie die sich daraus ergebenden prozentualen Kraftstoffeinsparungen. Bei diesem Testverfahren setzt sich der finale Kraftstoffverbrauch aus den im CD- und CS-Modus erzielten Teilverbräuchen zusammen, indem diese entsprechend statistischer Nutzfaktoren gewichtet und aufaddiert werden (vgl.Kapitel 2.2.1). Der CS-Modus ist identisch zum Betriebsszenario mit entladenem Batteriespeicher, wohingegen sich der CD-Modus vom Betriebsszenario mit geladenem Batterie-

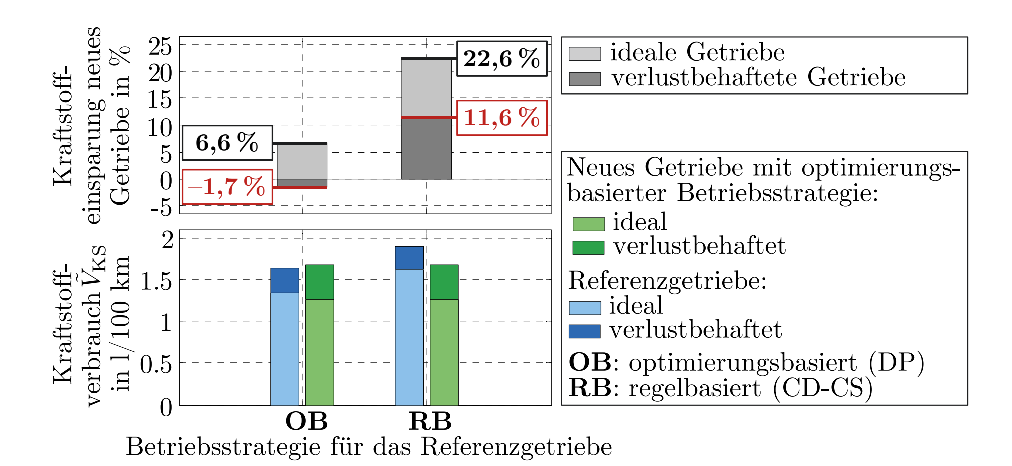


Bild 6.3: Simulationsergebnisse für die Kraftstoffverbräuche nach dem WLTP-Testverfahren ($SoC_{\mathrm{max}} = 80\,\%$ und $SoC_{\mathrm{min}} = 30\,\%$).

speicher nur darin unterscheidet, dass die Batterie zunächst durch ausschließlich elektrisches Fahren entladen wird. Die Anwendung der optimierungsbasierten Betriebsstrategie (DP) beschränkt sich bei diesem Testverfahren daher auf die Phasen mit entladener Batterie.

Aus dem Vergleich mit optimierungsbasierten Betriebsstrategien (Bild 6.3, links) geht ein um $1,7\,\%$ höherer Kraftstoffverbrauch für das neue Multi-Mode-Getriebe hervor. Ähnlich wie beim Betriebsszenario mit geladenem Batteriespeicher ergibt sich mit dem neuen Getriebe im WLTP-Zyklus bzw. CD-Modus ein höherer Kraftstoffverbrauch, was auf die reduzierte elektrische Reichweite aufgrund der höheren Getriebeverluste zurückzuführen ist (vgl. Anhang A.16). Zwar lässt sich im CS-Modus mit der Zweigängigkeit des neuen Getriebes ein geringerer Kraftstoffverbrauch erzielen (vgl. Bild 6.2b)), jedoch reicht dieser Unterschied unter Berücksichtigung der Gewichtung mit den Nutzfaktoren nicht für eine Einsparung im Gesamtverbrauch aus. Unter der Annahme von idealen Getrieben würde sich eine Kraftstoffeinsparung von ca. $6,6\,\%$ ergeben, was den Einfluss der Getriebeverluste auf den Kraftstoffverbrauch verdeutlicht. Darüber hinaus zeigt der Vergleich zur Referenz mit regelbasierter Betriebsstrategie (Bild 6.3, rechts), dass allein mit einer optimierungsbasierten Betriebsstrategie eine signifikante Verbrauchreduzierung möglich ist.

Zusammenfassung

Tabelle 6.3 fasst die Ergebnisse aus Bild 6.2 und 6.3 zusammen. Die angegebenen Werte entsprechen den theoretischen Kraftstoffeinsparungen, die sich mit dem neu-

Tabelle 6.3: Zusammenfassung der mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe erzielten Kraftstoffeinsparungen aus Bild 6.2 und 6.3 sowie der Vergleich zwischen optimierungs- und regelbasierter Betriebsstrategie beim Referenzgetriebe.

Getriebe	Betriebsstrategie	Betriebsszenarien		
		WLTP-Testverfahren	Geladene Batterie (Entladung)	Entladene Batterie (Ladungserhaltung)
Neu Ref	OB* OB	−1,7 %	Min: −3,1 % Max: 3,9 % Mittel: 0,9 %	Min: −0,5 % Max: 5,9 % Mittel: 3,1 %
Neu Ref	OB RB**	11,6 %	Min: 11,2 % Max: 22,0 % Mittel: 16,8 %	Min: 10,3 % Max: 21,6 % Mittel: 15,9 %
Ref Ref	OB RB	13,0 % ***	Min: 11,6 % Max: 20,8 % Mittel: 16,0 %	Min: 9,9 % Max: 16,8 % Mittel: 13,3 %

* **OB**: optimierungsbasiert (DP) ; ** **RB**: regelbasiert (CD-CS)
***Kraftstoffeinsparung gegenüber regelbasierter Betriebsstrategie
Simulation mit Referenzgetriebe; Simulation mit neuem Getriebe
Vergleich der Multi-Mode-Getriebe; Vergleich der real vorliegenden Systeme; Vergleich der Betriebsstrategien

en und zweigängigen Multi-Mode-Getriebe gegenüber dem eingängigen Referenzgetriebe erzielen lassen. Im Vergleich mit optimierungsbasierten Betriebsstrategien für beide Getriebe ergibt sich mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe im WLTP-Testverfahren ein höherer Kraftstoffverbrauch. Dies ist ebenso bei bestimmten Fahrzyklen im Rahmen der anderen Betriebsszenarien der Fall, wobei die über alle Fahrzyklen gemittelten Einsparungen mit 0,9 % bzw. 3,1 % positiv ausfallen. Gegenüber dem Referenzgetriebe mit einer regelbasierten Betriebsstrategie ergeben sich mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe in allen Betriebsszenarien Kraftstoffeinsparungen von mehr als 10 %. Hierbei handelt es sich um das theoretische Einsparpotenzial im Hinblick auf das reale Referenzfahrzeug, das über eine regelbasierte Betriebsstrategie verfügt. Der Einfluss einer optimierungsbasierten Betriebsstrategie zeigt sich anhand des Vergleichs zwischen dem Referenzgetriebe mit optimierungs- und regelbasierter Betriebsstrategie. Abgesehen von dem WLTP-Testverfahren ergeben sich hierbei Einsparungen, die im Mittel leicht unter denen des neuen Multi-Mode-Getriebes liegen. Hieraus lässt sich schließen, dass die Betriebsstrategie ein weitaus höheres Potential zu Kraftstoffeinsparung bietet als die Mehrgängigkeit des Getriebes.

Zusammenfassend gehen aus der modellgestützten Verbrauchsanalyse für das neue Multi-Mode-Getriebe die folgenden Punkte hervor:

- Der Vergleich zwischen den Getrieben mit jeweils optimierungsbasierter Betriebsstrategie zeigt, dass die Zweigängigkeit des neuen Multi-Mode-Getriebes eher geringe Verbrauchsvorteile ermöglicht. Dies begründet sich durch die gegenüber dem eingängigen Getriebe höheren Verluste, die den Verbrauchsvorteil der Zweigängigkeit zum Teil aufheben. Besonders in Betriebsszenarien mit hohem Anteil elektrischen Fahrens führen die Verluste im Vergleich zum Referenzgetriebe sogar zu einer Verbrauchserhöhung, da geringere elektrische Reichweiten erzielt werden (siehe Anhang A.16) und der Verbrennungsmotor früher zugeschaltet werden muss. Im verbrennungsmotorischen Betrieb fallen die Verluste der Zweigängigkeit weniger ins Gewicht, sodass tendenziell Verbrauchsvorteile erzielt werden.
- Die Verwendung einer optimierungsbasierten Betriebsstrategie trägt deutlich und im Wesentlichen mehr als die Zweigängigkeit zu einer Verbrauchsreduzierung bei, was aus den beiden Vergleichen zwischen optimierungs- und regelbasierter Betriebsstrategie für das neue und das Referenzgetriebe bzw. nur für das Referenzgetriebe hervorgeht (siehe letzte beiden Zeilen in Tabelle 6.3).
- Bei einigen Betriebsszenarien und Fahrzyklen ergeben sich mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe höhere Kraftstoffverbräuche als mit dem Referenzgetriebe. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die Getriebeoptimierung bzw. Getriebeauslegung (siehe Kapitel 4.5) auf einer Mittelung der Ergebnisse aus mehreren Fahrzyklen beruht. Insbesondere beim WLTP-Testverfahren führt dies zu einer Verbrauchserhöhung. Eine Optimierung auf das konkrete Testverfahren oder auf einen konkreten Fahrzyklus würde für den entsprechenden Fall zu besseren Ergebnissen führen.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit beschreibt eine Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben für hybridelektrische Fahrzeuge, mit der sich unter Vorgabe von grundlegenden Fahrzeugspezifikationen sowie für den Betrieb vorgesehene Antriebsstrangkomponenten ein Funktionskonzept für ein Multi-Mode-Getriebe entwickeln lässt. Dieses dient als Grundlage für die Getriebesynthese zur konstruktiven Getriebeentwicklung und definiert die verfügbaren Betriebsmodi, Ganganzahlen und Übersetzungsverhältnisse des Getriebes. Die Systematik wurde im Rahmen dieser Arbeit zur Entwicklung eines neuen Multi-Mode-Getriebes angewendet, wobei die Ergebnisse der Getriebesynthese als gegeben betrachtet wurden. Neben der Getriebeentwicklung umfasst die Systematik auch die Entwicklung einer für den Fahrbetrieb erforderlichen Antriebsstrangsteuerung sowie eine modellbasierte Bewertung hinsichtlich des zu erzielenden Kraftstoffverbrauchs. Beide Schritte wurden jeweils für das neu entwickelte Multi-Mode-Getriebe durchgeführt. Die einzelnen Schritte der modellgestützten Systematik sowie die dabei im Rahmen dieser Arbeit erarbeiten Methoden und Ergebnisse sind im Folgenden zusammengefasst:

- Als Grundlage für die gesamte Systematik wurde ein Ansatz zur **Antriebsstrang- und Getriebemodellierung** entwickelt. Hierzu wurden zunächst einfache und generische Teilmodelle für den Verbrennungsmotor, den elektrischen Antrieb, den Batteriespeicher und die Fahrdynamik definiert, die jeweils die Verlustleistung berücksichtigen und sich mit oder ohne Systemdynamik erstellen lassen. Für die Getriebemodellierung wurde die modifizierte Knotenanalyse herangezogen, die auf Basis einer einheitlichen Beschreibung des Getriebes eine automatische Erzeugung verschiedener Modelltypen ermöglicht. Diese unterscheiden sich im Detaillierungsgrad hinsichtlich der Abbildung der Verlustleistung, der Systemdynamik und des Getriebeaufbaus. Mit dem bezüglich der Antriebsstrangkomponenten modularen Modellierungsansatz in Kombination mit der automatischen Erzeugung von Getriebemodellen lassen sich mit geringen Arbeits- und Zeitaufwand beliebige Antriebsstrang- und Getriebekonfigurationen modellieren und gleichzeitig die Detaillierungsgrade der Modelle an die jeweiligen Entwicklungsaufgaben anpassen.

- Im Rahmen der **konzeptionellen Getriebeentwicklung** wurde ein neues Multi-Mode-Getriebe im Zusammenhang mit dem zugrundeliegenden Forschungsverbundprojekt PHEVplus entwickelt. Gemäß der Systematik erfolgte zunächst eine Definition allgemeiner Grundkonzepte von hybridelektrischen Antriebssträngen mit Multi-Mode-Getriebe, die jeweils anhand eines vereinfachten Getriebeaufbaus die möglichen Kopplungen von Verbrennungsmotor und elektrischen Antrieben vorgeben und als Grundlage für eine Getriebeoptimierung dienen. Zur Beschreibung der Optimierungsmethoden und als Anwendungsbeispiel für die Systematik wurde ein Grundkonzept ausgewählt, das nur einen elektrischen Antrieb erfordert und eine gemeinsame Mehrgängigkeit für den Verbrennungs- und Elektromotor aufweist. Anhand eines entsprechenden Antriebsstrangmodells konnten durch Minimierung des Kraftstoffverbrauchs die Ganganzahl und Übersetzungsverhältnisse optimiert werden, wobei gemäß den Optimierungsergebnissen ein zweigängiges Multi-Mode-Getriebe den besten Kompromiss zwischen Verbrauchsvorteil und Getriebekomplexität bietet. Auf Grundlage des hieraus resultierenden Funktionskonzepts wurde im Rahmen des Forschungsverbundprojekts PHEVplus [V15] ein neues Multi-Mode-Getriebe entwickelt. Dieses wurde vom Projektpartner aufgebaut und hinsichtlich des Wirkungsgrads vermessen. Anhand des hierbei vorliegenden Getriebeaufbaus sowie den dazugehörigen Messungen ließen sich detailliertere Getriebemodelle zur weiteren Anwendung der in dieser Arbeit entwickelten Systematik erzeugen.
- Für das neue Multi-Mode-Getriebe wurde eine **Antriebsstrangsteuerung** entwickelt, die eine Getriebesteuerung und eine Echtzeit-Betriebsstrategie umfasst. Die Getriebesteuerung dient der zugkraftunterbrechungsfreien Gang- und Betriebsmodusumschaltung. Hierzu wurde eine Schaltstrategie entwickelt, mit der sich die Schaltabläufe bzw. die Steuersignale der Schaltelemente und Antriebe für jede mögliche Umschaltung planen lassen. Zur Erprobung der Schaltstrategie diente eine HIL-Simulation, wobei zusätzlich gezeigt wurde, dass die aus der Systematik resultierenden Antriebsstrang- und insbesondere Getriebemodelle echtzeitfähig sind und die Systemdynamik ausreichend genau abbilden. Die Betriebsstrategie dient zur Auswahl eines Gangs und Betriebsmodus, die von der Getriebesteuerung umgesetzt werden sollen. Hierzu wurde die optimierungsbasierte Methode „Equivalent Consumption Minimization Strategy“ (ECMS) betrachtet und bezüglich des zu erzielenden Kraftstoffverbrauchs analysiert. Die Verbrauchsauswertungen erfolgten für eine Vielzahl gemessener Fahrzyklen einer ausgewählten Fahrstrecke und für unterschiedliche Methoden zur Prädiktion der zukünftigen Fahrweise bzw. der damit einhergehenden Antriebsstranggrößen. Es zeigte

sich, dass Prädiktionsmethoden mit einer Voroptimierung auf Basis eines repräsentativen Fahrzyklus die besten Ergebnisse erzielen. Methoden, die lediglich eine Prädiktion der Streckendistanz erfordern, führen zwar zu höheren Kraftstoffverbräuchen, erzielen aber dennoch bessere Ergebnisse als eine regelbasierte Betriebsstrategie.

- Im Rahmen einer **Bewertung** wurde das neue Multi-Mode-Getriebe einem weniger komplexen und eingängigen Multi-Mode-Getriebe gegenübergestellt. Hierzu erfolgte ein Vergleich auf Basis von Verbrauchssimulationen der entsprechenden Antriebsstränge, wobei für beide Getriebe jeweils identische Antriebe, Fahrdynamikeigenschaften und Batteriespeicher angenommen wurden. Um den Nachteil des neuen und komplexeren Multi-Mode-Getriebes aufgrund höherer Verluste und höheren Gewichts nicht zu vernachlässigen, wurden entsprechende Messungen in den Getriebemodellen berücksichtigt. Die Verbrauchsanalyse ergab, dass sich mit dem neuen und zweigängigen Multi-Mode-Getriebe größtenteils ein geringerer Kraftstoffverbrauch erzielen lässt als mit dem eingängigen Multi-Mode-Getriebe. Des Weiteren stellte sich heraus, dass die Zweigängigkeit des neuen Getriebes aufgrund der höheren Getriebeverluste zu eher geringen Kraftstoffeinsparungen führt, wohingegen eine optimierungsbasierte Betriebsstrategie im Vergleich zu einer regelbasierten Betriebsstrategie signifikante Kraftstoffeinsparungen ermöglicht.

Die im Rahmen der konzeptionellen Getriebeentwicklung vorgenommene Getriebeoptimierung erfolgte lediglich für eines der in dieser Arbeit beschriebenen Grundkonzepte, sodass der Suchraum bezüglich der verfügbaren Betriebsmodi bzw. der möglichen Kopplungen von Verbrennungs- und Elektromotor eingegrenzt wurde. Durch Anwendung der Getriebeoptimierung auf die anderen Grundkonzepte könnten die entsprechenden Betriebsmodi mit in die Optimierung einbezogen werden, wodurch sich möglicherweise eine Getriebe- bzw. Antriebsstrangkonfiguration ergibt, mit der noch höhere Kraftstoffeinsparungen erzielt werden können. Darüber hinaus könnte ein zusätzlicher Iterationsschritt bei der Getriebeoptimierung weiteres Einsparpotenzial ermöglichen, wobei für ein bereits konstruiertes und hinsichtlich der Verluste vermessenes Multi-Mode-Getriebe eine Optimierung der Übersetzungsverhältnisse erforderlich wäre. Da dies ein möglichst detailliertes Getriebemodell mit Berücksichtigung der Getriebeverluste erfordert, ist insbesondere die Anwendung der in Kapitel 4.3 beschriebenen Methode zur Betriebsoptimierung nicht in der dargestellten Form anwendbar. Daher müssten die im Rahmen dieser Arbeit entstandenen und verwendeten Optimierungsverfahren entweder erweitert oder durch andere geeignete Verfahren ersetzt werden.

A Anhang

A.1 Nutzfaktoren

Die Bewertung von Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen bei Plug-in-Hybridfahrzeugen erfordert einen Nutzfaktor $f_{\mathrm{NF},j}$ zur Gewichtung einzelner Verbrauchs- bzw. Emissionswerte, die im Rahmen des CD-Tests (**C**harge-**D**epleting) ermittelt werden (vgl. Kapitel 2.2). Dieser Nutzfaktor ist regionsabhängig und leitet sich von der wegstrecken-abhängigen Verteilungsfunktion

$$F_{\mathrm{NF}}(Z) = \Pr(\mathcal{Z} \leqslant Z) = 1 - \exp\left(-\sum_{i=1}^{r} C_i \cdot \left(\frac{Z}{Z_n}\right)^i\right) \tag{A.1}$$

ab, wobei die Koeffizienten C_i, der Normierungsparameter Z_n und die Ordnung r entsprechend der betrachteten Verteilung gewählt werden. Tabelle A.1 beinhaltet die Zahlenwerte zur Parametrierung der Verteilungsfunktionen für die EU und die USA.

Tabelle A.1: Parametrierungen der Verteilungsfunktion (A.1).

Parameter	**EU** [35, 42]	**USA** [19, 199]
r	10	6
Z_n /km	800	$643,76$ (400 mi)
C_1	$26,25$	$10,52$
C_2	$-38,94$	$-7,28$
C_3	$-631,05$	$-26,37$
C_4	$5964,83$	$79,08$
C_5	$-25094,60$	$-77,36$
C_6	$60380,21$	$26,07$
C_7	$-87517,16$	-
C_8	$75513,77$	-
C_9	$-35748,77$	-
C_{10}	$7154,94$	-

Zur Berechnung der Nutzfaktoren $f_{\mathrm{NF},j}$ muss die Differenz

$$f_{\mathrm{NF},j} = F_{\mathrm{NF}}\left(Z_{\mathrm{CD},j}\right) - F_{\mathrm{NF}}\left(Z_{\mathrm{CD},j-1}\right) \quad \text{(A.2)}$$

bezüglich der im CD-Modus zurückgelegten Wegstrecken Z_{CD} am Ende der Zyklusphasen $j-1$ und j ausgewertet werden. Bild A.1a zeigt die kontinuierlichen Verteilungsfunktionen F_{NF} und Bild A.1b die Nutzfaktoren f_{NF} für die einzelnen Zyklusphasen des WLTC.

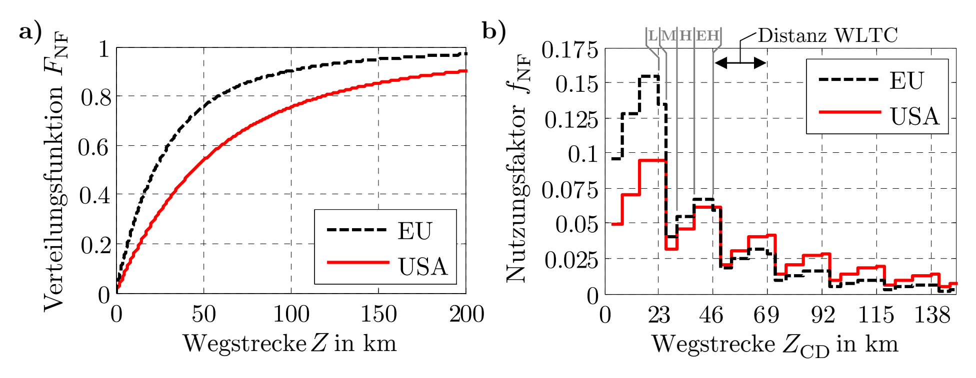


Bild A.1: **a)** Wahrscheinlichkeitsverteilungen F_{NF} und **b)** Nutzfaktoren f_{NF} für die Zyklusphasen des WLTC.

A.2 Genormte Fahrzyklen

Fahrzyklen definieren einen festen zeitlichen Verlauf der Fahrzeuggeschwindigkeit und werden im Rahmen diverser Testprozeduren zur Bestimmung von Kraftstoffverbrauch und CO_2-Emissionen genutzt. Dabei wird der Fahrzyklus mit dem zu testenden Fahrzeug nachgefahren und der Verbrauch bzw. der Emissionsausstoß aufgezeichnet. Die mittlerweile veraltete Regelung zur Zulassung von Pkw innerhalb der Europäischen Union sieht als Fahrzyklus den sogenannten „Neuen Europäischen Fahrzyklus“ vor (siehe Bild A.2) [41].

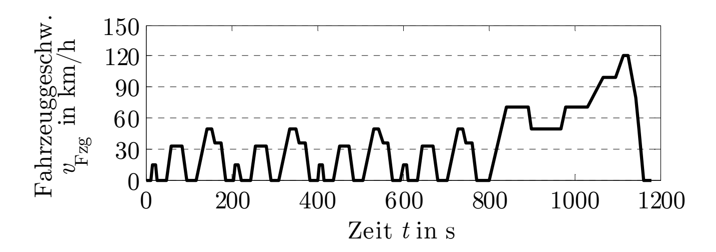


Bild A.2: Der Neue Europäische Fahrzkyklus (NEFZ).

Die für die USA gültigen Testverfahren sehen mehrere Fahrzyklen vor, mit denen unterschiedliche Fahrszenarien und Betriebsbedingungen getestet werden sollen. Bild A.3 zeigt diese Fahrzyklen [34]. Der Zyklus FTP-75 bildet eine innerstädtische Fahrt ab und setzt sich aus dem Fahrzyklus UDDS zusammen (ganzer Zyklus + Wiederholung der ersten 505 sek). Zur Abbildung von Autobahnfahrten dienen die Zyklen HWFET und SFTP-US06, wobei Letzterer ein agileres Fahrverhalten berücksichtigt. Die beiden Fahrzyklen SFTP-SC03 und UDDS kommen bei Tests mit hoher bzw. niedriger Außentemperatur zum Einsatz.

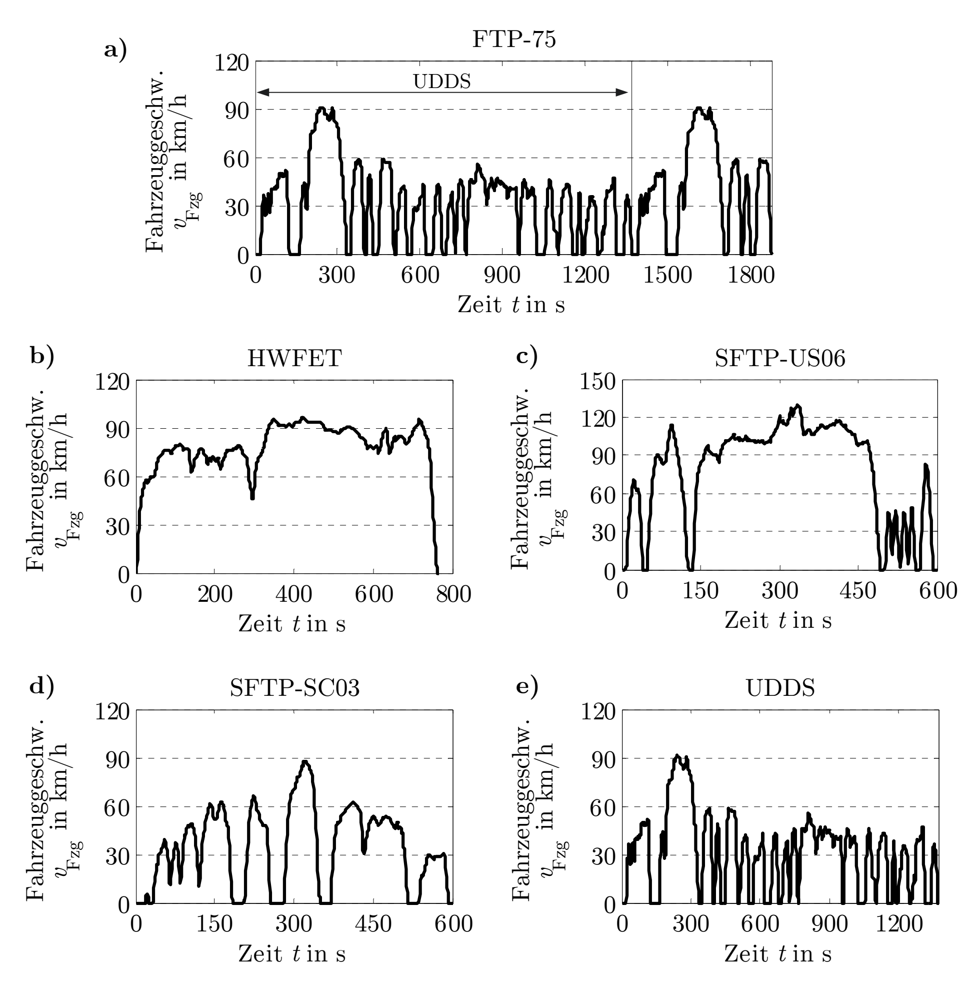


Bild A.3: **a)** Federal Test Procedure (FTP), **b)** Highway Fuel Economy Driving Test (HWFET), Supplemental Federal Test Procedure (SFTP) **c)** US-06 und **d)** SC03, **e)** Urban Dynamometer Driving Schedule (UDDS).

A.3 Gangumschaltung im Schubbetrieb

Bild A.4 zeigt die Getriebeersatzstruktur zur Ablaufplanung von Lastschaltungen. Je nachdem, ob das Fahrzeug durch einen Antrieb aktiv angetrieben oder beim Ausrollen durch Einkoppeln des Verbrennungsmotors (oder Rekuperation) gebremst wird (positives bzw. negatives Ausgangsmoment M_2), müssen entweder Zug- oder Schubschaltungen durchgeführt werden. Die Beschreibungen und Beispiele für Zugschaltungen sind in Kapitel 2.5 enthalten.

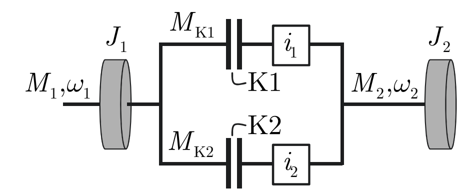


Bild A.4: Ersatzgetriebestruktur zur Ablaufplanung einer Lastschaltung.

Zur Erläuterung von Schubschaltungen wird ein konstantes eingangseitiges Drehmoment von $M_1 = -60$ Nm angenommen. Die entsprechenden Drehmomente und Drehzahlen für je eine Schubhoch- und Schubrückschaltung sind in Bild A.5 abgebildet. Die **Schubhochschaltung** erfolgt nach der folgenden Beschreibung.

I. In der **Anfangsphase** ist K1 geschlossen (haftend) und K2 vollständig geöffnet. Somit ergeben sich $M_{K1} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_1 \cdot M_{K1}$.

II. Zu Beginn der **Synchronisationsphase** weist die eingangsseitige Drehzahl n_1 das Drehzahlniveau von i_1 auf. Um die Drehzahl an i_2 anzupassen, wird K1 kurzzeitig geöffnet, sodass die Kupplung zu schlupfen beginnt und betragsmäßig weniger Drehmoment übertragen wird (M_2 sinkt betragsmäßig). Der vom konstanten Antriebsmoment M_1 überschüssige Anteil bremst daraufhin J_1 zusätzlich ab. Am Ende dieser Phase ist n_1 an die Übersetzung i_2 angeglichen.

III. **Überschneidungsphase**: Da im Rahmen der Synchronisationsphase die Differenzdrehzahl von K2 bereits abgebaut wurde, entsteht durch Schließen von K2 direkt Haftreibung. Hierbei erfolgt die Steuerung des von K2 aufgebrachten Haltemoments so, dass K2 das gesamte Drehmoment übertragen kann und somit ein Haften der Kupplung sichergestellt ist. Durch kontinuierliches Öffnen von K1 übernimmt K2 allmählich die Drehmomentübertragung, sodass K2 am Ende der Phase die komplette Last trägt und K1 lastfrei ist.

IV. In der **Endphase** ist K2 geschlossen (haftend) und K1 vollständig geöffnet. Es gilt dann $M_{K2} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_2 \cdot M_{K2}$.

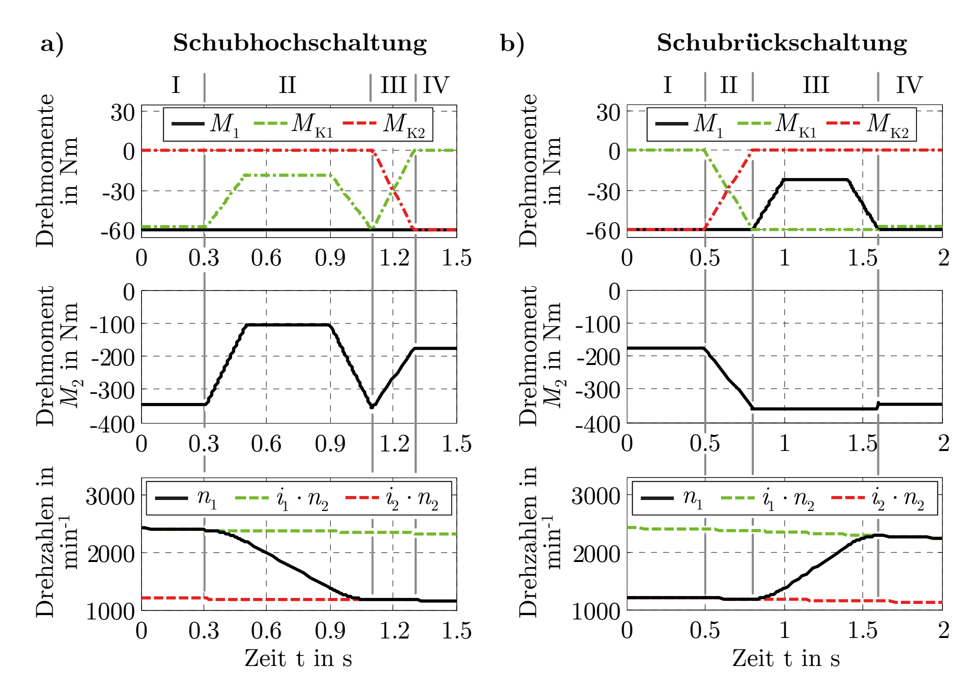


Bild A.5: Drehmomente und Winkelgeschwindigkeiten nach [48]: **a)** Schubhochschaltung und **b)** Schubrückschaltung, jeweils mit den Systemparametern $i_1 = 6$, $i_2 = 3$, $J_1 = 0,2$ kg m^2, $J_2 = 196$ kg m^2.

Für die **Schubrückschaltung** ergeben sich die einzelnen Phasen wie folgt.

I. In der **Anfangsphase** ist K2 geschlossen (haftend) und K1 vollständig geöffnet. Somit ergeben sich $M_{K2} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_2 \cdot M_{K2}$.

II. In der **Überschneidungsphase** wird K1 kontinuierlich geschlossen, wodurch M_{K2} betragsmäßig ansteigt. Gleichzeitig wird das Haltemoment von K2 entsprechend nachgeführt, sodass K2 haftend bleibt und sich M_{K2} betragsmäßig verringert. Am Ende der Phase muss das Haltemoment von K2 komplett abgebaut sein, sodass K1 das Drehmoment vollständig überträgt und sich das Ausgangsmoment zu $M_2 = i_1 \cdot M_{K1}$ ergibt.

III. **Synchronisationssphase**: Da K2 während der Überschneidungsphase haftend geblieben ist und sich somit keine Differenzdrehzahl aufgebaut hat, weist die Antriebsseite nach wie vor das Drehzahlniveau von i_2 auf ($n_1 = i_2 \cdot n_2$). Um n_1 zu erhöhen, muss das Eingangsmoment M_1 kurzzeitig erhöht werden.

IV. In der **Endphase** ist K1 geschlossen (haftend) und K2 vollständig geöffnet. Es gilt dann $M_{K1} = M_1 - J_1 \cdot \dot{\omega}_1$ und $M_2 = i_1 \cdot M_{K1}$.

A.4 Standübersetzungen zusammengesetzter Umlaufgetriebe

Für die in Bild A.6 abgebildeten einfachen Umlaufgetriebe, d. h. mit drei nach außen geführten Wellen, werden im Folgenden die Standübersetzungen hergeleitet. Dies erfolgt anhand der kinematischen Beziehungen der Teilkomponenten, aus denen sich die einzelnen Umlaufgetriebe zusammensetzen.

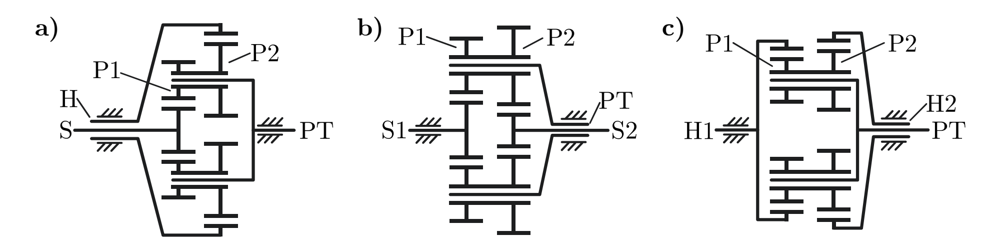


Bild A.6: Einfache Umlaufgetriebe: Zusammensetzungen aus **a)** Sonnenrad, doppeltem Planetenrad und Hohlrad, **b)** aus zwei Sonnenrädern und einem doppelten Planetenrad und **c)** aus zwei Hohlrädern und einem doppelten Planetenrad.

Getriebekonfiguration Bild A.6a)

Die Kinematik der Teilkomponente bestehend aus dem Hohlrad H, dem Planetenrad P2 und dem gemeinsamen Planetenträger PT ergibt sich gemäß (3.17) und (3.18) zu

$$\omega_{\mathrm{H}} - (1 - i_{\mathrm{HP2}}) \cdot \omega_{\mathrm{PT}} - i_{\mathrm{HP2}} \cdot \omega_{\mathrm{P2}} = 0, \tag{A.3}$$

mit

$$i_{\mathrm{HP2}} = -\frac{a_{\mathrm{ZP2}}}{-|a_{\mathrm{ZH}}|} \ . \tag{A.4}$$

Analog dazu gilt für die aus dem Sonnenrad S, dem Planetenrad P1 und dem Planetenträger PT bestehende Teilkomponente

$$\omega_{\mathrm{S}} - (1 - i_{\mathrm{SP1}}) \cdot \omega_{\mathrm{PT}} - i_{\mathrm{SP1}} \cdot \omega_{\mathrm{P1}} = 0, \tag{A.5}$$

mit

$$i_{\mathrm{SP1}} = -\frac{a_{\mathrm{ZP1}}}{a_{\mathrm{ZS}}} \ , \tag{A.6}$$

wobei die Winkelgeschwindigkeiten der Planetenräder P1 und P2 identisch sind:

$$\omega_{\mathrm{P}} = \omega_{\mathrm{P1}} = \omega_{\mathrm{P2}} \ . \tag{A.7}$$

Durch Umformen von (A.3) nach ω_P und Einsetzen in (A.5) ergibt sich

$$\omega_\mathrm{S} - \left(1 - \frac{i_\mathrm{SP1}}{i_\mathrm{HP2}}\right) \cdot \omega_\mathrm{PT} - \frac{i_\mathrm{SP1}}{i_\mathrm{HP2}} \cdot \omega_\mathrm{H} = 0, \tag{A.8}$$

mit der neuen Standübersetzung

$$\frac{i_\mathrm{SP1}}{i_\mathrm{HP2}} = -\frac{a_\mathrm{ZP1} \cdot |a_\mathrm{ZH}|}{a_\mathrm{ZP2} \cdot a_\mathrm{ZS}} \ . \tag{A.9}$$

Die Beziehung zwischen den Winkelgeschwindigkeiten (A.8) besitzt die gleiche Form, wie die der einzelnen Teilkomponenten (A.3) und (A.5). Lediglich die Standübersetzung ändert sich und enthält nun die Zähnezahlen aller beteiligten Zahnräder.

Getriebekonfiguration Bild A.6b)

Das Umlaufgetriebe in Bild b) setzt sich aus zwei Teilkomponenten zusammen, die jeweils aus einem Sonnenrad, einem Planetenrad und einem gemeinsamen Planetenträger bestehen. Analog zur obigen Vorgehensweise ergibt sich die Kinematik des zusammengesetzten Umlaufgetriebes zu

$$\omega_\mathrm{S2} - \left(1 - \frac{i_\mathrm{S2P2}}{i_\mathrm{S1P1}}\right) \cdot \omega_\mathrm{PT} - \frac{i_\mathrm{S2P2}}{i_\mathrm{S1P1}} \cdot \omega_\mathrm{S1} = 0, \tag{A.10}$$

mit

$$\frac{i_\mathrm{S2P2}}{i_\mathrm{S1P1}} = \frac{a_\mathrm{ZP2} \cdot a_\mathrm{ZS1}}{a_\mathrm{ZP1} \cdot a_\mathrm{ZS2}} \ . \tag{A.11}$$

Getriebekonfiguration Bild A.6c)

Bei dem Umlaufgetriebe in Bild A.6c) handelt es sich um eine Zusammensetzung zweier Teilkomponenten mit jeweils einem Hohlrad, einem Planetenrad und einem gemeinsamen Planetenträger. Die Kinematik des zusammengesetzten Umlaufgetriebes ergibt sich zu

$$\omega_\mathrm{H2} - \left(1 - \frac{i_\mathrm{H2P2}}{i_\mathrm{H1P1}}\right) \cdot \omega_\mathrm{PT} - \frac{i_\mathrm{H2P2}}{i_\mathrm{H1P1}} \cdot \omega_\mathrm{H1} = 0, \tag{A.12}$$

mit

$$\frac{i_\mathrm{H2P2}}{i_\mathrm{H1P1}} = \frac{a_\mathrm{ZP2} \cdot a_\mathrm{ZH1}}{a_\mathrm{ZP1} \cdot a_\mathrm{ZH2}} \ . \tag{A.13}$$

A.5 Netzwerkelemente elementarer Teilkomponenten

Tabelle A.2 listet die Netzwerkelemente und Teilgleichungssysteme aller Teilkomponenten auf, die im Rahmen dieser Arbeit zur Getriebemodellierung mittels der modifizierten Knotenanalyse Anwendung finden. Neben den grundlegenden Teilkomponenten für allgemeine mechanische Systeme (Quellen, Feder, Dämpfer, usw.) werden weitere spezielle Teilkomponenten für Getriebe (Übersetzungs- und Schaltelemente) betrachtet. Für Stirnradübersetzungen und Umlaufgetriebe gibt es jeweils nur ein einziges Netzwerkelement, bei dem die Art der Zahnradpaarung über das Vorzeichen der Standübersetzung i_{12} vorgegeben wird (vgl. Kapitel 3.3). Bei den Kupplungselementen (auch als Bremsen verwendbar) liegen zwei gesonderte Teilgleichungssysteme vor, mit denen sich die Schaltfunktion der Schaltelemente gemäß den Anforderungen für stationäre und dynamische Getriebemodelle mit unterschiedlichen Detaillierungsgraden abbilden lässt.

Tabelle A.2: Teilgleichungssysteme der Netzwerkelemente für Teilkomponenten rotatorischer mechanischer Systeme.

Teil-komponente	**Netzwerk-element**	**Teilgleichungssystem**
Fixierte Welle	M_{fix}, K1, ω_{K1}	$\underbrace{\left[\begin{array}{c\|c} & 1 \\ \hline 1 & 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{K}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \omega_{\text{K1}} \\ \hline M_{\text{fix}} \end{array}\right]}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\left[\begin{array}{c} \\ \hline 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}\cdot\mathbf{u}}$
Massenträg-heitsmoment	J, M_{J}, K1, ω_{K1}	$\left[\begin{array}{c\|c} Js & \\ \hline & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{\text{K1}} \\ \hline \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \hline \end{array}\right]$
Drehmoment-quelle	K1, M, M, K2, ω_{K1}, ω_{M}, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & \\ & & \\ \hline & & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{\text{K1}} \\ \omega_{\text{K2}} \\ \hline \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} M \\ -M \\ \hline \end{array}\right]$
Winkelgeschw.-quelle	ω, M_ω, K1, ω, K2, ω_{K1}, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & -1 \\ & & 1 \\ \hline 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{\text{K1}} \\ \omega_{\text{K2}} \\ \hline M_\omega \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline \omega \end{array}\right]$
Dämpfer	d, M_{d}, K1, K2, ω_{K1}, ω_{d}, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} d & -d & \\ -d & d & \\ \hline & & \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{\text{K1}} \\ \omega_{\text{K2}} \\ \hline \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline \end{array}\right]$
Feder	c, M_{c}, K1, K2, ω_{K1}, ω_{c}, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & 1 \\ & & -1 \\ \hline 1 & -1 & -c^{-1}s \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{\text{K1}} \\ \omega_{\text{K2}} \\ \hline M_{\text{c}} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \\ \\ \hline 0 \end{array}\right]$

Teil-komponente	**Netzwerk-darstellung**	**Teilgleichungssystem**
Stirnrad-übersetzung (vgl. (3.13) und (3.16))	i_{12}; K1, M_1, ω_{K1}; K2, M_2, ω_{K2}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & 1 \\ & & -i_{12} \\ \hline 1 & -i_{12} & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_1 \end{array}\right] = \ldots \ldots \left[\begin{array}{c} -M_{v,G}(\omega_{K1}, M_1) \\ \hline 0 \end{array}\right]$
Umlauf-getriebe (vgl. (3.17) und (3.19))	$i_{12} < 0$; $i_{12} > 0$; i_{12}; K1, M_1, ω_{K1}; K2, M_2, ω_{K2}; KPT, M_{PT}, ω_{KPT}	$\left[\begin{array}{ccc\|c} & & & 1 \\ & & & -i_{12} \\ & & & -(1-i_{12}) \\ \hline 1 & -i_{12} & -(1-i_{12}) & 0 \end{array}\right] \cdot \ldots \ldots \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \omega_{KPT} \\ \hline M_1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} -M_{v,G}(\omega_{r1}, M_1) \\ M_{v,G}(\omega_{r1}, M_1) \\ \hline 0 \end{array}\right]$
Schaltelement (stationär) Kapitel 3.3.2	u_{SE}; M_{SE}; K1, ω_{K1}; K2, ω_{K2}; ω_{SE}	$\left[\begin{array}{cc\|c} & & 1 \\ & & -1 \\ \hline 1 & -1 & 0 \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_{\omega,SE} \end{array}\right] = \ldots \ldots \left[\begin{array}{c} -M_{v,SE}(\omega_{SE}) \\ M_{v,SE}(\omega_{SE}) \\ \hline \omega_{SE} \end{array}\right]$ mit $\omega_{SE} = (1 - u_{SE}) \cdot (\omega_{K1} - \omega_{K2})$
Schaltelement (dynamisch) Kapitel 3.3.3	$\lvert M_{k,SE} \rvert$; M_{SE}; K1, ω_{K1}; K2, ω_{K2}; ω_{SE}	$\left[\begin{array}{cc\|c} J_1 s & & 1 \\ & J_2 s & -1 \\ \hline 1 & -1 & -s/c \end{array}\right] \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_{K1} \\ \omega_{K2} \\ \hline M_{\omega,SE} \end{array}\right] = \ldots \ldots \left[\begin{array}{c} -M_{k,SE} - M_{v,SE} \\ M_{k,SE} + M_{v,SE} \\ \hline \tilde{\omega}_{SE} \end{array}\right]$ mit $M_{k,SE} = s_{SE} \cdot \lvert M_{k,SE} \rvert$ und $\tilde{\omega}_{SE} = (1 - u_{SE}) \cdot (\omega_{K1} - \omega_{K2})$

A.6 Anwendungsbeispiel: Modifizierte Knotenanalyse

Als Anwendungsbeispiel für die modifizierte Knotenanalyse wird das in Bild A.7a) gezeigte mechanische System bzw. Getriebe herangezogen. Das Getriebe setzt sich aus einem Planetengetriebe mit fixiertem Planetenträger, zwei Massenträgheitsmomenten und einer Feder-Dämpfer-Kombination zusammen. Bild A.7b) zeigt die äquivalente Netzwerkdarstellung dieses Systems, auf deren Basis das zugehörige Gesamtgleichungssystem

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u} \tag{A.14}$$

hergeleitet werden soll. Dies geschieht anhand der in Tabelle A.2 aufgelisteten Teilgleichungssysteme und der in Kapitel 3.3.1 beschriebenen Vorgehensweise.

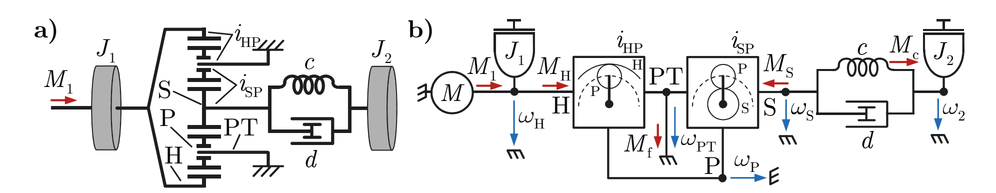


Bild A.7: a) Getriebesystem und **b)** äquivalente Netzwerkdarstellung.

Alle unbekannten Knoten-Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente des Systems sind in der Netzwerkdarstellung in Bild A.7b) als blaue und rote Pfeile eingetragen. Dementsprechend ergibt sich der Unbekannten-Vektor des Gesamtgleichungssystems zu

$$\mathbf{w} = \left[\, \omega_{\mathrm{H}} \;\, \omega_{\mathrm{P}} \;\, \omega_{\mathrm{PT}} \;\, \omega_{\mathrm{S}} \;\, \omega_2 \;\middle|\; M_{\mathrm{H}} \;\, M_{\mathrm{S}} \;\, M_{\mathrm{c}} \;\, M_{\mathrm{f}} \,\right]^T . \tag{A.15}$$

Auf Basis der sich hierdurch ergebenden Zuordnung der Zeilen von $\mathbf{w}$ mit den jeweiligen Knoten und Teilkomponenten lässt sich mittels den zugehörigen Teilgleichungssystemen die Koeffizientenmatrix

$$\mathbf{K} = \left[\begin{array}{ccccc|cccc}
J_1 s & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -i_{\mathrm{HP}} & -i_{\mathrm{SP}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a & b & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & d & -d & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -d & d + J_2 s & 0 & 0 & -1 & 0 \\
\hline
1 & -i_{\mathrm{HP}} & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -i_{\mathrm{SP}} & b & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -c^{-1} s & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right] \tag{A.16}$$

erstellen, mit $a = -(1 - i_{\mathrm{HP}})$ und $b = -(1 - i_{\mathrm{SP}})$. Hierbei ist zu beachten, dass die Standübersetzung i_{HP} der innenverzahnten Teilkomponente des Planetengetriebes einen positiven Wert und die Standübersetzung i_{SP} der außenverzahnten Teilkomponente einen negativen Wert aufweist (vgl. Kapitel 3.3). Als Eingangsgrößen des Systems dienen das Drehmoment M_1 der Drehmomentquelle sowie die nichtlinearen Funktionen der Verlustmomente $M_{\mathrm{v,H}}(\cdot)$ und $M_{\mathrm{v,S}}(\cdot)$ des Planetengetriebes, wodurch sich der Eingangsgrößenvektor zu

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\mathrm{M}} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_{\mathrm{v,H}}(M_{\mathrm{H}}, \omega_{\mathrm{rH}}) \\ M_{\mathrm{v,S}}(M_{\mathrm{S}}, \omega_{\mathrm{rS}}) \end{bmatrix} \tag{A.17}$$

ergibt. Da in dem betrachteten System ausschließlich Drehmomentquellen vorkommen, ist der Teilvektor $\mathbf{u}_\omega$ nicht vorhanden und der Teilvektor $\mathbf{u}_{\mathrm{M}}$ entspricht dem Gesamteingangsgrößenvektor $\mathbf{u}$ (vgl. Kapitel 3.3.1, Gleichung (3.23)). Die Winkelgeschwindigkeiten ω_{rH} und ω_{rS} entsprechen jeweils den Differenzwinkelgeschwindigkeiten zwischen Planetenträger und Hohlrad bzw. Sonnenrad. Zur Berücksichtigung der Eingangsgrößen im Gesamtgleichungssystem ist eine linksseitige Multiplikation mit der Koeffizientenmatrix

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \hdashline \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hdashline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{A.18}$$

erforderlich, wobei auch hier aufgrund nicht vorhandener Winkelgeschwindigkeitsquellen nur $\mathbf{T}_1$ als Teilmatrix auftritt. Das durch (A.15)–(A.18) definierte Gesamtgleichungssystem beschreibt das Systemverhalten des mechanischen Systems in Bild A.7a). Allerdings sind zur Lösung dieses Gleichungssystems weitere Umformungen notwendig, die sich je nach geforderten Modelltyp unterscheiden (siehe Kapitel 3.3.2 und 3.3.3).

A.7 Anwendungsbeispiel: Erzeugung eines stationären Getriebemodells

Bild A.8 zeigt die Netzwerkdarstellung des als Beispiel herangezogenen Getriebes, welches sich aus einer Stirnradübersetzung i und den zwei Kupplungen K1 und K2 zusammensetzt. Das Drehmoment M_e und die Winkelgeschwindigkeit ω_e am Getriebeeingang können durch Schließen von K1 mit der Übersetzung i übersetzt oder durch Schließen von K2 direkt an den Getriebeausgang übertragen werden. Das entsprechende Getriebemodell soll die eingangsseitigen Getriebegrößen M_e und ω_e als Eingangsgrößen und die ausgangsseitigen Getriebegrößen M_a und ω_a als Ausgangsgrößen aufweisen, wodurch sich die in Bild A.8 dargestellten Quellen und Senken zur Berechnung der Drehmomente (M-Netzwerk) bzw. der Winkelgeschwindigkeiten (ω-Netzwerk) ergeben. Diese Schnittstellenkonfiguration entspricht einer vorwärtsgerichteten Antriebsstrangsimulation. Grundsätzlich können die Quellen und Senken auch miteinander ausgetauscht werden, wodurch sich die Schnittstellenkonfiguration für eine rückwärtsgerichtete Antriebsstrangsimulation ergeben würde. Im Rahmen dieses Anwendungsbeispiels wird die in Kapitel 3.3.2 beschriebene Vorgehensweise auf das Getriebenetzwerk in Bild A.8 angewendet, um die Modellgleichungen für die Winkelgeschwindigkeiten und Drehmomente zu erhalten.

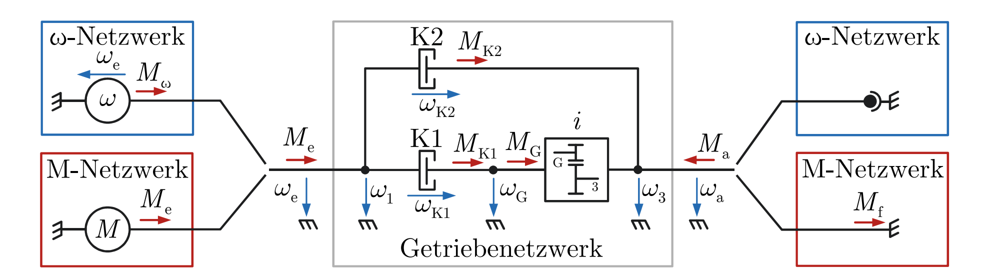


Bild A.8: Netzwerkdarstellung des Beispielgetriebes sowie die Konfiguration der Quellen und Senken zur Berücksichtigung der geforderten Modellschnittstellen (ω- und M-Netzwerk).

Winkelgeschwindigkeiten

Zur Bestimmung der Winkelgeschwindigkeiten wird das ω-Netzwerk des Getriebes betrachtet, d. h., das in Bild A.8 als „Getriebenetzwerk“ bezeichnete Netzwerk wird mit der als „ω-Netzwerk“ gekennzeichneten Quelle und Senke kombiniert. Hierbei ist zu beachten, dass die im ω-Netzwerk enthaltenen Freiläufe nur symbolische Platzhalter sind, die nicht explizit als Netzwerkelemente berücksichtigt

werden (Ausgangsknoten ist bereits frei drehbar und bleibt in diesem Fall frei). Durch Anwendung der modifizierten Knotenanalyse auf das $\boldsymbol{\omega}$-Netzwerk des Getriebes ergibt sich das Gesamtgleichungssystem

$$\underbrace{\left[\begin{array}{ccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{K}_{21}^{\omega}(u_{\mathrm{K1}},u_{\mathrm{K2}})} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} \omega_1 \\ \omega_{\mathrm{G}} \\ \omega_3 \\ \hline M_{\mathrm{G}} \\ M_{\omega,\mathrm{K1}} \\ M_{\omega,\mathrm{K2}} \\ M_{\omega} \end{array}\right]}_{\boldsymbol{\omega}_{\infty}^{\omega}} = \left[\begin{array}{c} -M_{\mathrm{v,K1}}-M_{\mathrm{v,K2}} \\ M_{\mathrm{v,K1}} \\ -M_{\mathrm{v,G}}+M_{\mathrm{v,K2}} \\ \hline 0 \\ \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \\ \omega_{\mathrm{e}} \end{array}\right] = \underbrace{\left[\begin{array}{ccc|ccc} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}_{2}^{\omega}(u_{\mathrm{K1}},u_{\mathrm{K2}})} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} M_{\mathrm{v,K1}} \\ M_{\mathrm{v,K2}} \\ M_{\mathrm{v,G}} \\ \hline \omega_{\mathrm{e}} \\ \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \end{array}\right]}_{\mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(u_{\mathrm{K1}},u_{\mathrm{K2}})}, \tag{A.19}$$

mit den entsprechenden Einteilungen in Untermatrizen und Teilvektoren. Die blau und grün markierten Zeilen und Spalten sind den beiden Kupplungen K1 und K2 zugeordnet und werden jeweils bei geöffneten Kupplungen gestrichen. Die übrigen Zeilen und Spalten werden zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeiten herangezogen. Hierzu wird zunächst anhand der geforderten Ausgangsgrößen und den im Netzwerk vorkommenden Nichtlinearitäten der Ausgangsgrößenvektor aufgestellt:

$$\mathbf{y}_{\omega,\infty} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{y}_{\omega,\mathrm{L}} \\ \hline \mathbf{y}_{\omega,\mathrm{NL}} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|cc} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{y}}^{T} & \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}^{T} & \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}^{T} \end{array}\right]^{T} = \left[\begin{array}{c|cc|c} \omega_{\mathrm{a}} & \omega_{\mathrm{K1}} & \omega_{\mathrm{K2}} & \omega_{\mathrm{G}} \end{array}\right]^{T}, \tag{A.20}$$

mit der Ausgangswinkelgeschwindigkeit ω_{a}, der Winkelgeschwindigkeit ω_{G} an der Stirnradübersetzung und den Differenzwinkelgeschwindigkeiten ω_{K1} und ω_{K2} an den Kupplungen. Der Teilvektor $\mathbf{y}_{\omega,\mathrm{L}}$ enthält die per Definition geforderten Ausgangs-Winkelgeschwindigkeiten, wohingegen der Teilvektor $\mathbf{y}_{\omega,\mathrm{NL}}$ ausschließlich die zur Auswertung der Getriebeverluste erforderlichen Winkelgeschwindigkeiten enthält. Gemäß Kapitel 3.3.2 ergeben sich die Winkelgeschwindigkeits-Ausgangsgrößen nach der allgemeinen Berechnungsvorschrift

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\omega,\infty} &= \mathbf{C}_{\omega,\infty} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\infty}^{\omega} + \mathbf{D}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \\ &= \mathbf{G}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}), \end{aligned} \tag{A.21}$$

mit der Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{C}_{\omega,\infty} \cdot (\mathbf{K}_{21}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_{2}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) + \mathbf{D}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}). \tag{A.22}$$

Die zur Anwendung dieser Berechnungsvorschrift erforderlichen Untermatrizen und Teilvektoren sind in (A.19) gekennzeichnet. Einige dieser Matrizen und Vektoren sind abhängig von den Schaltzuständen der Kupplungen, die mittels des

Vektors $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ vorgegeben werden. Für das betrachtete Beispiel wird dieser Vektor zu

$$\mathbf{u}_{\mathrm{SE}} = \begin{bmatrix} u_{\mathrm{K1}} & u_{\mathrm{K2}} \end{bmatrix} \tag{A.23}$$

definiert, wobei für die Steuersignale der Kupplungen u_{K1} und u_{K2} jeweils der Wert eins für eine geschlossene und der Wert null für eine geöffnete Kupplung vorgegeben wird. Um die Winkelgeschwindigkeiten nach (A.21) zu berechnen, müssen zunächst die Ausgangsmatrix $\mathbf{C}_{\omega,\infty}$ und die Eingangsmatrix $\mathbf{D}_{\omega,\infty}\left(\begin{bmatrix} u_{\mathrm{K1}} & u_{\mathrm{K2}} \end{bmatrix}\right)$ festgelegt werden. Auf Basis der in (A.20) definierten Ausgangsgrößen ergibt sich

$$\mathbf{C}_{\omega,\infty} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{A.24}$$

und

$$\mathbf{D}_{\omega,\infty}\left(\begin{bmatrix} u_{\mathrm{K1}} & u_{\mathrm{K2}} \end{bmatrix}\right) = \mathbf{0}. \tag{A.25}$$

Die Auswertung von (A.21) erfolgt für alle umsetzbaren Kombinationen der Schaltzustände in $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$, indem alle möglichen Übertragungsmatrizen $\mathbf{G}_{\omega,\infty}\left(\begin{bmatrix} u_{\mathrm{K1}} & u_{\mathrm{K2}} \end{bmatrix}\right)$ aufgestellt werden. Für den Fall, dass K1 geschlossen und K2 geöffnet ist, ergeben sich die relevanten Untermatrizen und Teilvektoren von (A.19) zu (Zeilen und Spalten von K2 werden gestrichen und ω_{K1} zu null gesetzt, vgl. Kapitel 3.3.2):

$$\begin{aligned} &\mathbf{K}_{21}^{\omega}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -i \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \; ; \; \mathbf{T}_{2}^{\omega}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \; ; \\ &\mathbf{u}_{\omega,\infty}^{\omega}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \omega_{\mathrm{e}} \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{A.26}$$

Eingesetzt in (A.22) ergibt sich für die Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\omega,\infty}\left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} \frac{1}{i} & \frac{-1}{i} \\ 0 & 1 \\ 1-\frac{1}{i} & \frac{1}{i} \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \tag{A.27}$$

wobei die zweite Spalte unberücksichtigt bleibt, da die untere Zeile von $\mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}([\,1\;\;0\,])$ null beträgt. Somit ergeben sich die Ausgangs-Winkelgeschwindigkeiten für K1 geschlossen und K2 geöffnet zu

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{y}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{\mathrm{a}} \\ \hdashline \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \\ \hdashline \omega_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{\omega,\infty}([\,1\;\;0\,]) \cdot \mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}([\,1\;\;0\,]) = \begin{bmatrix} \frac{1}{i} \\ 0 \\ 1-\frac{1}{i} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [\omega_{\mathrm{e}}]\,. \quad \text{(A.28)}$$

Bei geöffneter Kupplung K1 und geschlossener Kupplung K2, lauten die aus (A.19) entnommenen Untermatrizen und Teilvektoren:

$$\mathbf{K}^{\omega}_{21}([\,0\;\;1\,]) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -i \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} ;$$

$$\mathbf{T}^{\omega}_{2}([\,0\;\;1\,]) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad \text{(A.29)}$$

$$\mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}([\,0\;\;1\,]) = \begin{bmatrix} \omega_{\mathrm{e}} \\ 0 \end{bmatrix} ,$$

wodurch sich die Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\omega,\infty}([\,0\;\;1\,]) = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1-i & i \\ 0 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix} \quad \text{(A.30)}$$

ergibt. Da auch hier die zweite Spalte nicht berücksichtigt werden muss, lauten die Ausgangs-Winkelgeschwindigkeiten

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{y}} \\ \hdashline \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{\mathrm{a}} \\ \hdashline \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \\ \hdashline \omega_{\mathrm{G}} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{\omega,\infty}([\,0\;\;1\,]) \cdot \mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}([\,0\;\;1\,]) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1-i \\ 0 \\ i \end{bmatrix} \cdot [\omega_{\mathrm{e}}]\,. \quad \text{(A.31)}$$

Drehmomente

Das Gleichungssystem zum M-Netzwerk des Getriebes in Bild A.8 lautet

$$\underbrace{\left[\begin{array}{ccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i & 0 & -1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{K}^{\mathrm{M}}_{11,\infty},\ \mathbf{K}^{\mathrm{M}}_{12}(u_{\mathrm{K1}},u_{\mathrm{K2}})} \cdot \left[\begin{array}{c} \omega_1 \\ \omega_{\mathrm{G}} \\ \omega_3 \\ \hline M_{\mathrm{G}} \\ M_{\omega,\mathrm{K1}} \\ M_{\omega,\mathrm{K2}} \\ M_{\mathrm{f}} \end{array}\right] = \underbrace{\left[\begin{array}{c} \mathrm{M_e} - M_{\mathrm{v,K1}} - M_{\mathrm{v,K2}} \\ M_{\mathrm{v,K1}} \\ -M_{\mathrm{v,G}} + M_{\mathrm{v,K2}} \\ \hline 0 \\ \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \\ 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{M}^{\mathrm{M}}_{\infty}(u_{\mathrm{K1}},u_{\mathrm{K2}})} = \underbrace{\left[\begin{array}{cccc|cc} 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]}_{\mathbf{T}^{\mathrm{M}}_{1}} \cdot \underbrace{\left[\begin{array}{c} M_{\mathrm{e}} \\ M_{\mathrm{v,K1}} \\ M_{\mathrm{v,K2}} \\ M_{\mathrm{v,G}} \\ \hline \omega_{\mathrm{K1}} \\ \omega_{\mathrm{K2}} \end{array}\right]}_{\mathbf{u}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{M},\infty}}, \tag{A.32}$$

(Zeile 5: K1, Zeile 6: K2)

mit den blau und grün markierten Zeilen und Spalten zur Berücksichtigung der Schaltzustände von K1 und K2. Der Eingangsgrößenvektor zur Berechnung der Drehmomente lautet

$$\mathbf{u}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{M},\infty} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{u}_{\mathrm{M,L}} \\ \hline \mathbf{u}_{\mathrm{M,NL}} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{M}_{\mathrm{u}} \\ \hline \mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE,y}}) \\ \hline \mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}}) \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} M_{\mathrm{e}} \\ \hline M_{\mathrm{v,K1}}(\omega_{\mathrm{K1}}) \\ M_{\mathrm{v,K2}}(\omega_{\mathrm{K2}}) \\ \hline M_{\mathrm{v,G}}(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}) \end{array}\right], \tag{A.33}$$

mit dem Eingangsmoment M_{e}, den Schleppmomenten $M_{\mathrm{v,K1}}(\omega_{\mathrm{K1}})$ und $M_{\mathrm{v,K2}}(\omega_{\mathrm{K2}})$ sowie dem Verlustdrehmoment $M_{\mathrm{v,G}}(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}})$ der Stirnradübersetzung. Die Eingangsgrößen im Teilvektor $\mathbf{u}_{\mathrm{M,L}}$ gehören zum linearen Teilsystem und werden von außen vorgegeben, wohingegen die Eingangsgrößen im Teilvektor $\mathbf{u}_{\mathrm{M,NL}}$ zum nichtlinearen Teilsystem gehören und den Funktionswerten der nichtlinearen Funktionen zur Beschreibung der Getriebeverluste entsprechen (abhängig von inneren Größen). Nach dem gleichen Prinzip erfolgt die Aufteilung der Ausgangsgrößen im Ausgangsgrößenvektor

$$\mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty} = \left[\begin{array}{c} \mathbf{y}_{\mathrm{M,L}} \\ \hline \mathbf{y}_{\mathrm{M,NL}} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} \mathbf{M}_{\mathrm{y}} \\ \hline \mathbf{M}_{\mathrm{G}} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} M_{\mathrm{a}} \\ \hline M_{\mathrm{G}} \end{array}\right], \tag{A.34}$$

mit dem Ausgangsmoment M_{a} und dem Getriebemoment M_{G} zur Auswertung der Getriebeverluste. Die Berechnung der Ausgangsgrößen erfolgt mittels der allgemeinen Berechnungsvorschrift aus Kapitel 3.3.2

$$\mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty} = \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{M}^{\mathrm{M}}_{\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) + \mathbf{D}_{\mathrm{M},\infty} \cdot \mathbf{u}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{M},\infty} \tag{A.35}$$

$$= \mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{M},\infty} + \mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}^{\omega}_{\omega,\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}), \tag{A.36}$$

mit den Übertragungsmatrizen

$$\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \left(\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \mathbf{T}_1^{\mathrm{M}} + \mathbf{D}_{\mathrm{M},\infty} \tag{A.37}$$

und

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = -\mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \left(\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \mathbf{K}_{11,\infty}^{\mathrm{M}} \cdot \ldots \\ \ldots (\mathbf{K}_{21}^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}))^{-1} \cdot \mathbf{T}_2^{\omega}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}). \end{aligned} \tag{A.38}$$

Da in dem Anwendungsbeispiel keine Dämpferelemente vorkommen ($\mathbf{K}_{11,\infty}^{\mathrm{M}}$ in (A.32) ist eine Nullmatrix), entfallen $\mathbf{G}_{\mathrm{Md},\infty}$ und somit der zweite Term von (A.36). Des Weiteren lassen sich die Ausgangsgrößen (A.34) ausschließlich durch die Größen in $\mathbf{M}_{\infty}^{\mathrm{M}}$ ausdrücken, weshalb für die Durchgangsmatrix $\mathbf{D}_{\mathrm{M},\infty} = \mathbf{0}$ gilt. Somit vereinfachen sich (A.35) bis (A.37) zu

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{\mathrm{M},\infty} &= \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{M}_{\infty}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \\ &= \mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^{\mathrm{M}}, \end{aligned} \tag{A.39}$$

mit

$$\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) = \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}) \cdot \left(\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}(\mathbf{u}_{\mathrm{SE}})\right)^{-1} \cdot \mathbf{T}_1^{\mathrm{M}}. \tag{A.40}$$

Die Untermatrizen und Teilvektoren zur Berechnung der Übertragungsmatrix (A.40) werden aus (A.32) entnommen. Hierbei ist die Untermatrix $\mathbf{T}_1^{\mathrm{M}}$ unabhängig von den Schaltzuständen der Kupplungen $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$ und lautet

$$\mathbf{T}_1^{\mathrm{M}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}. \tag{A.41}$$

Die restlichen Untermatrizen sind abhängig von $\mathbf{u}_{\mathrm{SE}}$, weshalb alle umsetzbaren Kombinationen der Schaltzustände gesondert betrachtet werden. Für den Fall, dass Kupplung K1 geschlossen und Kupplung K2 geöffnet ist, ergeben sich die folgenden Untermatrizen und Teilvektoren:

$$\begin{aligned} &\mathbf{K}_{12}^{\mathrm{M}}([\,1\;\;0\,]) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -i & 0 & 1 \end{bmatrix}; \\ &\mathbf{M}_{\infty}^{\mathrm{M}}([\,1\;\;0\,]) = \begin{bmatrix} M_{\mathrm{G}} \\ M_{\omega,\mathrm{K1}} \\ M_{\mathrm{f}} \end{bmatrix} \;\Rightarrow\; \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}([\,1\;\;0\,]) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{A.42}$$

wobei sich durch Streichen der Zeilen und Spalten von (A.32) die Zusammensetzung des Drehmomentvektors $\mathbf{M}_\infty^\mathrm{M}$ ändert und die Ausgangsmatrix $\mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}$ daran angepasst wird. Durch Einsetzen der Matrizen in (A.40) ergibt sich die Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}\left([\,1\;\;0\,]\right) = \begin{bmatrix} -i & 0 & i-1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \tag{A.43}$$

mit der sich der Ausgangsgrößenvektor für die Drehmomente gemäß

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{c} \mathbf{M}_\mathrm{y} \\ \hdashline \mathbf{M}_\mathrm{G} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} M_\mathrm{a} \\ \hdashline M_\mathrm{G} \end{array}\right] &= \mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}\left([\,1\;\;0\,]\right) \cdot \mathbf{u}_{\mathrm{M},\infty}^\mathrm{M} \\ &= \begin{bmatrix} -i & 0 & i-1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left[\begin{array}{c} M_\mathrm{e} \\ \hdashline M_{\mathrm{v,K1}}\left(\omega_\mathrm{K1}\right) \\ M_{\mathrm{v,K2}}\left(\omega_\mathrm{K2}\right) \\ \hdashline M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_\mathrm{G}, M_\mathrm{G}\right) \end{array}\right] \end{aligned} \tag{A.44}$$

berechnen lässt. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass die im Eingangsgrößenvektor enthaltenen nichtlinearen Funktionen zur Beschreibung der Getriebeverluste ausgewertet werden müssen. Dazu werden die Winkelgeschwindigkeits-Ausgangsgrößen des gleichen Schaltzustandes aus (A.28) und die Drehmoment-Ausgangsgröße M_G aus (A.44) herangezogen. In diesem Fall lässt sich M_G explizit berechnen und in die Funktion $M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_\mathrm{G}, M_\mathrm{G}\right)$ einsetzen. Es muss lediglich zuerst die Teilgleichung für M_G ausgewertet werden, damit der Funktionswert von $M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_\mathrm{G}, M_\mathrm{G}\right)$ für die Berechnung von M_a zur Verfügung steht.

Die Berechnung der Ausgangs-Drehmomente für eine geöffnete Kupplung K1 und geschlossene Kupplung K2 ergibt sich in analoger Weise auf Basis der auf den Schaltzuständen angepassten Untermatrizen und Teilvektoren von (A.32):

$$\begin{aligned} &\mathbf{K}_{12}^\mathrm{M}\left([\,0\;\;1\,]\right) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -i & -1 & 1 \end{bmatrix}; \\ &\mathbf{M}_\infty^\mathrm{M}\left([\,0\;\;1\,]\right) = \begin{bmatrix} M_\mathrm{G} \\ M_{\omega,\mathrm{K2}} \\ M_\mathrm{f} \end{bmatrix} \Rightarrow \mathbf{C}_{\mathrm{M},\infty}\left([\,0\;\;1\,]\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{A.45}$$

Eingesetzt in (A.40) ergibt sich Übertragungsmatrix

$$\mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}\left([\,0\;\;1\,]\right) = \begin{bmatrix} -1 & 1-i & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{A.46}$$

mit der sich die Ausgangsgrößen gemäß

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_\mathrm{y} \\ \hdashline \mathbf{M}_\mathrm{G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_\mathrm{a} \\ \hdashline M_\mathrm{G} \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{\mathrm{M},\infty}\left(\left[\,0\ \ 1\,\right]\right) \cdot \mathbf{u}^{\mathrm{M}}_{\mathrm{M},\infty}$$
$$= \begin{bmatrix} -1 & 1-i & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} M_\mathrm{e} \\ \hdashline M_{\mathrm{v,K1}}\left(\omega_{\mathrm{K1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,K2}}\left(\omega_{\mathrm{K2}}\right) \\ \hdashline M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}\right) \end{bmatrix} \tag{A.47}$$

berechnen lassen. Auch in diesem Fall lässt sich M_G explizit anhand der Schleppmomente berechnen, die sich wiederum durch die bereits bekannten Winkelgeschwindigkeiten in (A.31) ergeben.

A.8 Überführung des MNA-Gleichungssystems in die Zustandsraumdarstellung

Das Ergebnis der modifizierten Knotenanalyse (MNA) ist ein im Bildbereich vorliegendes Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{K}(s) \cdot \mathbf{W}(s) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{U}(s)\,, \tag{A.48}$$

mit dem Unbekannten-Vektor $\mathbf{W}(s)$, dem Eingangsgrößenvektor $\mathbf{U}(s)$ und den Koeffizientenmatrizen $\mathbf{K}(s)$ und $\mathbf{T}$. Da die unbekannten Größen in $\mathbf{W}(s)$ nicht zwangsläufig den geforderten Ausgangsgrößen entsprechen, wird die Ausgangsgrößengleichung

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{K}_\mathrm{y} \cdot \mathbf{W}(s) + \mathbf{T}_\mathrm{y} \cdot \mathbf{U}(s)\,, \tag{A.49}$$

mit den Koeffizientenmatrizen $\mathbf{K}_\mathrm{y}$ und $\mathbf{T}_\mathrm{y}$ eingeführt. Die Überführung von (A.48) und (A.49) in die lineare Zustandsraumdarstellung

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \end{aligned} \tag{A.50}$$

erfolgt mittels der in [98, 99, 147] beschriebenen Methode. Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieser Methode ist, dass sich das betrachtete System gemäß (A.50) durch ein Gleichungssystem linearer und gewöhnlicher Differenzialgleichungen erster Ordnung beschreiben lässt. Da (A.48) und (A.49) bereits ein lineares System beschreiben, ist eine Überführung in die lineare Zustandsraumdarstellung prinzipi-

ell möglich. Allerdings können aufgrund direkter Kopplungen von Energiespeichern (z. B starr gekoppelte Massenträgheitsmomente) linear abhängige Zustandsgrößen und durch bestimmte Vorgaben der Eingangsgrößen (z. B. Winkelgeschwindigkeit an einem Massenträgheitsmoment) Ableitungen des Eingangsgrößenvektors $\mathbf{u}$ auftreten. Während linear abhängige Zustandsgrößen grundsätzlich vermieden werden müssen, lassen sich mit der betrachteten Methode abgeleitete Eingangsgrößen berücksichtigen. Im Folgenden wird jedoch angenommen, dass keine Ableitungen von $\mathbf{u}$ auftreten.

Der erste Schritt zur Überführung von (A.48) und (A.49) in die lineare Zustandsraumdarstellung (A.50) besteht darin, alle Terme in $\mathbf{K}(s)$ mit der Laplace-Variable s als Faktor von den restlichen Termen zu trennen:

$$\mathbf{K}_{\mathrm{st}} \cdot \mathbf{W}(s) + \mathbf{K}_{\mathrm{dyn}} \cdot s \cdot \mathbf{W}(s) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{U}(s)\,, \tag{A.51}$$

mit dem statischen und dynamischen Anteil der Koeffizientenmatrix $\mathbf{K}_{\mathrm{st}}$ und $\mathbf{K}_{\mathrm{dyn}}$. Durch Rücktransformation in den Zeitbereich ergeben sich

$$\mathbf{K}_{\mathrm{st}} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{K}_{\mathrm{dyn}} \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{w} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{u} \tag{A.52}$$

und

$$\mathbf{y} = \mathbf{K}_{\mathrm{y}} \cdot \mathbf{w} + \mathbf{T}_{\mathrm{y}} \cdot \mathbf{u}. \tag{A.53}$$

Im nächsten Schritt werden (A.52) und (A.53) durch Anwendung elementarer Zeilen- und Spaltenumformungen so geordnet, dass sich die Gleichungen gemäß

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st11}} & \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st12}} \\ \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st21}} & \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}} \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_1 \\ \tilde{\mathbf{w}}_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{w}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn1}} & \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn2}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn}}} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_1 \\ \tilde{\mathbf{w}}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_1 \\ \tilde{\mathbf{T}}_2 \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{T}}} \cdot \mathbf{u} \tag{A.54}$$

und

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y1}} & \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y2}} \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y}}} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_1 \\ \tilde{\mathbf{w}}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{T}_{\mathrm{y}} \cdot \mathbf{u} \tag{A.55}$$

unterteilen lassen. Die hierzu notwendigen Umformungen erfolgen in zwei Schritten:

1. Anwendung elementarer Zeilenumformungen auf (A.52), sodass $\mathbf{K}_{\mathrm{dyn}}$ in Zeilenstufenform (obere Dreiecksmatrix) vorliegt, d. h., alle Einträge unterhalb der Hauptdiagonalen sind gleich null. Die Zeilenaufteilung von (A.54) ergibt sich somit aus der Position der untersten besetzten Zeile der umgeformten Matrix $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn}}$.
2. Voraussetzung für die Überführung in die Zustandsraumdarstellung ist die Invertierbarkeit der Untermatrix $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}$ (vgl. (A.58)). Da $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}$ hierfür quadratisch sein muss, ergibt sich die Aufteilung der Spalten von (A.54) aus der zuvor bestimmten Zeilenaufteilung. Dies garantiert allerdings noch nicht die Invertierbarkeit, weshalb die Zeilen der Untermatrix $\left[\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st21}}\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}\right]$ und die Spalten der gesamten Matrix $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st}}$ so umgeformt werden, dass die Hauptdiagonale von $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}$ mit Werten ungleich null besetzt ist. Um die Äquivalenz des Gleichungssystems zu bewahren, müssen die hierbei getätigten Zeilenumformungen auch auf $\tilde{\mathbf{T}}_2$ angewendet und die Auswirkung der Spaltenumformungen auf die Zeilen von $\tilde{\mathbf{w}}$ berücksichtigt werden. Durch die Umordnung der Elemente in $\tilde{\mathbf{w}}$ ändern sich die Anordnungen der Spalten von $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn}}$ und $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y}}$ entsprechend. Aus Letzteren ergibt sich (A.55).

Im letzten Schritt lassen sich mittels der unteren Teilgleichung von (A.54) die Unbekannten $\tilde{\mathbf{w}}_2$ in der oberen Teilgleichung von (A.54) sowie in der Ausgangsgleichung (A.55) eliminieren:

$$\mathbf{K}_1 \cdot \tilde{\mathbf{w}}_1 + \mathbf{K}_2 \cdot \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{w}}_1 = \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{u} + \mathbf{T}_2 \cdot \frac{d}{dt}\mathbf{u} \tag{A.56}$$

und

$$\mathbf{y} = \mathbf{K}_3 \cdot \tilde{\mathbf{w}}_1 + \mathbf{T}_3 \cdot \mathbf{u}, \tag{A.57}$$

mit

$$\mathbf{K}_1 = \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st11}} - \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st12}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st21}} \tag{A.58}$$

$$\mathbf{K}_2 = \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn1}} - \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn2}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st21}} \tag{A.59}$$

$$\mathbf{K}_3 = \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y1}} - \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y2}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st21}} \tag{A.60}$$

$$\mathbf{T}_1 = \tilde{\mathbf{T}}_1 - \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st12}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{T}}_2 \tag{A.61}$$

$$\mathbf{T}_2 = -\tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{dyn2}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{T}}_2 \tag{A.62}$$

$$\mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_{\mathrm{y}} + \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{y2}} \cdot \tilde{\mathbf{K}}_{\mathrm{st22}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{T}}_2. \tag{A.63}$$

Durch einen Koeffizientenvergleich von (A.56) und (A.57) mit (A.50) ergeben sich die Zustandsgrößen zu

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{w}}_1 \tag{A.64}$$

und die Koeffizientenmatrizen der Zustandsraumdarstellung zu

$$\mathbf{A} = -\mathbf{K}_2^{-1} \cdot \mathbf{K}_1, \quad \mathbf{B} = \mathbf{K}_2^{-1} \cdot \mathbf{T}_1 \tag{A.65}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{K}_3, \qquad \mathbf{D} = \mathbf{T}_3, \tag{A.66}$$

wobei angenommen wird, dass keine abgeleiteten Eingansgrößen vorliegen ($\mathbf{T}_2 = \mathbf{0}$). In [147] sind einige Anwendungsbeispiele in Bezug auf elektrische Schaltungen enthalten.

A.9 Diskretisierungsverfahren

Um die Stabilitätseigenschaften eines Lösungsverfahrens zu untersuchen, wird gemäß [83] die skalare Testgleichung

$$\dot{x} = \beta \cdot x, \tag{A.67}$$

mit $\beta \in \mathbb{C}$ betrachtet. Üblicherweise sind die Aussagen zur Stabilität, die auf Basis dieser Testgleichung getroffen werden, auch auf Differenzialgleichungssysteme der gleichen Form übertragbar [83]. Dies ergibt sich aus der Möglichkeit, das Gleichungssystem per Zustandstransformation in Diagonalform zu überführen (Jordansche Normalform), sodass mehrere voneinander unabhängige Gleichungen der Form (A.67) vorliegen. In der Regel werden für Echtzeitanwendungen Einschrittverfahren verwendet, bei denen die Berechnung der aktuellen Zustandsgröße ausschließlich auf Werten des vorangegangenen Zeitschrittes erfolgt [104]. Durch Anwendung eines solchen Verfahrens auf die Testgleichung ergibt sich

$$x_{k+1} = \Psi\left(\beta T\right) \cdot x_k, \tag{A.68}$$

mit der Schrittweite T, dem Index k für die Zeit $t_k = k \cdot T$ und der Stabilitätsfunktion $\Psi\left(\beta T\right)$. Damit (A.68) numerisch stabil ist, muss $\left|\Psi\left(\beta T\right)\right| < 1$ sein, wobei dies im Fall eines Differenzialgleichungssystems für alle Eigenwerte gelten muss [83]. Wenn darüber hinaus

$$\left|\Psi\left(\beta T\right)\right| < 1, \quad \forall\, \Re\left\{\beta T\right\} \leq 0 \tag{A.69}$$

erfüllt ist, liegt die absolute Stabilität (A-Stabilität) vor [83]. A-stabile Verfahren bilden somit alle Systeme, die ein stabiles Schwingungsverhalten aufweisen, auch numerisch stabil ab. Allerdings können insbesondere bei steifen Systemen, sofern sich die Schrittweite T nicht an der kleinsten Zeitkonstante im System orientiert, unerwünschte numerische Oszillationen auftreten. Steife Systeme weisen sowohl sehr schnelle als auch sehr langsame Vorgänge auf, d. h., die betragsmäßigen Realteile der Eigenwerte des Systems liegen sehr weit auseinander (laut [83] mit Verhältnissen vom maximalen zum minimalen Realteil $> 10^3$). Für steife Systeme eignen sich Verfahren, die zusätzlich zur A-Stabilität die sogenannte Lipschitz-Stabilität (L-Stabilität) mit

$$\lim_{\Re\{\beta T\}\to-\infty} \Psi\left(\beta T\right) = 0 \tag{A.70}$$

aufweisen [83]. Liegt ein steifes System vor und orientiert sich die Schrittweite T nicht an der kleinsten Zeitkonstante im System bzw. an dem Eigenwert mit dem größten betragsmäßigen Realteil, so fällt die Stabilitätsfunktion für die hohen Eigenwerte klein aus und die damit verbundenen hochfrequenten Anteile werden nur stark gedämpft oder gar nicht mehr abgebildet. Somit kann die Schrittweite T so gewählt werden, dass nur die Systemdynamik abgebildet wird, die von Interesse ist, ohne dass dabei die zeitdiskrete Abbildung instabil wird oder unerwünschte numerische Oszillationen auftreten. Genau diese Eigenschaft ist zur Lösung der Zustandsdifferenzialgleichung (3.79) erforderlich, da durch das Einfügen der zusätzlichen sehr hohen Federsteifigkeiten bei der Getriebemodellierung (z. B. Bild 3.24) ein steifes System entsteht und der Einfluss dieser Federsteifigkeiten nicht abgebildet werden soll.

Der allgemeine Lösungsansatz für lineare und inhomogene Differenzialgleichungen unter Berücksichtigung der Simulationsschrittweite T sowie einer über einen Simulationsschritt konstanten Eingangsgrößen $\mathbf{u}_k$ lautet gemäß [52, 133]

$$\mathbf{x}_{k+1} = \underbrace{e^{\mathbf{A}T}}_{\mathbf{\Phi}} \cdot \mathbf{x}_k + \underbrace{\int_0^T e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \cdot \mathbf{B}}_{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{u}_k, \tag{A.71}$$

mit der Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}$ und der diskreten Eingangsmatrix $\mathbf{H}$. Die Transitionsmatrix $\mathbf{\Phi}$ bzw. die Matrizen-Exponentialfunktion lässt sich mittels der Padé-Approximation approximieren [202]:

$$\mathbf{\Phi} = e^{\mathbf{A}T} \approx \left(\mathbf{I} + \sum_{j=1}^{p} \left(\mathbf{A}T\right)^j \cdot a_j\right) \left(\mathbf{I} + \sum_{j=1}^{q} \left(\mathbf{A}T\right)^j \cdot b_j\right)^{-1}, \tag{A.72}$$

mit der Zählerordnung p, der Nennerordnung q sowie den Koeffizienten

$$a_j = \frac{p! \cdot (q+p-j)!}{(p-j)! \cdot (p+q)! \cdot j!} \tag{A.73}$$

und

$$b_j = (-1)^j \cdot \frac{q! \cdot (q+p-j)!}{(q-j)! \cdot (p+q)! \cdot j!} \ . \tag{A.74}$$

Das Integral der Matrizen-Exponentialfunktion zur Berechnung von $\mathbf{H}$ lässt sich nach [104] ebenfalls durch die Padé-Approximation der Matrizen-Exponentialfunktion ausdrücken:

$$\begin{aligned} &\int_0^T e^{\mathbf{A}\tau} d\tau \\ &\approx T \left(\sum_{j=1}^{p} (\mathbf{A}T)^{j-1} a_j - \sum_{j=1}^{q} (\mathbf{A}T)^{j-1} b_j \right) \left(\mathbf{I} + \sum_{j=1}^{q} (\mathbf{A}T)^j b_j \right)^{-1} \ . \end{aligned} \tag{A.75}$$

Durch Vorgabe von p und q lassen sich verschiedene Verfahren erzeugen, die sich im Hinblick auf die Stabilitätseigenschaften voneinander unterscheiden. Grundsätzlich handelt es sich bei einer Nennerordnung $q \geq 1$ um implizite Lösungsverfahren. Darüber hinaus ergeben sich für

$$p + 1 \leq q \leq p + 2 \tag{A.76}$$

L-stabile Verfahren. Das implizite Euler-Verfahren (Rückwärts-Euler) ergibt sich für $p = 0$ und $q = 1$.

A.10 Anwendungsbeispiel: Erzeugung eines dynamischen Getriebemodells

Bild A.9 zeigt die Netzwerkdarstellung des in Kapitel 3.3.3 (Seite 96) als Beispiel herangezogenen Getriebes. Damit sich die aus der Modellerzeugung stammenden und in die Zustandsraumdarstellung überführten Modellgleichungen des linearen Teilsystems nachvollziehen lassen, sind die Zusammensetzungen der Schalt- und Übersetzungselemente aus elementaren Netzwerkkomponenten angegeben.

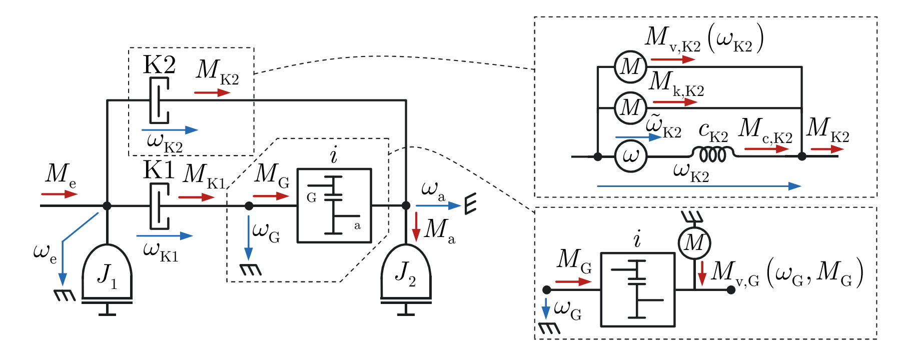


Bild A.9: Netzwerkdarstellung des Beispielgetriebes sowie die Zusammensetzungen der Schalt- und Übersetzungselemente.

Gemäß Kapitel 3.3.3 werden die Ein- und Ausgangsgrößen der linearen Zustandsraumbeschreibung so angeordnet, dass sich die Zustandsdifferenzialgleichung zu

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_4 & \mathbf{B}_5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_\mathrm{L} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{k,SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{v,SE}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE}) \\ \mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}, M_\mathrm{G}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \tag{A.77}$$

und die Ausgangsgrößengleichung zu

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{y}_\mathrm{L} \\ \mathbf{M}_\mathrm{c,SE} \\ \boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{G} \\ \boldsymbol{\omega}_\mathrm{G} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{C}_4 \\ \mathbf{C}_5 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \mathbf{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{13} & \mathbf{D}_{14} & \mathbf{D}_{15} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{41} & \mathbf{D}_{42} & \mathbf{D}_{43} & \mathbf{D}_{44} & \mathbf{D}_{45} \\ \mathbf{D}_{51} & \mathbf{D}_{52} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_\mathrm{L} \\ \tilde{\boldsymbol{\omega}}_\mathrm{SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{k,SE} \\ \mathbf{M}_\mathrm{v,SE}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{SE}) \\ \mathbf{M}_\mathrm{v,G}(\boldsymbol{\omega}_\mathrm{G}, M_\mathrm{G}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \tag{A.78}$$

ergibt. Für den konkreten Anwendungsfall in Bild A.9 liegen somit die folgenden Matrizen und Vektoren vor:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{M}_\mathrm{c,K1} \\ \dot{M}_\mathrm{c,K2} \\ \dot{\omega}_\mathrm{e} \\ \dot{\omega}_\mathrm{a} \end{bmatrix} ; \ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & c_\mathrm{K1} & -ic_\mathrm{K1} \\ 0 & 0 & c_\mathrm{K2} & -c_\mathrm{K2} \\ -J_1^{-1} & -J_1^{-1} & 0 & 0 \\ iJ_2^{-1} & J_2^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix} ; \ \mathbf{x} = \begin{bmatrix} M_\mathrm{c,K1} \\ M_\mathrm{c,K2} \\ \omega_\mathrm{e} \\ \omega_\mathrm{a} \end{bmatrix} \tag{A.79}$$

$$
\mathbf{u} = \Big[\, M_{\mathrm{e}} \,\big|\, \tilde{\omega}_{\mathrm{K1}} \;\; \tilde{\omega}_{\mathrm{K2}} \,\big|\, M_{\mathrm{k,K1}} \;\; M_{\mathrm{k,K2}} \,\big|\, M_{\mathrm{v,K1}}(\omega_{\mathrm{K1}}) \;\; \ldots
\quad \ldots \;\; M_{\mathrm{v,K2}}(\omega_{\mathrm{K2}}) \,\big|\, M_{\mathrm{v,G}}(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}) \,\Big]^T
$$

$$
\mathbf{B} = \left[\begin{array}{c|cc|cc|cc|c}
0 & -c_{\mathrm{K1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -c_{\mathrm{K2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
J_1^{-1} & 0 & 0 & -J_1^{-1} & -J_1^{-1} & -J_1^{-1} & -J_1^{-1} & 0 \\
0 & 0 & 0 & iJ_2^{-1} & J_2^{-1} & iJ_2^{-1} & J_2^{-1} & iJ_2^{-1}
\end{array}\right] \tag{A.80}
$$

$$
\mathbf{y} = \Big[\, \omega_{\mathrm{a}} \;\; \omega_{\mathrm{e}} \;\; \omega_{\mathrm{K1}} \;\; \omega_{\mathrm{K2}} \;\; M_{\mathrm{a}} \;\; M_{\mathrm{K1}} \;\; M_{\mathrm{K2}} \,\big|\, \ldots
\quad \ldots \;\; M_{\mathrm{c,K1}} \;\; M_{\mathrm{c,K2}} \,\big|\, \omega_{\mathrm{K1}} \;\; \omega_{\mathrm{K2}} \,\big|\, M_{\mathrm{G}} \,\big|\, \omega_{\mathrm{G}} \,\Big]^T
$$

$$
\mathbf{C} = \left[\begin{array}{cccc}
0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & -i \\
0 & 0 & 1 & -1 \\
i & 1 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline
1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 1 & -i \\
0 & 0 & 1 & -1 \\ \hline
1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & i
\end{array}\right] \; ; \;
\mathbf{D} = \left[\begin{array}{c|cc|cc|cc|c}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & i & 1 & i & 1 & i \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right] \tag{A.81}
$$

Die Aufteilungen durch die gestrichelten Linien richten sich nach den Teilvektoren und Untermatrizen in (A.77) und (A.78).

Die Beschreibung des nichtlinearen Teilsystems des Getriebes umfasst die Vorzeichenauswertung der Kontaktreibmomente der Kupplungen, die Bestimmung von Haft- und Gleitreibung sowie die nichtlinearen Funktionen zur Berücksichtigung der Getriebeverluste. Sowohl die Auswertung der Vorzeichen als auch die des Reibungszustandes erfolgen nach den Vorgaben in Kapitel 3.3.3. Lediglich eine Anpassung des Zustandsautomaten (3.78) auf die zeitdiskrete Modellausführung ist erforderlich (Detektion der Nulldurchgänge). Bezüglich der Schleppmomente wird

in dem Anwendungsbeispiel vereinfacht eine lineare Abhängigkeit von den Differenzwinkelgeschwindigkeiten angenommen:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{v,SE}}\left(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{SE}}\right) = \begin{bmatrix} M_{\mathrm{v,K1}}\left(\omega_{\mathrm{K1}}\right) \\ M_{\mathrm{v,K2}}\left(\omega_{\mathrm{K2}}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu \cdot \omega_{\mathrm{K1}} \\ \nu \cdot \omega_{\mathrm{K2}} \end{bmatrix}, \tag{A.82}$$

mit der Viskositäts-Konstanten ν. Auch für das Verlustdrehmoment bei der Stirnradübersetzung wird eine vereinfachte Beschreibung angenommen, indem das Verlustdrehmoment auf Basis eines konstanten Wirkungsgrades η_{G} beschrieben wird:

$$\mathbf{M}_{\mathrm{v,G}}\left(\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{G}}, \mathbf{M}_{\mathrm{G}}\right) = M_{\mathrm{v,G}}\left(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}\right) = i \cdot M_{\mathrm{G}} \cdot \left(1 - \eta\left(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}\right)\right), \tag{A.83}$$

mit

$$\eta\left(\omega_{\mathrm{G}}, M_{\mathrm{G}}\right) = \begin{cases} \eta_{\mathrm{G}} & \text{, für } \left(\omega_{\mathrm{G}} \cdot M_{\mathrm{G}}\right) \geq 0, \\ \eta_{\mathrm{G}}^{-1} & \text{, für } \left(\omega_{\mathrm{G}} \cdot M_{\mathrm{G}}\right) < 0, \end{cases} \tag{A.84}$$

(vgl. Kapitel 3.3.5). Grundsätzlich erfolgt die Ausführung der Modellgleichung nach dem in Bild 3.26 dargestellten Simulationsalgorithmus. Die hierfür erforderlichen Matrizen und Funktionsbeschreibungen der Verluste sind durch die Gleichungen (A.79) bis (A.84) gegeben.

Die in Kapitel 3.3.3 dargestellten Simulationsergebnisse wurden mit den in Tabelle A.3 angegebenen Parametern erzeugt.

Tabelle A.3: Parametrierungen des Getriebemodells für die Beispielanwendung in 3.3.3 (Seite 96).

Parameter	**Wert**	**Einheit**
Massenträgheitsmoment J_1	$0,04$	$\mathrm{kg\,m^2}$
Massenträgheitsmoment J_2	$40,5$	$\mathrm{kg\,m^2}$
Stirnradübersetzung i	2	-
Federsteifigkeit für K1 c_{K1}	$1 \cdot 10^{13}$	Nm/rad
Federsteifigkeit für K2 c_{K2}	$1 \cdot 10^{13}$	Nm/rad
Faktor Schleppmomente ν	$0,01$	Nms/rad
Wirkungsgrad Stirnradübersetzung η_{G}	95	%

A.11 Herleitung der Hamilton-Funktionen

Im Rahmen der in Kapitel 4.3 beschriebenen Methode zur Betriebsoptimierung muss die Hamilton-Funktion

$$\mathcal{H}\left(u_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right) = -\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}} + \lambda \cdot \tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}, \tag{A.85}$$

mit dem Lagrange-Multiplikator λ und den Approximationen des Kraftstoff-Volumenstroms $\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}$ und des Batteriestroms $\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}$ hergeleitet werden. Hierbei ist u_{EM} die frei wählbare Steuergröße des Antriebsstrangs, die gemäß (4.12) in Abhängigkeit des Getriebezustands x_{G} unterschiedliche Größen repräsentiert. Der Getriebezustand x_{G} gibt den Gang und Betriebsmodus des Multi-Mode-Getriebes wieder (vgl. (4.10)).

Paralleler Hybridmodus mit Drehmomentaddition ($1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq a_{\mathrm{G}}$)

In diesem Betriebsmodus ist das Drehmoment des elektrischen Antriebs frei einstellbar, weshalb $u_{\mathrm{EM}} = M_{\mathrm{EM}}$ gilt. Des Weiteren werden die Verlustkennfelder der Antriebsstrangkomponenten in diesem Betriebsmodus laut (4.23)–(4.25) durch

$$\begin{aligned}\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}\left(M_{\mathrm{VM}}, \omega_{\mathrm{VM}}\right) = c^{\omega}_{\mathrm{VM},0}(\omega_{\mathrm{VM}}) + c^{\omega}_{\mathrm{VM},1}(\omega_{\mathrm{VM}}) \cdot M_{\mathrm{VM}} \dots \\ + c^{\omega}_{\mathrm{VM},2}(\omega_{\mathrm{VM}}) \cdot M_{\mathrm{VM}}^2\end{aligned} \tag{A.86}$$

$$\begin{aligned}\tilde{P}_{\mathrm{EA,v}}\left(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}}\right) = c^{\omega}_{\mathrm{EM},0}(\omega_{\mathrm{EM}}) + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1}(\omega_{\mathrm{EM}}) \cdot M_{\mathrm{EM}} \dots \\ + c^{\omega}_{\mathrm{EM},2}(\omega_{\mathrm{EM}}) \cdot M_{\mathrm{EM}}^2\end{aligned} \tag{A.87}$$

$$\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}\left(\tilde{P}_{\mathrm{Batt}}\right) = c_{\mathrm{B},0} + c_{\mathrm{B},1} \cdot \tilde{P}_{\mathrm{Batt}} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \tilde{P}_{\mathrm{Batt}}^2 \tag{A.88}$$

approximiert, wobei sich die elektrische Leistung der Batterie gemäß (4.17) zu

$$\tilde{P}_{\mathrm{Batt}} = \tilde{P}_{\mathrm{EA,el}} = M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + \tilde{P}_{\mathrm{EA,v}}\left(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}}\right) \tag{A.89}$$

und der Zusammenhang zwischen den Drehmomenten und Winkelgeschwindigkeiten gemäß der Getriebegleichungen (4.5)–(4.6) zu

$$M_{\mathrm{VM}} = \left(M_{\mathrm{An}} - i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot M_{\mathrm{EM}}\right) \cdot \left(i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}\right)^{-1} \tag{A.90}$$

$$\omega_{\mathrm{EM}} = i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} \tag{A.91}$$

$$\omega_{\mathrm{VM}} = i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} \tag{A.92}$$

ergibt. Der Index j steht hier für den betrachteten Gang mit $j = x_{\mathrm{G}}$. Das Drehmoment M_{An} und die Winkelgeschwindigkeit ω_{An} an der Antriebsachse sind gegeben, sodass sich die Polynomkoeffizienten in (A.86) und (A.87) mittels (A.91) und (A.92) direkt bestimmen lassen. Der Funktionsausdruck für den Kraftstoff-Volumenstrom ergibt sich durch Einsetzen von (A.90) in (A.86) zu

$$\begin{aligned}
-\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}} &= -c^{\omega}_{\mathrm{VM},0} - c^{\omega}_{\mathrm{VM},1} \cdot \frac{M_{\mathrm{An}} - i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot M_{\mathrm{EM}}}{i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}} \ldots \\
&\qquad - c^{\omega}_{\mathrm{VM},2} \cdot \left(\frac{M_{\mathrm{An}} - i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot M_{\mathrm{EM}}}{i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}} \right)^2 \\
&= c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} + c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} \cdot M_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} \cdot M_{\mathrm{EM}}^2,
\end{aligned} \tag{A.93}$$

mit

$$\begin{aligned}
c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} &= -c^{\omega}_{\mathrm{VM},0} - c^{\omega}_{\mathrm{VM},1} \cdot \frac{1}{i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}} \cdot M_{\mathrm{An}} - c^{\omega}_{\mathrm{VM},2} \cdot \frac{1}{\left(i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}\right)^2} \cdot M_{\mathrm{An}}^2 \\
c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} &= c^{\omega}_{\mathrm{VM},1} \cdot \frac{i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}}{i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}} + 2 \cdot c^{\omega}_{\mathrm{VM},2} \cdot \frac{i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}}{\left(i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}\right)^2} \cdot M_{\mathrm{An}} \\
c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} &= -c^{\omega}_{\mathrm{VM},2} \cdot \left(\frac{i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}}{i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}}} \right)^2 .
\end{aligned} \tag{A.94}$$

Zur Formulierung des Funktionsausdrucks für den elektrischen Strom werden (A.89) und (A.87) in (A.88) eingesetzt:

$$\begin{aligned}
\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}} &= c_{\mathrm{B},0} \ldots \\
&\quad + c_{\mathrm{B},1} \cdot \left(M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},0} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1} \cdot M_{\mathrm{EM}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} \cdot M_{\mathrm{EM}}^2 \right) \ldots \\
&\quad + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},0} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1} \cdot M_{\mathrm{EM}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} \cdot M_{\mathrm{EM}}^2 \right)^2 \\
&= c_{\dot{\mathrm{q}}0,j} + c_{\dot{\mathrm{q}}1,j} \cdot M_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{q}}2,j} \cdot M_{\mathrm{EM}}^2 + c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} \cdot M_{\mathrm{EM}}^3 + c_{\dot{\mathrm{q}}4} \cdot M_{\mathrm{EM}}^4,
\end{aligned} \tag{A.95}$$

unter Berücksichtigung von (A.91) mit

$$\begin{aligned}
c_{\dot{\mathrm{q}}0,j} &= c_{\mathrm{B},0} + c_{\mathrm{B},1} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},0} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c^{\omega}_{\mathrm{EM},0}\right)^2 \\
c_{\dot{\mathrm{q}}1,j} &= \left(c_{\mathrm{B},1} + 2 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},0}\right) \cdot \left(i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1} \right) \\
c_{\dot{\mathrm{q}}2,j} &= c_{\mathrm{B},1} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(\left(i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1} \right)^2 + 2 \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},0} \right) \\
c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} &= 2 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} \cdot \left(i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{M},j}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1} \right) \\
c_{\dot{\mathrm{q}}4} &= c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c^{\omega}_{\mathrm{EM},2}\right)^2 .
\end{aligned} \tag{A.96}$$

Die Hamilton-Funktion für den parallelen Hybridmodus mit Drehmomentaddition ergibt sich durch Einsetzen von (A.93) und (A.95) in (A.85):

$$\mathcal{H}\left(M_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right) = h_{0,j} + h_{1,j} \cdot M_{\mathrm{EM}} + h_{2,j} \cdot M_{\mathrm{EM}}^{2} + h_{3,j} \cdot M_{\mathrm{EM}}^{3} + h_{4} \cdot M_{\mathrm{EM}}^{4}, \quad \text{(A.97)}$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} h_{0,j} &= c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} + \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}0,j}, \\ h_{1,j} &= c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} + \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}1,j}, \\ h_{2,j} &= c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} + \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}2,j}, \\ h_{3,j} &= \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} \quad \text{und} \quad h_{4} = \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}4} \end{aligned} \quad \text{(A.98)}$$

sowie dem Index j für den Gang, wobei $j = x_{\mathrm{G}}$ mit $x_{\mathrm{G}} \in 1 \ldots a_{\mathrm{G}}$ gilt und a_{G} für die Ganganzahl steht.

Paralleler Hybridmodus mit Drehzahladdition $(a_{\mathrm{G}} + 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq 2 \cdot a_{\mathrm{G}})$

In diesem Betriebsmodus ist die Winkelgeschwindigkeit des elektrischen Antriebs frei einstellbar, weshalb $u_{\mathrm{EM}} = \omega_{\mathrm{EM}}$ gilt. Die Approximationen der Verlustkennfelder für den elektrischen Antrieb und Verbrennungsmotor lauten gemäß (4.23) und (4.24)

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}\left(M_{\mathrm{VM}}, \omega_{\mathrm{VM}}\right) = c_{\mathrm{VM},0}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{VM}}) + c_{\mathrm{VM},1}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{VM}}) \cdot \omega_{\mathrm{VM}} \ldots \\ + c_{\mathrm{VM},2}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{VM}}) \cdot \omega_{\mathrm{VM}}^{2} \end{aligned} \quad \text{(A.99)}$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{\mathrm{EA,v}}\left(M_{\mathrm{EM}}, \omega_{\mathrm{EM}}\right) = c_{\mathrm{EM},0}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{EM}}) + c_{\mathrm{EM},1}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{EM}}) \cdot \omega_{\mathrm{EM}} \ldots \\ + c_{\mathrm{EM},2}^{\mathrm{M}}(M_{\mathrm{EM}}) \cdot \omega_{\mathrm{EM}}^{2} \end{aligned} \quad \text{(A.100)}$$

und die Getriebegleichungen gemäß (4.1)–(4.2)

$$\omega_{\mathrm{VM}} = \left(\omega_{\mathrm{An}} - \left(i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}\right)^{-1} \cdot \omega_{\mathrm{EM}}\right) \cdot i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}} \quad \text{(A.101)}$$

$$M_{\mathrm{EM}} = \left(i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}\right)^{-1} \cdot M_{\mathrm{An}} \quad \text{(A.102)}$$

$$M_{\mathrm{VM}} = \left(i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}\right)^{-1} \cdot M_{\mathrm{An}}. \quad \text{(A.103)}$$

Durch Einsetzen von (A.101) in (A.99) ergibt sich der Kraftstoff-Volumenstrom zu

$$
\begin{aligned}
-\dot{\tilde{V}}_{\mathrm{KS}} &= -c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},0} - c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},1} \cdot \left(\omega_{\mathrm{An}} - \frac{1}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}}\right) \cdot i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}} \dots \\
&\qquad - c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},2} \cdot \left(\left(\omega_{\mathrm{An}} - \frac{1}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}}\right) \cdot i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}}\right)^2 \\
&= c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} + c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} \cdot \omega^2_{\mathrm{EM}} \ ,
\end{aligned}
\tag{A.104}
$$

mit

$$
\begin{aligned}
c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} &= -c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},0} - c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},1} \cdot i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} - c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},2} \cdot \left(i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}}\right)^2 \cdot \omega^2_{\mathrm{An}} \\
c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} &= c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},1} \cdot \frac{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}}}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} + 2 \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},2} \cdot \frac{\left(i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}}\right)^2}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} \\
c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} &= -c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{VM},2} \cdot \left(\frac{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{VM}}}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}}\right)^2 .
\end{aligned}
\tag{A.105}
$$

Für den Funktionsausdruck des Batteriestroms werden (A.100) und (A.89) in (A.88) eingesetzt:

$$
\begin{aligned}
\dot{\tilde{q}}_{\mathrm{Batt}} &= c_{\mathrm{B},0} \dots \\
&\qquad + c_{\mathrm{B},1} \cdot \left(M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},0} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},1} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},2} \cdot \omega^2_{\mathrm{EM}}\right) \dots \\
&\qquad + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},0} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},1} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},2} \cdot \omega^2_{\mathrm{EM}}\right)^2 \\
&= c_{\dot{\mathrm{q}}0,j} + c_{\dot{\mathrm{q}}1,j} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{q}}2,j} \cdot \omega^2_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} \cdot \omega^3_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{q}}4} \cdot \omega^4_{\mathrm{EM}},
\end{aligned}
\tag{A.106}
$$

unter Berücksichtigung von (A.102) mit

$$
\begin{aligned}
c_{\dot{\mathrm{q}}0,j} &= c_{\mathrm{B},0} + c_{\mathrm{B},1} \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},0} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},0}\right)^2 \\
c_{\dot{\mathrm{q}}1,j} &= \left(c_{\mathrm{B},1} + 2 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},0}\right) \cdot \left(\frac{1}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} \cdot M_{\mathrm{An}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},1}\right) \\
c_{\dot{\mathrm{q}}2,j} &= c_{\mathrm{B},1} \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},2} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(\left(\frac{M_{\mathrm{An}}}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},1}\right)^2 + 2 \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},2} \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},0}\right) \\
c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} &= 2 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},2} \cdot \left(\frac{1}{i^{\mathrm{PAR}_{\mathrm{n},j}}_{\mathrm{EM}}} \cdot M_{\mathrm{An}} + c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},1}\right) \\
c_{\dot{\mathrm{q}}4} &= c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},2}\right)^2 .
\end{aligned}
\tag{A.107}
$$

Somit liegt für den parallelen Hybridmodus mit Drehzahladdition eine von ω_{EM} abhängige Hamilton-Funktion der Form

$$\mathcal{H}\left(\omega_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right) = h_{0,j} + h_{1,j} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + h_{2,j} \cdot \omega_{\mathrm{EM}}^2 + h_{3,j} \cdot \omega_{\mathrm{EM}}^3 + h_4 \cdot \omega_{\mathrm{EM}}^4, \tag{A.108}$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} h_{0,j} &= c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} + \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}0,j}, \\ h_{1,j} &= c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} + \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}1,j}, \\ h_{2,j} &= c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} + \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}2,j}, \\ h_{3,j} &= \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}3,j}, \\ h_4 &= \lambda \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}4}. \end{aligned} \tag{A.109}$$

vor. Der Index für den Gang ergibt sich zu $j = x_{\mathrm{G}} - a_{\mathrm{G}}$ mit der Ganganzahl a_{G} und $x_{\mathrm{G}} \in (a_{\mathrm{G}} + 1) \ldots (2 \cdot a_{\mathrm{G}})$.

Elektrischer Fahrbetrieb $(2 \cdot a_{\mathrm{G}} + 1 \leq x_{\mathrm{G}} \leq 3 \cdot a_{\mathrm{G}})$

Im elektrischen Fahrbetrieb ist der Verbrennungsmotor deaktiviert, sodass für den Kraftstoff-Volumenstrom $\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}} = 0$ gilt und für die Steuerung des elektrischen Antriebs keine Freiheitsgrade vorliegen, denn Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit des Elektromotors ergeben sich gemäß der Getriebegleichungen aus (4.9)

$$M_{\mathrm{EM}} = \frac{1}{i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{EM}_j}} \cdot M_{\mathrm{An}} \tag{A.110}$$

$$\omega_{\mathrm{EM}} = i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{EM}_j} \cdot \omega_{\mathrm{An}} \tag{A.111}$$

direkt durch die im Vorfeld bekannten Größen an der Antriebsachse. Zur Herleitung der Hamilton-Funktion ist lediglich der Batteriestrom erforderlich, der sich durch Einsetzen von (A.87) und (A.89) in (A.88) ergibt:

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}} = c_{\mathrm{B},0} \ldots \\ &+ c_{\mathrm{B},1} \cdot \left(M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c_{\mathrm{EM},0}^{\omega} + c_{\mathrm{EM},1}^{\omega} \cdot M_{\mathrm{EM}} + c_{\mathrm{EM},2}^{\omega} \cdot M_{\mathrm{EM}}^2\right) \ldots \\ &+ c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(M_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{EM}} + c_{\mathrm{EM},0}^{\omega} + c_{\mathrm{EM},1}^{\omega} \cdot M_{\mathrm{EM}} + c_{\mathrm{EM},2}^{\omega} \cdot M_{\mathrm{EM}}^2\right)^2. \end{aligned} \tag{A.112}$$

Substituieren von M_{EM} und ω_{EM} mit den Getriebegleichungen (A.110) und (A.111) führt zur Hamilton-Funktion

$$\begin{aligned} \mathcal{H}\left(M_{\mathrm{An}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda\right) &= \lambda \cdot \tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}} \\ &= h_{0,j} + h_{1,j} \cdot M_{\mathrm{An}} + h_{2,j} \cdot M_{\mathrm{An}}^2 + h_{3,j} \cdot M_{\mathrm{An}}^3 + h_4 \cdot M_{\mathrm{An}}^4, \end{aligned} \tag{A.113}$$

mit

$$
\begin{aligned}
h_{0,j} &= \lambda \cdot \left(c_{\mathrm{B},0} + c_{\mathrm{B},1} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},0} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c^{\omega}_{\mathrm{EM},0}\right)^2\right) \\
h_{1,j} &= \frac{\lambda}{i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}}} \cdot \left(c_{\mathrm{B},1} + 2 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},0}\right) \cdot \left(i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1}\right) \\
h_{2,j} &= \frac{\lambda}{\left(i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}}\right)^2} \cdot \left(c_{\mathrm{B},1} c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} + c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(\left(i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}} \omega_{\mathrm{An}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1}\right)^2 + 2 c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} c^{\omega}_{\mathrm{EM},0}\right)\right) \\
h_{3,j} &= \frac{\lambda}{\left(i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}}\right)^3} \cdot 2 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c^{\omega}_{\mathrm{EM},2} \cdot \left(i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}} \cdot \omega_{\mathrm{An}} + c^{\omega}_{\mathrm{EM},1}\right) \\
h_4 &= \frac{\lambda}{\left(i^{\mathrm{EM}_j}_{\mathrm{EM}}\right)^4} \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c^{\omega}_{\mathrm{EM},2}\right)^2
\end{aligned}
\tag{A.114}
$$

und dem Index j für den Gang. Für diesen gilt $j = x_{\mathrm{G}} - 2 \cdot a_{\mathrm{G}}$ mit der Ganganzahl a_{G} und $x_{\mathrm{G}} \in (2 \cdot a_{\mathrm{G}} + 1) \ldots (3 \cdot a_{\mathrm{G}})$.

A.12 Konkavität der Hamilton-Funktionen

Die mathematischen Grundlagen und Definitionen zu konvexen Mengen und Funktionen sind in [18] zu finden. Demnach ist eine Funktion $f(x)$ mit $x \in \mathcal{X}$ konkav, wenn

$$f''(x) \leq 0 \tag{A.115}$$

ist (konvex, wenn $f'' \geq 0$) und es sich bei $\mathcal{X}$ um eine konvexe Menge handelt. Für $\mathcal{X} = \mathbb{R}$ oder einem Intervall $\mathcal{X} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in [x_{\min} \;\; x_{\max}]\}$ ist Letzteres immer erfüllt.

Mittels der obigen Definition lässt sich überprüfen, ob die in (4.26) definierte Hamilton Funktion

$$\mathcal{H}(u_{\mathrm{EM}}, x_{\mathrm{G}}, \lambda) = -\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}(f_{\mathrm{G}}(u_{\mathrm{EM}})) + \lambda \cdot \tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}\left(\tilde{P}_{\mathrm{Batt}}(u_{\mathrm{EM}})\right) \tag{A.116}$$

hinsichtlich der Steuergröße u_{EM} konkav ist. Die Ausdrücke für den Kraftstoff-Volumenstrom $\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}$ sowie für den Batteriestrom $\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}$ setzten sich aus den quadratischen Polynomen zur Approximation der Verlustkennfelder in (4.23)–(4.25) zusammen und wurden bereits im Anhang A.11 hergeleitet. Da sich für $\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}$ und $\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}$ jeweils ein Polynom zweiter bzw. vierter Ordnung ergibt, ist (A.116) für alle $u_{\mathrm{EM}} \in \mathbb{R}$ und somit auch für den durch die Steuergrößenbegrenzung vorgegebe-

nen Wertebereich $u_{\mathrm{EM}} \in \mathcal{U}_{\mathrm{EM}}$ definiert. Die Menge $\mathcal{U}_{\mathrm{EM}}$ stellt ein geschlossenes Intervall $\mathcal{U}_{\mathrm{EM}} = \left\{u_{\mathrm{EM}} \in \mathbb{R} \mid u_{\mathrm{EM}} \in \left[u_{\mathrm{EM,min}} \quad u_{\mathrm{EM,max}}\right]\right\}$ dar (gegeben durch Volllastkennlinien), sodass auch im begrenzten Fall eine konvexe Menge vorliegt. Somit muss nur noch überprüft werden, ob die zweite Ableitung der Hamilton-Funktion

$$-\tilde{\dot{V}}''_{\mathrm{KS}}\left(f_{\mathrm{G}}\left(u_{\mathrm{EM}}\right)\right) + \lambda \cdot \tilde{\dot{q}}''_{\mathrm{Batt}}\left(\tilde{P}_{\mathrm{Batt}}\left(u_{\mathrm{EM}}\right)\right) \leq 0 \tag{A.117}$$

ist, wobei $''$ die Ableitung nach u_{EM} kennzeichnet. Der Funktionsausdruck für $\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}$ ist in (A.93) sowie (A.104) definiert:

$$-\tilde{\dot{V}}_{\mathrm{KS}}\left(f_{\mathrm{G}}\left(u_{\mathrm{EM}}\right)\right) = c_{\dot{\mathrm{V}}0,j} + c_{\dot{\mathrm{V}}1,j} \cdot u_{\mathrm{EM}} + c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} \cdot u_{\mathrm{EM}}^2, \tag{A.118}$$

mit der zweiten Ableitung nach u_{EM}

$$-\tilde{\dot{V}}''_{\mathrm{KS}}\left(f_{\mathrm{G}}\left(u_{\mathrm{EM}}\right)\right) = 2 \cdot c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} = -2 \cdot c_{\mathrm{VM},2}^{\mathrm{X}} \cdot \left(\frac{i_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{X},j}}{i_{\mathrm{VM}}^{\mathrm{X},j}}\right)^2, \tag{A.119}$$

wobei $c_{\dot{\mathrm{V}}2,j} < 0$ ist, wenn das Polynom zur Approximation des Verbrennungsmotor-Kennfeldes einen positiven Koeffizienten für den quadratischen Term aufweist ($c_{\mathrm{VM},2}^{\mathrm{X}} \geq 0$ in (4.23)). Für den Batteriestrom $\tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}$ werden (A.95) und (A.106) herangezogen:

$$\begin{aligned} \tilde{\dot{q}}_{\mathrm{Batt}}\left(P_{\mathrm{Batt}}\left(u_{\mathrm{EM}}\right)\right) = c_{\dot{\mathrm{q}}0,j} + c_{\dot{\mathrm{q}}1,j} \cdot u_{\mathrm{EM}} \dots \\ + c_{\dot{\mathrm{q}}2,j} \cdot u_{\mathrm{EM}}^2 + c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} \cdot u_{\mathrm{EM}}^3 + c_{\dot{\mathrm{q}}4} \cdot u_{\mathrm{EM}}^4, \end{aligned} \tag{A.120}$$

mit der zweiten Ableitung

$$\tilde{\dot{q}}''_{\mathrm{Batt}}\left(P_{\mathrm{Batt}}\left(u_{\mathrm{EM}}\right)\right) = 2 \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}2,j} + 6 \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}3,j} \cdot u_{\mathrm{EM}} + 12 \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}4} \cdot u_{\mathrm{EM}}^2 \tag{A.121}$$

und

$$c_{\dot{\mathrm{q}}4} = c_{\mathrm{B},2} \cdot \left(c_{\mathrm{EM},2}^{\mathrm{X}}\right)^2. \tag{A.122}$$

Gilt für den Koeffizienten des quadratischen Terms von dem Polynom zur Approximation der Batteriekennlinie $c_{\mathrm{B},2} < 0$, handelt es sich bei der Ableitung (A.121) um eine nach unten geöffnete Parabel mit den Nullstellen

$$\begin{aligned} u_{01/02} &= -\frac{c_{\dot{\mathrm{q}}3,j}}{4 \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}4}} \pm \sqrt{\frac{c_{\dot{\mathrm{q}}3,j}^2}{16 \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}4}^2} - \frac{c_{\dot{\mathrm{q}}2,j}}{6 \cdot c_{\dot{\mathrm{q}}4}}} \\ &= -\frac{\tilde{c}_{\mathrm{EM},1}^{\mathrm{X}}}{2 \cdot c_{\mathrm{EM},2}^{\mathrm{X}}} \pm \sqrt{\frac{\left(\tilde{c}_{\mathrm{EM},1}^{\mathrm{X}}\right)^2}{12 \cdot \left(c_{\mathrm{EM},2}^{\mathrm{X}}\right)^2} - \frac{c_{\mathrm{EM},0}^{\mathrm{X}}}{3 \cdot c_{\mathrm{EM},2}^{\mathrm{X}}} - \frac{c_{\mathrm{B},1}}{6 \cdot c_{\mathrm{B},2} \cdot c_{\mathrm{EM},2}^{\mathrm{X}}}}. \end{aligned} \tag{A.123}$$

Hierbei gehören die Koeffizienten $c_{\mathrm{B},1}$ und $c_{\mathrm{B},2}$ zur Approximation der Batteriekennlinie (4.25) und $c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},0}$, $\tilde{c}^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},1}$ und $c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},3}$ zur Approximation des Kennfeldes vom Elektroantrieb (4.24), wobei

$$\tilde{c}^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},1} = \begin{cases} c^{\omega}_{\mathrm{EM},1} + \omega_{\mathrm{EM}} & \text{für} \quad u_{\mathrm{EM}} = M_{\mathrm{EM}} \ , \\ c^{\mathrm{M}}_{\mathrm{EM},1} + M_{\mathrm{EM}} & \text{für} \quad u_{\mathrm{EM}} = \omega_{\mathrm{EM}} \ , \end{cases} \tag{A.124}$$

gilt. Falls die Nullstellen $u_{01/02}$ nicht existieren (negativer Ausdruck unter der Wurzel), ist (A.121) für $u_{\mathrm{EM}} \in \mathbb{R}$ negativ. Daraus ergibt sich die Bedingung

$$\left(\tilde{c}^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},1}\right)^2 - 2 \cdot c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},2} \cdot \frac{c_{\mathrm{B},1}}{c_{\mathrm{B},2}} - 4 \cdot c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},0} \cdot c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},2} \geq 0 \ . \tag{A.125}$$

Allerdings ist es ausreichend, wenn (A.121) innerhalb der Steuerungsgrenzen $u_{\mathrm{EM}} \in \left[u_{\mathrm{EM,min}} \quad u_{\mathrm{EM,max}}\right]$ negativ ist. Dies ist gegeben, wenn die Nullstellen $u_{01/02}$ jeweils entweder größer als $u_{\mathrm{EM,max}}$ oder kleiner als $u_{\mathrm{EM,min}}$ sind.

Die Bestimmung der Polynomkoeffizienten zur Approximation der Verlustkennfelder erfolgt mittels eines numerischen Suchverfahrens, das den Fehler zwischen dem Polynom und dem Verlustkennfeld minimiert. Um konkave Hamilton-Funktionen zu erhalten, müssen hierbei die oben angegebenen Ungleichungen als Nebenbedingungen berücksichtigt werden. Zusammengefasst liegen die im Folgenden angegeben Bedingungen vor:

- Für die Approximation des Verbrennungsmotorkennfeldes ist

  $$c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{VM},2} \geq 0 \tag{A.126}$$

  erforderlich.

- Für die Approximation des Batterie-Kennfeldes muss entweder

  $$c_{\mathrm{B},2} < 0 \tag{A.127}$$

  oder

  $$c_{\mathrm{B},2} > 0 \tag{A.128}$$

  gelten, wobei die Hamilton-Funktion dann entsprechend für $\lambda > 0$ bzw. $\lambda < 0$ konkav ist.

- Für die Approximation des Elektroantrieb-Kennfeldes muss entweder

  $$0 \leq \left(\tilde{c}^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},1}\right)^2 - 2c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},2}\frac{c_{\mathrm{B},1}}{c_{\mathrm{B},2}} - 4c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},0}c^{\mathrm{X}}_{\mathrm{EM},2} \tag{A.129}$$

für eine über $u_{\mathrm{EM}} \in \mathbb{R}$ konkave Hamilton-Funktion vorliegen oder es müssen die Nullstellen

$$u_{01/02} \leq u_{\mathrm{EM,min}} \tag{A.130}$$

oder

$$u_{01/02} \geq u_{\mathrm{EM,max}} \tag{A.131}$$

sein, um eine über $u_{\mathrm{EM}} \in \mathcal{U}_{\mathrm{EM}}$ konkave Hamilton-Funktion erhalten.

A.13 Netzwerkdarstellung des neuen Multi-Mode-Getriebes

Bild A.10 zeigt die Netzwerkdarstellung des neuen Multi-Mode-Getriebes aus Kapitel 4.6, auf deren Basis das Getriebemodell für den Test der Getriebesteuerung in Kapitel 5.2 erzeugt wird. Die zugrunde gelegten Getriebeparameter sind in Kapitel 5.1 angegeben, wobei sich die Standübersetzungen der beiden Umlaufgetriebe aus den Einzelübersetzungen der jeweiligen Teilkomponenten ergeben (vgl. Anhang A.4). Darüber hinaus setzen sich die Netzwerkelemente der Übersetzungen und Schaltelemente aus diversen Quellen und ggf. einer Federsteifigkeit zusammen (vgl. Kapitel 3.3.3). Das aus der Netzwerkdarstellung resultierende Getriebemodell

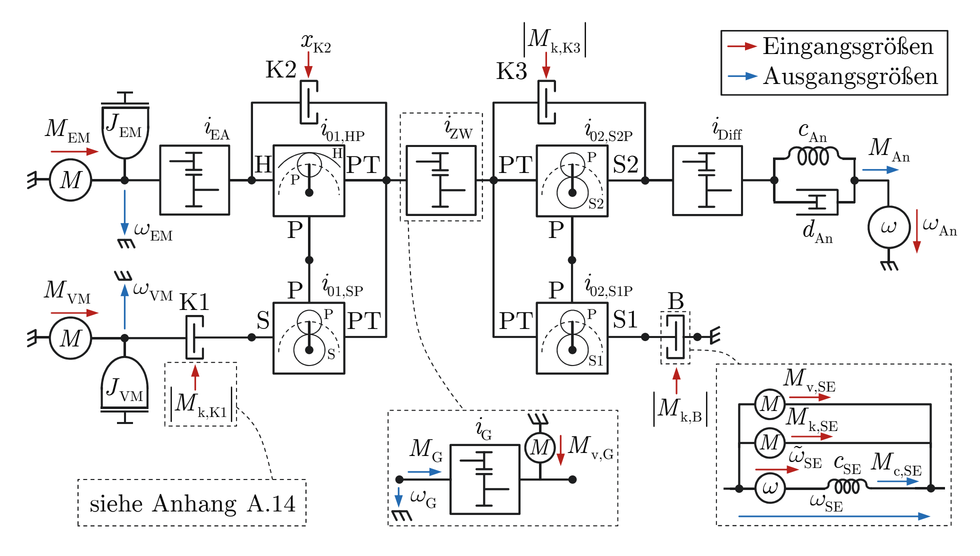


Bild A.10: Netzwerkdarstellung des neuen Multi-Mode-Getriebes in Bild 4.20 mit den Ein- und Ausgangsgrößen des daraus resultierenden Getriebemodells.

weist die farbig gekennzeichneten Ein- und Ausgangsgrößen auf. Als Steuergrößen für K1, K3 und B dient der Betrag der Kontaktreibung $|M_{\mathrm{k,SE}}|$, die zwischen den Reibflächen des Schaltelements entstehen soll. Da K2 als Klauenkupplung ausgeführt ist, wird der Schaltzustand x_{K2} vorgegeben, d. h., der Schlupf- oder Haftzustand der Kupplung wird direkt eingestellt.

A.14 Modell der Schaltelementaktorik

Die Modellierung der hydraulischen Aktorik zur Betätigung der Schaltelemente erfolgt auf Basis einer Sprungantwort des Kontaktreibmoments $|M_{\mathrm{k,SE}}|$, die bei einem Beispiel-Schaltelement gemessen wurde. Gemäß Bild A.11a) wird als vereinfachtes Modell eine serielle Anordnung bestehend aus einem Begrenzungsglied zur Begrenzung des zeitlichen Drehmomentanstiegs und einem P-T1-Glied zur Abbildung der Verzögerung durch den elektromagnetischen Drucksteller [51] angenommen. Die Parametrierung dieser Anordnung erfolgt durch eine numerische Anpassung der Anstiegsgrenzen $M^{'}_{\mathrm{max/min}}$ und der Zeitkonstante T_{SE} an den gemessenen Verlauf in Bild A.11b).

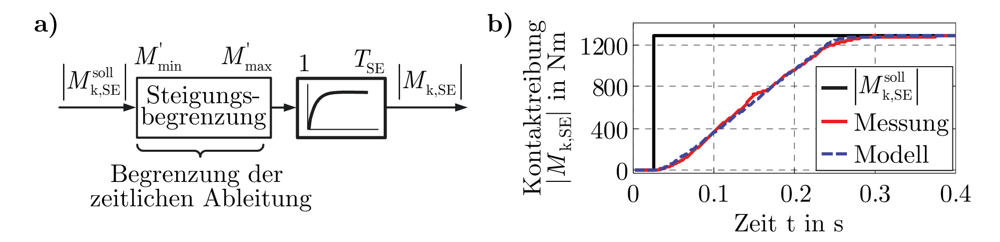


Bild A.11: **a)** Vereinfachtes Modell der Schaltelementaktorik und **b)** Sprungantwort eines Beispiel-Schaltelements bezüglich der Kontaktreibung sowie Gegenüberstellung mit dem Modell (T_{SE} =15 ms und $M^{'}_{\mathrm{max/min}}$=±6000 Nm/s).

A.15 Ergebnisse der HIL-Simulation für den Wechsel von Betriebsmodi

Die Bilder A.12 und A.13 zeigen die Schaltabläufe für Betriebsmoduswechsel als Ergebnis der in Kapitel 5.1 beschriebenen HIL-Simulation. Grundlage für die Planung und Durchführung der dargestellten Schaltabläufe ist die in Tabelle 5.3 angegebene Schaltstrategie, die zu jedem möglichen Wechsel zwischen den Gängen und Betriebsmodi eine Abfolge von abzuarbeitenden Funktionen definiert. Diese sind der Getriebe- und Antriebssteuerung zugeordnet (vgl. Bild 5.2) und werden daher

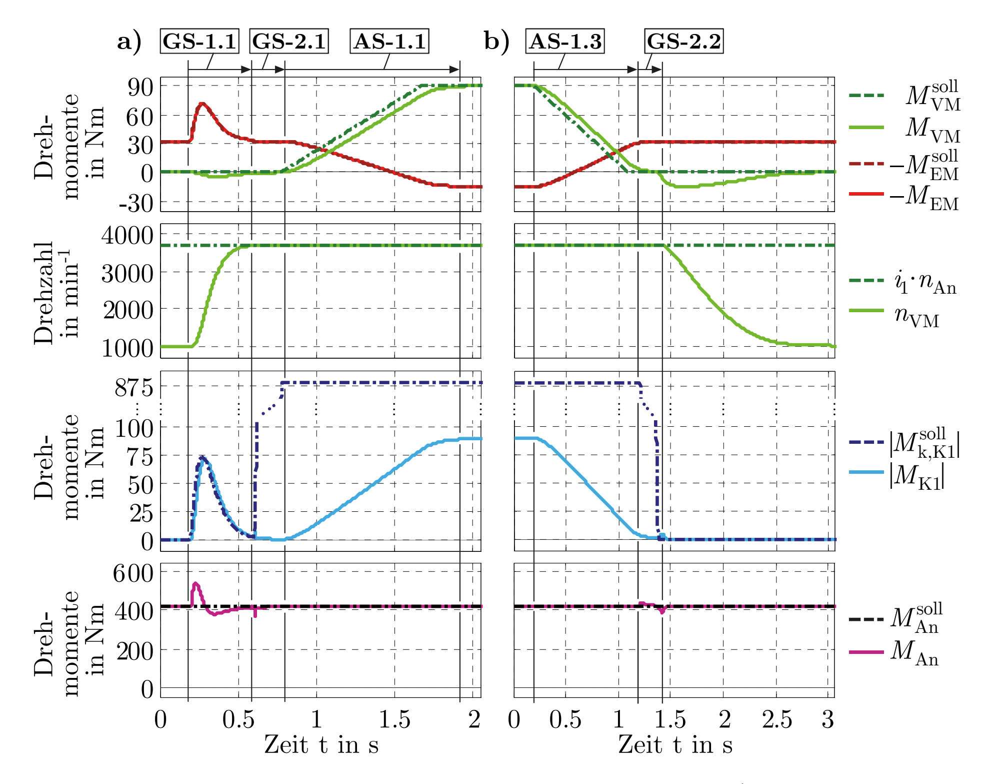


Bild A.12: Ergebnisse der HIL-Simulation aus Kapitel 5.1 für **a)** einen Wechsel vom EM- in den PAR_M-Modus und **b)** umgekehrt (Fahrt im ersten Gang bei konstanter Geschwindigkeit von 65 km/h und 5 % Streckensteigung).

mit GS-x.x bzw. AS-x.x bezeichnet. Die Simulationsergebnisse in den Bildern A.12 und A.13 enthalten entsprechende Verweise auf diese Funktionen.

Bild A.12a) zeigt den Schaltablauf für einen Wechsel vom EM- in den PAR_M-Modus. Zunächst wird gemäß GS-1.1 der Verbrennungsmotor eingekuppelt, indem durch Betätigung von K1 eine Anpassung der Verbrennungsmotordrehzahl n_{VM} an die Drehzahl der entsprechenden Getriebewelle $i_1 \cdot n_{An}$ erfolgt. Hierzu kommt eine Regelung nach Kapitel 5.2.2 zur Anwendung und es wird zusätzlich zur Vermeidung einer Zugkraftunterbrechung das Drehmoment des elektrischen Antriebs M_{EM} erhöht. Nachdem GS-2.1 durchgeführt und K1 vollständig geschlossen ist, werden die Antriebsdrehmomente M_{EM} und M_{VM} rampenförmig an den im PAR_M-Modus geforderten Arbeitspunkt angepasst. In Bild A.12b) ist der Schaltablauf des umgekehrten Betriebsmoduswechsels dargestellt. Hierbei werden gemäß AS-1.3 die Drehmomente M_{EM} und M_{VM} so angepasst, dass der elektrische Antrieb die komplette Last übernimmt. Dadurch ist K1 lastfrei und kann gemäß GS-2.2 geöffnet werden. Nach diesem Vorgang ist der Schaltablauf abgeschlossen und die inneren Verluste des Verbrennungsmotors bremsen diesen ab. Gleichzeitig sorgt

eine Drehzahlregelung dafür, dass der Verbrennungsmotor in den Leerlaufbetrieb übergeht.

Bild A.13a) zeigt den Schaltablauf für einen Wechsel vom $\mathrm{PAR_M}$- in den $\mathrm{PAR_n}$-Modus. Zunächst muss die Klauenkupplung K2 geöffnet werden, weshalb die Drehmomente M_{EM} und M_{VM} gemäß AS-1.2 so gewählt werden, dass K2 lastfrei ist ($|M_{\mathrm{K2}}| = 0$). Nach dem Öffnen von K2 (GS-3.2) wird der elektrische Antrieb drehzahlgeregelt, um durch Vorgabe von $n_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{soll}}$ den im $\mathrm{PAR_n}$-Modus geforderten Arbeitspunkt umzusetzen (AS-2.1). Beim umgekehrten Betriebsmoduswechsel in Bild A.13b) wird zunächst gemäß AS-2.2 die Klauenkupplung K2 durch Anpassung von $n_{\mathrm{EM}}^{\mathrm{soll}}$ synchronisiert (Differenzdrehzahl $n_{\mathrm{K2}} = 0$). In diesem Zustand lassen sich K2 schließen (GS-3.1) und der elektrische Antrieb wieder drehmomentgesteuert betreiben, sodass gemäß AS-1.1 der Arbeitspunkt des $\mathrm{PAR_M}$-Modus eingestellt werden kann.

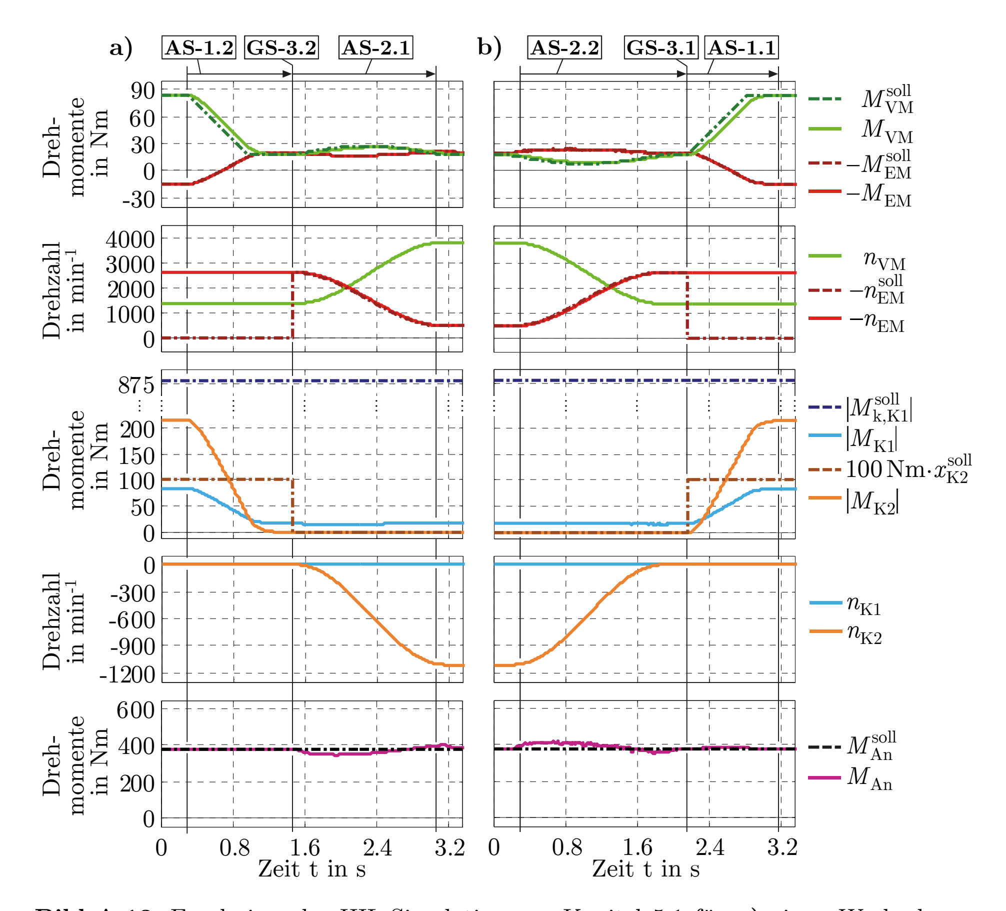


Bild A.13: Ergebnisse der HIL-Simulation aus Kapitel 5.1 für **a)** einen Wechsel vom $\mathrm{PAR_M}$- in den $\mathrm{PAR_n}$-Modus und **b)** umgekehrt (Fahrt im ersten Gang bei konstanter Geschwindigkeit von 25 km/h und 5 % Streckensteigung).

A.16 Elektrische Reichweiten

Zur Ermittlung der elektrischen Reichweiten werden in der Simulation diverse Fahrzyklen solange und zum Teil wiederholt durchfahren, bis der Batteriespeicher das untere Ladungsniveau aufweist ($SoC_0 = 80\,\%$, $SoC_e = 30\,\%$). Hierbei wird das Fahrzeug ausschließlich elektrisch betrieben, wobei die Gangauswahl bei mehrgängigen Getrieben optimal im Hinblick auf möglichst geringe Verlustleistungen im Antriebsstrang erfolgt. Bild A.14 zeigt die Simulationsergebnisse für das neue und zweigängige Multi-Mode-Getriebe sowie für das eingängige Referenzgetriebe, jeweils mit und ohne Berücksichtigung der Getriebeverluste. Grundsätzlich hängt die elektrische Reichweite Z_{el} vom betrachteten Fahrzyklus und dem Wirkungsgrad des elektrischen Antriebspfades ab. Unter idealisierten Bedingungen lässt sich mit dem neuen Multi-Mode-Getriebe im Durchschnitt eine um 1,1 km höhere elektrische Reichweite erzielen, was auf die Zweigängigkeit im elektrischen Antriebspfad und die dadurch gegebene Möglichkeit effizientere Arbeitspunkte einzustellen zurückzuführen ist. Unter Berücksichtigung der Getriebeverluste erzielt das zweigängige, neue Multi-Mode-Getriebe gegenüber dem eingängigen Referenzgetriebe eine im Durchschnitt um 1,2 km niedrigere elektrische Reichweite. Die höheren Getriebeverluste der Zweigängigkeit heben den Vorteil effizientere Arbeitspunkte einzustellen auf.

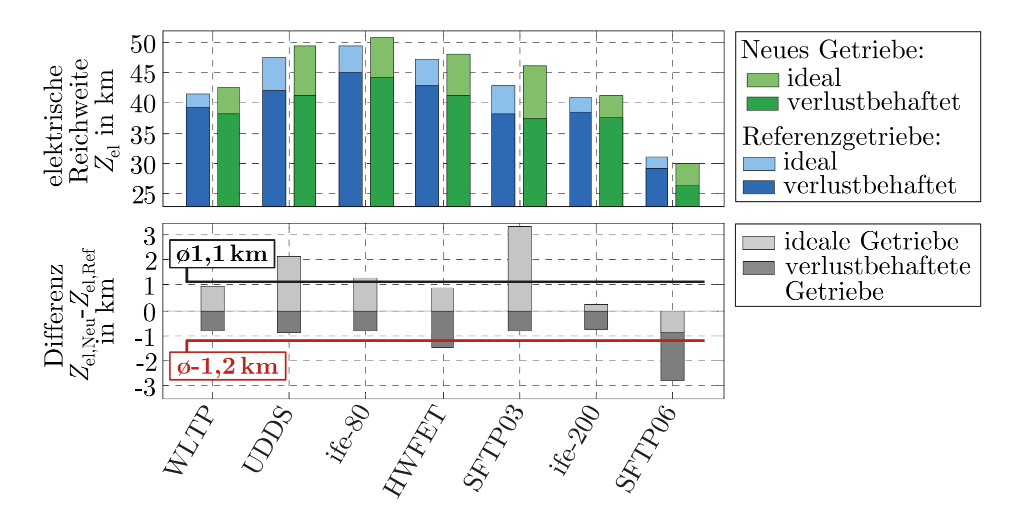


Bild A.14: In der Simulation mit dem neuen, zweigängigen Multi-Mode-Getriebe und mit dem eingängigen Referenzgetriebe (vgl. Kapitel 6.1) erzielten elektrischen Reichweiten.

Literaturverzeichnis

[1] Abdelsalam, A. A.; Cui, S.: *A Fuzzy Logic Global Power Management Strategy for Hybrid Electric Vehicles Based on a Permanent Magnet Electric Variable Transmission*. Energies, Band 5, Nr. 4, S. 1175–1198, 2012.

[2] Arata, J.; Leamy, M.; Cunefare, K.: *Power-Split HEV Control Strategy Development with Refined Engine Transients*. SAE International Journal of Alternative Powertrains, Band 1, Nr. 1, S. 119–133, 2012.

[3] Back, M.: *Prädiktive Antriebsregelung zum energieoptimalen Betrieb von Hybridfahrzeugen*. Dissertation, Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Universität Karlsruhe, 2006.

[4] Badin, F.; Berr, F. L.; Castel, G.; Dabadie, J.; Briki, H.; Degeilh, P.; et al.: *Energy Efficiency Evaluation of a Plug-in Hybrid Vehicle Under European Procedure, Worldwide Harmonized Procedure and Actual Use*. 28th International Electric Vehicle Symposium & Exhibition, 2015.

[5] Balau, A. E.; Kooijman, D.; Rodarte, I. V.; Ligterink, N.: *Stochastic Real-World Drive Cycle Generation Based on a Two Stage Markov Chain Approach*. SAE International Journal of Materials and Manufacturing, Band 8, Nr. 2, 2015.

[6] Balazs, A.: *Optimierte Auslegung von ottomotorischen Hybridantriebssträngen unter realen Fahrbedingungen*. Dissertation, RWTH Aachen, 2015.

[7] Balling, R. J.; Sobieszczanski-Sobieski, J.: *Optimization of coupled systems - A critical overview of approaches*. AIAA Journal, Band 34, Nr. 1, S. 6–17, 1996.

[8] Banaei, A.; Khoobroo, A.; Fahimi, B.: *Online detection of terminal voltage in Li-ion batteries via battery impulse response*. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009.

[9] van Basshuysen, R.; Schäfer, F.: *Handbuch Verbrennungsmotor - Grundlagen, Komponenten, Systeme, Perspektiven*. ATZ/MTZ-Fachbuch, 8. Aufl., Springer Vieweg Verlag, 2017.

[10] Bellman, R. E.: *Dynamic Programming.* Princeton University Press, 1957.

[11] van Berkel, K.; de Jager, B.; Hofman, T.; Steinbuch, M.: *Implementation of Dynamic Programming for Optimal Control Problems With Continuous States.* IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 23, Nr. 3, S. 1172–1179, 2015.

[12] Bertsekas, D. P.: *Dynamic Programming and Optimal Control.* Band 1, 3. Aufl., Athena Scientific Belmont Verlag, 2005.

[13] Bianchi, D.; Rolando, L.; Serrao, L.; Onori, S.; Rizzoni, G.; Khayat, N. A.; et al.: *Layered control strategies for hybrid electric vehicles based on optimal control.* International Journal of Electric and Hybrid Vehicles, Band 3, Nr. 2, S. 191–217, 2011.

[14] Biasini, R.; Onori, S.; Rizzoni, G.: *A near-optimal rule-based energy management strategy for medium duty hybrid truck.* International Journal of Powertrains, Band 2, Nr. 2/3, S. 232–261, 2013.

[15] Boehme, T. J.; Frank, B.; Schori, M.; Jeinsch, T.: *Multi-objective Optimal Powertrain Design of Parallel Hybrid Vehicles with Respect to Fuel Consumption and Driving Performance.* European Control Conference (ECC), 2014.

[16] Borhan, H.; Vahidi, A.; Phillips, A. M.; Kuang, M. L.; Kolmanovsky, I. V.; Cairano, S. D.: *MPC-Based Energy Management of a Power-Split Hybrid Electric Vehicle.* IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 20, Nr. 3, S. 593–603, 2012.

[17] Bosch, K.: *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung.* 10. Aufl., Springer Vieweg Verlag, 2010.

[18] Boyd, S.; Vandenberghe, L.: *Convex Optimization.* Cambridge University Press Verlag, 2009.

[19] Bradley, T. H.; Quinn, C. W.: *Analysis of plug-in hybrid electric vehicle utility factors.* Journal of Power Sources, Elsevier, Band 195, S. 5399–5408, 2010.

[20] Braune, O.: *Marktsituation Elektrofahrzeuge – Flottenaufbau in den Modellregionen des BMVI.* Fachkonferenz – Elektromobilität vor Ort, 2016.

[21] Brunner, M.; Fischer, R.; Küpper, K.: *Dedicated Hybrid Transmission (DHT) - A Solution for Increased Production Numbers of Hybrid Powertrains.* FISITA World Automotive Congress, Nr. F2016-THBC-010, 2016.

[22] Burke, A.; Zhao, H.; Gelder, E. V.: *Simulated Performance of Alternative Hybrid-Electric Powertrains in Vehicles on Various Driving Cycles*. 24th International Battery, Hybrid and Fuel Cell Electric Vehicle Symposium, 2009.

[23] del Castillo, J. M.: *The Analytical Expression of the Efficiency of Planetary Gear Trains*. Mechanism and Machine Theory, Band 37, Nr. 2, S. 197–214, 2002.

[24] Chen, Z.; Xiong, R.; Wang, K.; Jiao, B.: *Optimal Energy Management Strategy of a Plug-in Hybrid Electric Vehicle Based on a Particle Swarm Optimization Algorithm*. Energies, Band 8, Nr. 5, S. 3661–3678, 2015.

[25] Cheng, C.; McGordon, A.; Jones, R. P.; Jennings, P. A.: *Development of a Comprehensive and Flexible Forward Dynamic Powertrain Simulation Tool for Various Hybrid Electric Vehicle Architectures*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Band 226, Nr. 3, S. 385–398, 2011.

[26] Conlon, B. M.; Blohm, T.; Harpster, M.; Holmes, A.; Palardy, M.; Tarnowsky, S.; et al.: *The Next Generation "Voltec" Extended Range EV Propulsion System*. SAE International Journal of Alternative Powertrains, Band 4, Nr. 2, 2015.

[27] Dai, Z.; Niemeier, D.; Eisinger, D.: *Driving Cycles: A New Cycle-building Method that Better Represents Real-World Emissions*. Technischer Bericht, University of California - Department of Civil & Environmental Engineering, 2008.

[28] Delprat, S.; Hofman, T.; Paganelli, S.: *Hybrid Vehicle Energy Management: Singular Optimal Control*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 66, Nr. 11, S. 9654–9666, 2017.

[29] Desai, C.; Williamson, S.: *Optimal design of a parallel Hybrid Electric Vehicle using multi-objective genetic algorithms*. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2009.

[30] Desoer, C. A.; Kuh, E. S.: *Basic Circuit Theory*. McGraw-Hill Verlag, 1969.

[31] Deutscher Bundestag: *Antwort der Bundesregierung bezüglich der Aufgabe des Elektrofahrzeuge-Ziels der Bundesregierung*. 2017.

[32] Dittmar, R.; Pfeiffer, B.-M.: *Modellbasierte prädiktive Regelung in der industriellen Praxis (Industrial Application of Model Predictive Control)*. at – Automatisierungstechnik, Band 54, Nr. 12, 2006.

[33] Döpfert, M.; Vogtmann, M.: *Marktübersicht Elektroautos - E-Autos und Hybrid-Autos*. Deutsche Gesellschaft für Sonnenenergie, 2018.

[34] Duoba, M.; Lohse-Busch, H.; Rask, E.: *Evaluating Plug-In Vehicles (Plug-in Hybrid and Battery Electric Vehicles) Using Standard Dynamometer Protocols*. World Electric Vehicle Journal, Band 5, S. 196–209, 2012.

[35] Eder, A.; Schütze, N.; Rijnders, A.; Riemersma, I.; Steven, H.: *Development of a European Utility Factor Curve for OVC-HEVs for WLTP*. Technischer Bericht, Arbeitsgruppe EUWLTP, 2014.

[36] Egardt, B.; Murgovski, N.; Pourabdollah, M.; Johannesson, L.: *Electromobility Studies Based on Convex Optimization: Design and Control Issues Regarding Vehicle Electrification*. IEEE Control Systems, Band 34, Nr. 2, S. 32–49, 2014.

[37] Egel, T.: *Real Time Simulation Using Non-causal Physical Models*. SAE Technical Paper 2009-01-1021, 2009.

[38] Eghtessad, M.: *Optimale Antriebsstrangkonfigurationen für Elektrofahrzeuge*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig, Schriftreihe des Instituts für Fahrzeugtechnik, Shaker Verlag, 2014.

[39] Elmqvist, H.; Mattsson, S. E.; Olsson, H.; Andreasson, J.; Otter, M.; Schweiger, C.; et al.: *Realtime Simulation of Detailed Vehicle and Powertrain Dynamics*. SAE Technical Paper Series, Nr. 2004-01-0768, 2004.

[40] Europäische Union: *Richtlinie 2007/46/EG des europäischen Parlaments und Rates vom 5. September 2007 zur Schaffung eines Rahmens für die Genehmigung von Kraftfahrzeugen und Kraftfahrzeuganhängern sowie von Systemen, Bauteilen und selbstständigen technischen Einheiten für diese Fahrzeuge*. 2007.

[41] Europäische Union: *Regelung Nr. 101 der Wirtschaftskommission der Vereinten Nationen für Europa (UN/ECE) — Einheitliche Bedingungen für die Genehmigung der Personenkraftwagen*. 2012.

[42] Europäische Union: *EU-Verordnung 2017/1151 - Ergänzung der Verordnung Nr. 715/2007 über die Typengenehmigung von Kraftfahrzeugen*. 2017.

[43] Europäische Union: *Die EU-Verordnung zur Verminderung der CO2 - Emissionen von Straßenfahrzeugen*. 2019.

[44] Fang, L.-c.; Qin, S.-y.: *Concurrent Optimization for Parameters of Powertrain and Control System of Hybrid Electric Vehicle Based on Multi-Objective Genetic Algorithms*. SICE-ICASE International Joint Conference, 2006.

[45] Fathy, H.; Reyer, J.; Papalambros, P.; Ulsov, A.: *On the Coupling Between the Plant and Controller Optimization Problems*. Proceedings of the 2001 American Control Conference, 2001.

[46] Fellini, R.; Michelena, N.; Papalambros, P.; Sasena, M.: *Optimal Design of Automotive Hybrid Powertrain Systems*. Proceedings First International Symposium on Environmentally Conscious Design and Inverse Manufacturing, 1999.

[47] Fischer, R.: *Dedicated Hybrid Transmission (DHT)*. CTI Magazin, 2015.

[48] Fischer, R.; Kücükay, F.; Jürgens, G.; Pollak, B.: *Das Getriebebuch*. Springer Fachmedien Wiesbaden Verlag, 2016.

[49] Föllinger, O.: *Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung*. 12. Aufl., VDE Verlag Verlag, 2016.

[50] Föllinger, O.; Roppenecker, G.: *Optimale Regelung und Steuerung*. 3. Aufl., Oldenbourg Verlag München Wien Verlag, 1994.

[51] Fraj, A. H.: *Dynamik und Regelung von Automatikgetrieben*. Dissertation, Technische Universität München, 2001.

[52] Franklin, G. F.; Powell, J. D.; Workman, M. L.: *Digital Control of Dynamic Systems*. 3. Aufl., Addison Wesley Longman Verlag, 1998.

[53] Freudenstein, F.; Yang, A.: *Kinematics and statics of a coupled epicyclic spur-gear train*. Mechanism and Machine Theory, Band 7, Nr. 2, S. 263–275, 1972.

[54] Freyermuth, V.; Fallas, E.; Rousseau, A.: *Comparison of Powertrain Configuration for Plug-in HEVs from a Fuel Economy Perspective*. SAE Technical Paper, Nr. 2008-01-0461, 2008.

[55] Fritzson, P.: *Principles of Object-Oriented Modeling and Simulation with Modellica 2.1*. John Wiley & Sons Verlag, 2004.

[56] Froberg, A.; Nielsen, L.: *Efficient Drive Cycle Simulation*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 57, Nr. 3, S. 1442–1453, 2008.

[57] Froberg, A.: *Inverse Dynamic Simulation of Non-Quadratic MIMO Powertrain Models - Application to Hybrid Vehicles*. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2006.

[58] Gao, D. W.; Mi, C.; Emadi, A.: *Modeling and Simulation of Electric and Hybrid Vehicles*. Proceedings of the IEEE, Band 95, Nr. 4, S. 729–745, 2007.

[59] Gao, W.; Mi, C.: *Hybrid Vehicle Design Using Global Optimisation Algorithms*. International Journal of Electric and Hybrid Vehicles, Band 1, Nr. 1, S. 57, 2007.

[60] Gassmann, T.; Aikawa, M.: *GKN Multi-Mode eTransmission for Premium Hybrid Vehicles*. 12th International CTI Symposium, 2013.

[61] Gassmann, T.; Hildebrandt, W.; Haupt, J.; Herber, S.: *Effizientes Multi-Mode-Getriebe für Plug-in-Hybridfahrzeuge*. ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift, Ausgabe 12-18, S. 22–27, 2018.

[62] Geering, H. P.: *Optimal Control with Engineering Applications*. Springer Berlin Heidelberg New York Verlag, 2007.

[63] Gipser, M.: *Systemdynamik und Simulation*. Vieweg + Teubner Verlag, 1999.

[64] Girsang, I. P.; Dhupia, J. S.; Muljadi, E.; Singh, M.; Pao, L. Y.: *Gearbox and Drivetrain Models to Study Dynamic Effects of Modern Wind Turbines*. IEEE Transactions on Industry Applications, Band 50, Nr. 6, S. 3777–3786, 2014.

[65] Gonder, J.; Brooker, A.; Carlson, R.; Smart, J.: *Deriving in-use PHEV Fuel Economy Predictions from Standardized Test Cycle Results*. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, S. 643–648, 2009.

[66] Gonder, J.; Simpson, A.: *Measuring and Reporting Fuel Economy of Plug-In Hybrid Electric Vehicles*. 22th International Electric Vehicle Symposium & Exhibition, 2006.

[67] Goppelt, G.: *Das DHT - Hybridgetriebe neue definiert*. ATZ - Automobiltechnische Zeitschrift, Ausgabe 7-8, S. 9–13, 2016.

[68] Görke, D.: *Untersuchungen zur kraftstoffoptimalen Betriebsweise von Parallelhybridfahrzeugen und darauf basierende Auslegungen regelbasierter Betriebsstrategien*. Wissenschaftliche Reihe Fahrzeugtechnik Universität Stuttgart, Springer Vieweg Verlag, 2015.

[69] Graichen, K.: *Vorlesungsskript WS16/17: Methoden der Optimierung und optimalen Steuerung*. Institut für Mess-, Regel- und Mikrotechnik der Fakultät Ingenieurwissenschaft und Informatik - Universität Ulm Verlag, 2016.

[70] Graphhopper: *Open Source Routing Engine*. www.graphhopper.com, 2020.

[71] Grewe, T. M.; Conlon, B. M.; Holmes, A. G.: *Defining the General Motors 2-Mode Hybrid Transmission*. SAE Technical Paper, Nr. 2007-01-0273, 2007.

[72] Grigo, M.; Klein, H.; Lietz, O.; Kunkel, R.; Dornhöfer, R.-F.; Erdmann, H.-D.: *Der neue Audi 2.0l 4V FSI Motor*. Aachener Kolloquium Fahrzeug- und Motorentechnik, 2002.

[73] Guzzella, L.; Amstutz, A.: *CAE Tools for Quasi-Static Modeling and Optimization of Hybrid Powertrains*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 48, Nr. 6, S. 1762–1769, 1999.

[74] Guzzella, L.; Sciarretta, A.: *Vehicle Propulsion Systems - Introduction to Modeling and Optimization*. 2. Aufl., Springer Verlag Berlin Heidelberg Verlag, 2007.

[75] Hadj-Said, S.; Colin, G.; Ketfi-Cherif, A.; Chamaillard, Y.: *Analytical Solution for Energy Management of Parallel Hybrid Electric Vehicles*. IFAC-PapersOnLine, Band 50, Nr. 1, S. 13872–13877, 2017.

[76] Harries, B.; Hyatt, T.; Leslie, K.; Smith, B.; Compere, M.: *Plug-In Hybrid Electric Vehicle Architecture Comparison for Strong Hybridization of a Mid-Size Sedan as Part of EcoCAR2: Pluggin Into the Future*. SAE Technical Paper, Nr. 2014-01-1916, 2014.

[77] Hedman, A.: *Transmission Analysis - Automatic Derivation of Relationships*. Journal of Mechanical Design, Band 115, Nr. 4, S. 1031, 1993.

[78] Hedman, A.: *Mechanical Transmission Systems - a General Computer-based Method of Analysis*. Dissertation, Chalmers University of Technology - Division of Machine Elements, 1988.

[79] Heinrich, S.; Berger, M.: *Ein Beitrag zur ganzheitlichen Getriebesynthese für dynamisch stark beanspruchte Mechanismen*. 11. Kolloquium Getriebetechnik in Garching bei München, 2015.

[80] Heissing, B.; Ersoy, M.; Gies, S.: *Fahrwerkhandbuch*. Springer Fachmedien Wiesbaden Verlag, 2013.

[81] Hellberg, T.: *Nutzungsbasierte Optimierungsstrategie für Antriebssysteme*. Dissertation, Helmut-Schmidt-Universitat/Universitat der Bundeswehr Hamburg, 2016.

[82] Hereijgers, K.; Silvas, E.; Hofman, T.; Steinbuch, M.: *Effects of using Synthesized Driving Cycles on Vehicle Fuel Consumption*. IFAC-PapersOnLine, Band 50, Nr. 1, S. 7505–7510, 2017.

[83] Hermann, M.: *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen - Anfangswertprobleme und lineare Randwertprobleme*. Band 1, 2. Aufl., De Gruyter Verlag, 2017.

[84] Heywood, J. B.: *Internal Combustion Engine Fundamentals*. McGraw-Hill Verlag, 1988.

[85] Ho, C.-W.; Ruehli, A.; Brennan, P.: *The modified nodal approach to network analysis*. IEEE Transactions on Circuits and Systems, Band 22, Nr. 6, S. 504–509, 1975.

[86] Hofman, T.; Ebbesen, S.; Guzzella, L.: *Topology Optimization for Hybrid Electric Vehicles With Automated Transmissions*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 61, Nr. 6, S. 2442–2451, 2012.

[87] Hofman, T.; Leeuwen, D. V.; Steinbuch, M.: *Analysis of Modelling and Simulation Methodologies for Vehicular Propulsion Systems*. International Journal of Powertrains, Band 1, Nr. 2, S. 117, 2011.

[88] Hofmann, P.: *Hybridfahrzeuge - Ein alternatives Antriebssystem für die Zukunft*. 2. Aufl., Springer Verlag, 2014.

[89] Holdstock, T.; Sorniotti, A.; Everitt, M.; Fracchia, M.; Bologna, S.; Bertolotto, S.: *Energy consumption analysis of a novel four-speed dual motor drivetrain for electric vehicles*. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2012.

[90] Hsieh, H.-I.; Tsai, L.-W.: *Kinematic Analysis of Epicyclic-Type Transmission Mechanisms Using the Concept of Fundamental Geared Entities*. Journal of Mechanical Design, Band 118, Nr. 2, S. 294, 1996.

[91] Institut für Kraftfahrzeuge RWTH Aachen: *CO2-Emissionsreduktion bei Pkw und leichten Nutzfahrzeugen nach 2020*. Abschlussbericht, 2014.

[92] Isermann, R.: *Mechatronische Systeme*. Springer Berlin Heidelberg Verlag, 2008.

[93] Jalil, N.; Kheir, N.; Salman, M.: *A rule-based energy management strategy for a series hybrid vehicle*. Proceedings of the 1997 American Control Conference, 1997.

[94] Jiang, Y.; Zhang, C.; Zhang, W.; Shi, W.; Liu, Q.: *Modeling charge polarization voltage for large lithium-ion batteries in electric vehicles*. Journal of Industrial Engineering and Management, Band 6, Nr. 2, 2013.

[95] Jonasson, K.; Strandh, P.; Alaküla, M.: *Comparative Study of Generic Hybrid Topologies*. 18th International Electric Vehicle Symposium, 2001.

[96] Jones, D. R.; Pertunnen, C. D.; Stuckman, B. E.: *Lipschitzian Optimization Without the Lipschitz Constant.* Journal of Optimization Theory and Application, Band 79, Nr. 1, S. 157–181, 1993.

[97] Kang, C.; Lee, H.; Kim, J.; Park, Y.-i.; Cha, S.: *Component Size and Gear Ratio Optimization in PHEV Powertrain.* IEEE Intelligent Vehicles Symposium, 2017.

[98] Kang, Y.; Lacy, J.: *Conversion of MNA equations to state variable form for nonlinear dynamical circuits.* Electronics Letters, Band 28, Nr. 13, S. 1240–1241, 1992.

[99] Kang, Y.: *Systematic Method for Obtaining State-Space Representation of Nonlinear Dynamic Circuits Using MNA.* Electronics Letters, Band 28, Nr. 21, S. 2028–2030, 1992.

[100] Kapila, V.: *SimDriveLine.* IEEE Control Systems, Band 27, Ausgabe 3, S. 110–111, 2007.

[101] Karbowski, D.; Pagerit, S.; Kwon, J.; Rousseau, A.; von Pechmann, K.-F. F.: *"Fair" Comparison of Powertrain Configurations for Plug-In Hybrid Operation Using Global Optimization.* SAE Technical Paper, Nr. 2009-01-1334, 2009.

[102] Keil, P.; Jossen, A.: *Aufbau und Parametrierung von Batteriemodellen.* 19. DESIGN & ELEKTRONIK-Entwicklerforum Batterien & Ladekonzepte, 2012.

[103] Kiencke, U.; Nielsen, L.: *Automotive Control Systems.* Springer Berlin Heidelberg Verlag, 2005.

[104] Kiffe, A.: *Echtzeitsimulation leistungselektronischer Schaltungen für die Hardware-in-the-Loop-Simulation.* Dissertation, Technische Universität Berlin, 2018.

[105] Kim, I.; Kim, H.: *Configuration Analysis of Plug-in Hybrid Systems using Global Optimization.* 27th International Electric Vehicle Symposium & Exhibition, 2013.

[106] Kim, J.; Kang, J.; Kim, Y.; Kim, T.; Min, B.; Kim, H.: *Design of Power Split Transmission : Design of Dual Mode Power Split Transmission.* International Journal of Automotive Technology, Band 11, Nr. 4, S. 565–571, 2010.

[107] Kim, N.; Kwon, J.; Rousseau, A.: *Comparison of Powertrain Configuration Options for Plug-in HEVs from a Fuel Economy Perspective.* SAE Technical Paper 2012-01-1027, 2012.

[108] Kim, N.; Cha, S.; Peng, H.: *Optimal Control of Hybrid Electric Vehicles Based on Pontryagin's Minimum Principle.* IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 19, Nr. 5, S. 1279–1287, 2011.

[109] Kim, N.; Rousseau, A.: *Sufficient conditions of optimal control based on Pontryagin's minimum principle for use in hybrid electric vehicles.* Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Band 226, Nr. 9, S. 1160–1170, 2012.

[110] Kitano, S.; Nishiyama, K.; Toriyama, J.-i.; Sonoda, T.: *Development of Large-sized Lithium-ion Cell "LEV50änd Its Battery Module "LEV50-4"for Electric Vehicle.* Technischer Bericht, Yuasa Corporation, 2008.

[111] Kleimaier, A.: *Optimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen.* Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme - Technische Universität München, 2003.

[112] Kolda, T. G.; Lewis, R. M.; Torczon, V.: *Optimization by Direct Search: New Perspectives on Some Classical and Modern Methods.* Society for Industrial and Applied Mathematics Review, Band 45, Nr. 3, S. 385–482, 2003.

[113] Korobkine, A.; Boimer, R.; Pantelic, V.; Shah, S. A.; Lawford, M.; Castillo, C.; et al.: *Automatic Calibrations Generation for Powertrain Controllers Using MapleSim.* SAE Technical Paper 2018-01-1458, 2018.

[114] Kraftfahrtbundesamt: *Jahresbilanzen des Fahrzeugbestandes.* www.kba.de, 2022.

[115] Kuh, E.; Rohrer, R.: *The state-variable approach to network analysis.* Proceedings of the IEEE, Band 53, Nr. 7, S. 672–686, 1965.

[116] Kuria, J.; Kihiu, J.: *Prediction of Overall Efficiency in Multistage Gear Trains.* International Journal of Aerospace and Mechanical Engineering, Band 5, Ausgabe 3, S. 171–177, 2011.

[117] Kutter, S.: *Eine prädiktive und optimierungsbasierte Betriebsstrategie für autarke und extern nachladbare Hybridfahrzeuge.* Dissertation, Fakultät Verkehrswissenschaften der Technischen Universität Dresden, 2013.

[118] kutter, S.; Bäker, B.: *Optimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen durch prädiktive Bestimmung des Energieäquivalents.* Tagungsband Mechatronik 2011, S. 145–150, 2011.

[119] Lampe, A.; Mettin, U.; Serway, R.: *Clutch control of stepped automatic transmission by using a virtual DCT-structure*. Internationaler VDI-Kongress "Getriebe in Fahrzeugen"2016, S. 405–420, 2016.

[120] Lampe, A.; Mettin, U.; Serway, R.: *Generic Transmission Control by Using a Virtual Dual Clutch*. ATZ worldwide, Band 119, Nr. 12, S. 28–33, 2017.

[121] Lang, S.; Kesevan, H.: *Dynamics of planar mechanical systems: a graph theoretic approach*. IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 1996.

[122] Lee, H.-D.; Sul, S.-K.: *Fuzzy-logic-based torque control strategy for parallel-type hybrid electric vehicle*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Band 45, Nr. 4, S. 625–632, 1998.

[123] Lee, T.-K.; Adornato, B.; Filipi, Z. S.: *Synthesis of Real-World Driving Cycles and Their Use for Estimating PHEV Energy Consumption and Charging Opportunities: Case Study for Midwest/U.S.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 60, Nr. 9, S. 4153–4163, 2011.

[124] Lee, T.-K.; Bareket, Z.; Gordon, T.; Filipi, Z. S.: *Stochastic Modeling for Studies of Real-World PHEV Usage: Driving Schedule and Daily Temporal Distributions*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 61, Nr. 4, S. 1493–1502, 2012.

[125] Lee, T.-K.; Filipi, Z. S.: *Synthesis of Real-World Driving Cycles Using Stochastic Process and Statistical Methodology*. International Journal of Vehicle Design, Band 57, Nr. 1, S. 17–36, 2011.

[126] Li, L.; Zhang, Y.; Yang, C.; Jiao, X.; Zhang, L.; Song, J.: *Hybrid Genetic Algorithm-Based Optimization of Powertrain and Control Parameters of Plug-in Hybrid Electric Bus*. Journal of the Franklin Institute, Band 352, Nr. 3, S. 776–801, 2015.

[127] Li, X.; Williamson, S. S.: *Efficiency and Suitability Analyses of Varied Drive Train Architectures for Plug-In Hybrid Electric Vehicle (PHEV) Applications*. IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2008.

[128] Liebl, J.; Lederer, M.; Rhode-Brandenburger, K.; Bierman, J.-W.; Roth, M.; Schäfer, H.: *Energiemanagement im Kraftfahrzeug - Optimierung von CO2-Emissionen und Verbrauch konventioneller und elektrifizierter Automobile*. ATZ/MTZ-Fachbuch, Springer Vieweg Verlag, 2014.

[129] Lin, C.-C.; Peng, H.; Grizzle, J.: *A stochastic control strategy for hybrid electric vehicles*. Proceedings of the 2004 American Control Conference, 2004.

[130] Lin, C.-C.; Peng, H.; Grizzle, J.; Kang, J.-M.: *Power management strategy for a parallel hybrid electric truck*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 11, Nr. 6, S. 839–849, 2003.

[131] Liu, C.; Liu, Y.: *Energy Management Strategy for Plug-In Hybrid Electric Vehicles Based on Driving Condition Recognition: A Review*. Electronics, Band 11, Nr. 3, S. 342, 2022.

[132] Looman, J.: *Zahnradgetriebe - Grundlagen, Konstruktionen, Anwendungen in Fahrzeugen*. 3. Aufl., Springer Verlag Verlag, 2009.

[133] Lunze, J.: *Regelungstechnik 2*. Springer Berlin Heidelberg Verlag, 2010.

[134] Macfarlane, A. G. J.: *Anaylse Technischer Systeme*. Bibliographisches Institut AG Mannheim Verlag, 1967.

[135] Malikopoulos, A. A.: *Supervisory Power Management Control Algorithms for Hybrid Electric Vehicles: A Survey*. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Band 15, Nr. 5, S. 1869–1885, 2014.

[136] Markel, T.; Brooker, A.; Hendricks, T.; Johnson, V.; Kelly, K.; Kramer, B.; et al.: *ADVISOR: A Systems Analysis Tool for Advanced Vehicle Modeling*. Journal of Power Sources, Band 110, Nr. 2, S. 255–266, 2002.

[137] Mesbah, A.: *Stochastic Model Predictive Control: An Overview and Perspectives for Future Research*. IEEE Control Systems, Band 36, Nr. 6, S. 30–44, 2016.

[138] Miller, J. M.: *Hybrid Electric Vehicle Propulsion System Architectures of the e-CVT Type*. IEEE Transactions on Power Electronics, Band 21, Nr. 3, S. 756–767, 2006.

[139] Mohan, G.; Assadian, F.; Longo, S.: *Comparative Analysis of Forward-Facing Models vs Backward-Facing Models in Powertrain Component Sizing*. IET Hybrid and Electric Vehicles Conference 2013 (HEVC 2013), 2013.

[140] Mohan, G.; Assadian, F.; Longo, S.: *An Optimization Framework for Comparative Analysis of Multiple Vehicle Powertrains*. Energies, Band 6, Nr. 10, S. 5507–5537, 2013.

[141] Montazeri-Gh, M.; Naghizadeh, M.: *Development of Car Drive Cycle for Simulation of Emissions and Fuel Economy*. Proceedings 15th European Simulation Symposium, 2003.

[142] Moura, S. J.; Fathy, H. K.; Callaway, D. S.; Stein, J. L.: *A Stochastic Optimal Control Approach for Power Management in Plug-In Hybrid Electric Vehicles.* IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 19, Nr. 3, S. 545–555, 2011.

[143] Müller, H. W.: *Die Umlaufgetriebe - Auslegung und vielseitige Anwendung.* Band 2, Springer Verlag Verlag, 1998.

[144] Murgovski, N.; Johannesson, L.; Sjöberg, J.; Egardt, B.: *Component Sizing of a Plug-in Hybrid Electric Powertrain via Convex Optimization.* Mechatronics, Band 22, Nr. 1, S. 106–120, 2012.

[145] Mürmann, M.: *Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastische Prozesse.* Springer Berlin Heidelberg Verlag, 2014.

[146] Naidu, D. S.: *Optimal Control Systems.* CRC Press Verlag, 2002.

[147] Natarajan, S.: *A systematic method for obtaining state equations using MNA.* IEE Proceedings G Circuits, Devices and Systems, Band 138, Nr. 3, S. 341, 1991.

[148] Nationale Plattform Elektromobilität: *Wegweiser Elektromobilität - Handlungsempfehlungen der Nationalen Plattform Elektromobilität.* 2016.

[149] Nationale Plattform Elektromobilität: *Ergebnisbericht der nationalen Plattform Zukunft der Mobilität für die Jahre 2018 - 2021.* 2021.

[150] Nellen, J.; Wolters, B.; Netz, L.; Geulen, S.; Abraham, E.: *A Genetic Algorithm based Control Strategy for the Energy Management Problem in PHEVs.* GCAI 2015 Global - Conference on Artificial Intelligence, Band 36, S. 196–214, 2015.

[151] Ngo, V.; Hofman, T.; Steinbuch, M.; Serrarens, A.: *Predictive gear shift control for a parallel Hybrid Electric Vehicle.* IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2011.

[152] Ngo, V.; Hofman, T.; Steinbuch, M.; Serrarens, A.: *Optimal Control of the Gearshift Command for Hybrid Electric Vehicles.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 61, Nr. 8, S. 3531–3543, 2012.

[153] Nuesch, T.; Ott, T.; Ebbesen, S.; Guzzella, L.: *Cost and Fuel-Optimal Selection of HEV Topologies Using Particle Swarm Optimization and Dynamic Programming.* American Control Conference (ACC), 2012.

[154] Nüesch, T.; Elbert, P.; Flankl, M.; Onder, C.; Guzzella, L.: *Convex Optimization for the Energy Management of Hybrid Electric Vehicles Considering Engine Start and Gearshift Costs.* Energies, Band 7, Nr. 2, S. 834–856, 2014.

[155] Nyberg, P.; Frisk, E.; Nielsen, L.: *Generation of Equivalent Driving Cycles Using Markov Chains and Mean Tractive Force Components.* IFAC Proceedings Volumes, Band 47, Nr. 3, S. 8787–8792, 2014.

[156] Nyberg, P.; Frisk, E.; Nielsen, L.: *Using Real-World Driving Databases to Generate Driving Cycles With Equivalence Properties.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 65, Nr. 6, S. 4095–4105, 2016.

[157] Paganelli, G.; Guerra, T. M.; Delprat, S.; Santin, J.-J.; Delhom, M.; Combes, E.: *Simulation and assessment of power control strategies for a parallel hybrid car.* Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, Band 214, Nr. 7, S. 705–717, 2000.

[158] Panday, A.; Bansal, H. O.: *A Review of Optimal Energy Management Strategies for Hybrid Electric Vehicle.* International Journal of Vehicular Technology, Band 2014, S. 1–19, 2014.

[159] Papageorgiou, M.; Leibold, M.; Buss, M.: *Optimierung - Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung.* 3. Aufl., Springer Berlin Heidelberg Verlag, 2012.

[160] Paul, B. S.: *Analyse der Ausfallwahrscheinlichkeiten von Lithium-Ionen-Energiespeicher in elektrifizierten Fahrzeugen.* Dissertation, Fakultät für Ingenieurwissenschaften und Informatik der Universität Ulm, 2014.

[161] Pei, D.; Leamy, M. J.: *Dynamic Programming-Informed Equivalent Cost Minimization Control Strategies for Hybrid-Electric Vehicles.* Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Band 135, Nr. 5, S. 051013, 2013.

[162] Pelchen, C.; Schweiger, C.; Otter, M.: *Modeling and Simulating the Efficiency of Gearboxes and of Planetary Gearboxes.* 2. Internationale Modelica Konferenz, S. 257–266, 2002.

[163] Pennestrì, E.; Freudenstein, F.: *A Systematic Approach to Power-Flow and Static-Force Analysis in Epicyclic Spur-Gear Trains.* Journal of Mechanical Design, Band 115, Nr. 3, S. 639, 1993.

[164] Pennestrì, E.; Valentini, P. P.: *Dynamic Analysis of Epicyclic Gear Trains by Means of Computer Algebra.* Multibody System Dynamics, Band 7, Nr. 3, S. 249–264, 2002.

[165] Pérez, W.; Tulpule, P.; Midlam-Mohler, S.; Rizzoni, G.: *Data-Driven Adaptive Equivalent Consumption Minimization Strategy for Hybrid Electric and Connected Vehicles.* Applied Sciences, Band 12, Nr. 5, S. 2705, 2022.

[166] Pham, T. H.; Kessels, J. T. B. A.; van den Bosch, P. P. J.; Huisman, R. G. M.: *Analytical Solution to Energy Management Guaranteeing Battery Life for Hybrid Trucks.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 65, Nr. 10, S. 7956–7971, 2016.

[167] Pischinger, R.; Klell, M.; Sams, T.: *Thermodynamik der Verbrennungskraftmaschine.* Springer Vienna Verlag, 2010.

[168] Polik, I.; Terlaky, T.; Zinchenko, Y.: *SeDuMi: a package for conic optimization.* IMA Workshop on Optimization and Control - University of Minnesota, 2007.

[169] Pourabdollah, M.; Murgovski, N.; Grauers, A.; Egardt, B.: *Optimal Sizing of a Parallel PHEV Powertrain.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 62, Nr. 6, S. 2469–2480, 2013.

[170] Powell, B.; Bailey, K.; Cikanek, S.: *Dynamic Modeling and Control of Hybrid Electric Vehicle Powertrain Systems.* IEEE Control Systems, Band 18, Nr. 5, S. 17–33, 1998.

[171] Qin, F.; Xu, G.; Hu, Y.; Xu, K.; Li, W.: *Stochastic Optimal Control of Parallel Hybrid Electric Vehicles.* Energies, Band 10, Nr. 214, 2017.

[172] Rao, G.: *Modellierung und Simulation des Systemverhaltens nasslaufender Lamellenkupplungen.* Dissertation, Technische Universität Dresden, 2011.

[173] Rau, M.: *Marktübersicht Plug-In Hybride.* www.greengear.de, 2022.

[174] Reif, K.: *Konventioneller Antriebsstrang und Hybridantriebe.* 1. Aufl., Vieweg + Teubner Verlag, 2010.

[175] Reif, K.: *Ottomotor-Management - Steuerung, Regelung und Überwachung.* Springer Fachmedien Wiesbaden Verlag, 2014.

[176] Reik, W.: *Torsionsschwingungen im Antriebsstrang von Kraftfahrzeugen - Allgemeine Überlegungen.* 4. Internationales Kolloquium - Torsionsschwingungen im Antriebsstrang, 1990.

[177] Ren, Q.; Crolla, D.; Morris, A.: *Effect of Transmission Design on Electric Vehicle (EV) Performance.* IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2009.

[178] Ripaccioli, G.; Bernardini, D.; Cairano, S. D.; Bemporad, A.; Kolmanovsky, I. V.: *A stochastic model predictive control approach for series hybrid electric vehicle power management.* Proceedings of the 2010 American Control Conference, 2010.

[179] Rizzoni, G.; Guzzella, L.; Baumann, B.: *Unified modeling of hybrid electric vehicle drivetrains*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Band 4, Nr. 3, S. 246–257, 1999.

[180] Rohrer, R.: *Circuit Theory an introduction to the State Variable Approach*. McGraw-Hill Verlag, 1970.

[181] Rotenberg, D.; Vahidi, A.; Kolmanovsky, I.: *Ultracapacitor Assisted Powertrains: Modeling, Control, Sizing, and the Impact on Fuel Economy*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 19, Nr. 3, S. 576–589, 2011.

[182] Rousseau, A.; Sharer, P.; Besnier, F.: *Feasibility of Reusable Vehicle Modeling: Application to Hybrid Vehicles*. SAE Technical Paper SAE04-454, 2004.

[183] Saidani, F.; Hutter, F. X.; Scurtu, R.-G.; Braunwarth, W.; Burghartz, J. N.: *Lithium-Ion Battery Models: A Comparative Study and a Model-Based Powerline Communication*. Advances in Radio Science, Band 15, S. 83–91, 2017.

[184] Schlegel, C.; Hösl, A.; Diel, S.: *Detailed Loss Modelling of Vehicle Gearboxes*. Proceedings 7th Modelica Conference, S. 434–443, 2009.

[185] Schori, M.; Boehme, T. J.; Frank, B.; Lampe, B. P.: *Optimal Calibration of Map-Based Energy Management for Plug-In Parallel Hybrid Configurations: A Hybrid Optimal Control Approach*. IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 64, Nr. 9, S. 3897–3907, 2015.

[186] Schouten, N. J.; Salman, M. A.; Kheir, N. A.: *Energy management strategies for parallel hybrid vehicles using fuzzy logic*. Control Engineering Practice, Band 11, Nr. 2, S. 171–177, 2003.

[187] Schröder, D.: *Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen*. 3. Aufl., Springer Verlag, 2009.

[188] Thomas Schulte: *FEM Simulationen*. 2007.

[189] Schweiger, C.; Otter, M.: *Modelica-Modellbibliothek zur Simulation der Dynamik von Schaltvorgängen bei Automatikgetrieben*. VDI-Schwingungstagung: Dynamik und Regelung von automatischen Getrieben, 2005.

[190] Sciarretta, A.; Back, M.; Guzzella, L.: *Optimal Control of Parallel Hybrid Electric Vehicles*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Band 12, Nr. 3, S. 352–363, 2004.

[191] Sciarretta, A.; Guzzella, L.: *Control of hybrid electric vehicles*. IEEE Control Systems, Band 27, Nr. 2, S. 60–70, 2007.

[192] Sefik, I.; Hiyama, T.: *Performance evaluation of hybrid powertrain system simulation model for Toyota Prius car.* International Aegean Conference on Electrical Machines and Power Electronics and Electromotion, 2011.

[193] Serrao, L.; Onori, S.; Rizzoni, G.: *ECMS as a realization of Pontryagin's minimum principle for HEV control.* 2009 American Control Conference, 2009.

[194] Silvas, E.; Bergshoeff, E.; Hofman, T.; Steinbuch, M.: *Comparison of Bi-Level Optimization Frameworks for Sizing and Control of a Hybrid Electric Vehicle.* IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2014.

[195] Silvas, E.; Hereijgers, K.; Peng, H.; Hofman, T.; Steinbuch, M.: *Synthesis of Realistic Driving Cycles With High Accuracy and Computational Speed, Including Slope Information.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 65, Nr. 6, S. 4118–4128, 2016.

[196] Silvas, E.; Hofman, T.; Murgovski, N.; Etman, P.; Steinbuch, M.: *Review of Optimization Strategies for System-Level Design in Hybrid Electric Vehicles.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 66, Ausgabe 1, 2016.

[197] Silvas, E.; Hofman, T.; Serebrenik, A.; Steinbuch, M.: *Functional and Cost-Based Automatic Generator for Hybrid Vehicles Topologies.* IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Band 20, Nr. 4, S. 1561–1572, 2015.

[198] Society of Automotive Engineers: *J1711 - Recommended Practice for Measuring the Exhaust Emissions and Fuel Economy of Hybrid-Electric Vehicles, Including Plug-in Hybrid Vehicles.* SAE Standard, 2010.

[199] Society of Automotive Engineers: *J2841 - Utility Factor Definitions for Plug-In Hybrid Electric Vehicles Using Travel Survey Data.* SAE Standard, 2010.

[200] Sorniotti, A.; Boscolo, M.; Turner, A.; Cavallino, C.: *Optimization of a Multi-Speed Electric Axle as a Function of the Electric Motor Properties.* IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010.

[201] Stöcker, H.: *Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren.* Harri Deutsch GmbH Verlag, 2003.

[202] Strehmel, K.; Weiner, R.; Podhaisky, H.: *Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen.* Vieweg + Teubner Verlag, 2012.

[203] Suenaga, S.; Yashsiro, T.; Sano, S.; Taniguchi, M.; Takizawa, K.; Baba, S.; et al.: *Development of New Hybrid Transaxle for Compact Class Vehicles.* FISITA World Automotive Congress, 2016.

[204] Sundström, O.: *Optimal Control and Design of Hybrid-Electric Vehicles.* Dissertation, ETH Zürich, 2009.

[205] Sundström, O.; Guzzella, L.; Soltic, P.: *Optimal Hybridization in Two Parallel Hybrid Electric Vehicles using Dynamic Programming.* IFAC Proceedings Volumes, Band 41, Nr. 2, S. 4642–4647, 2008.

[206] Sybille, G.; Brunelle, P.; Le-Huy, H.; Dessaint, L.; Al-Haddad, K.: *Theory and applications of power system blockset, a MATLAB/Simulink-based simulation tool for power systems.* IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000.

[207] Tang, L.; Rizzoni, G.; Onori, S.: *Energy Management Strategy for HEVs Including Battery Life Optimization.* IEEE Transactions on Transportation Electrification, Band 1, Nr. 3, S. 211–222, 2015.

[208] Tara, E.; Filizadeh, S.; Jatskevich, J.; Dirks, E.; Davoudi, A.; Saeedifard, M.; et al.: *Dynamic Average-Value Modeling of Hybrid-Electric Vehicular Power Systems.* IEEE Transactions on Power Delivery, Band 27, Nr. 1, S. 430–438, 2012.

[209] Tazelaar, E.; Bruinsma, J.; Veenhuizen, B.; van den Bosch, P.: *Driving Cycle Characterization and Generation for Design and Control of Fuel Cell Buses.* World Electric Vehicle Journal, Ausgabe 9, S. 812–819, 2009.

[210] Teufelberger, P.; Yolga, M.; Ringdorfer, M.; Korsunsky, E.: *Optimised Control of a Dedicated Hybrid Transmission.* MTZ - Motortechnische Zeitschrift, Band 77, Ausgabe 09, S. 36–40, 2016.

[211] The MathWorks Inc.: *Simscape User's Guide.* 2018.

[212] Tosserams, S.; Etman, L. F. P.; Rooda, J. E.: *A Classification of Methods for Distributed System Optimization Based on Formulation Structure.* Structural and Multidisciplinary Optimization, Band 39, Nr. 5, S. 503–517, 2009.

[213] Tota, A.; Galvagno, E.; Dimauro, L.; Vigliani, A.; Velardocchia, M.: *Energy Management Strategy for Hybrid Multimode Powertrains: Influence of Inertial Properties and Road Inclination.* Applied Sciences, Band 11, Nr. 24, S. 11752, 2021.

[214] Tschöke, H.: *Die Elektrifizierung des Antriebsstrangs.* ATZ/MTZ-Fachbuch, Springer Vieweg Verlag, 2015.

[215] UEBEL, S.; TEMPELHAHN, C.; LIEBERS, M.; KUTTER, S.; BÄKER, B.: *Anwendung der Variationsrechnung für Steuerungsaufgaben im Kraftfahrzeug.* at – Automatisierungstechnik, Band 62, Nr. 4, 2014.

[216] VERDONCK, N.; CHASSE, A.; POGNANT-GROS, P.; SCIARRETTA, A.: *Automated Model Generation for Hybrid Vehicles Optimization and Control.* Oil & Gas Science and Technology – Revue de l'Institut Français du Pétrole, Band 65, Nr. 1, S. 115–132, 2010.

[217] VINOT, E.; REINBOLD, V.; TRIGUI, R.: *Global Optimized Design of an Electric Variable Transmission for HEVs.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 65, Nr. 8, S. 6794–6798, 2016.

[218] VINOT, E.; TRIGUI, R.; JEANNERET, B.; SCORDIA, J.; BADIN, F.: *HEVs Comparison and Components Sizing Using Dynamic Programming.* IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference, 2007.

[219] WAGENER, A.; SCHULTE, T.; WAELTERMANN, P.; SCHUETTE, H.: *Hardware-in-the-Loop Test Systems for Electric Motors in Advanced Powertrain Applications.* SAE Technical Paper 2007-01-0498, 2007.

[220] WAHL, H.-G.: *Optimale Regelung eines prädiktiven Energiemanagements von Hybridfahrzeugen.* Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie (KIT), 2015.

[221] WALLENTOWITZ, H.; FREIALDENHOVEN, A.: *Strategien zur Elektrifizierung des Antriebsstrangs - Technologien, Märkte und Implikationen.* 2. Aufl., Vieweg + Teubner Verlag, 2011.

[222] WEDEPOHL, L.; JACKSON, L.: *Modified nodal analysis: an essential addition to electrical circuit theory and analysis.* Engineering Science & Education Journal, Band 11, Nr. 3, S. 84–92, 2002.

[223] WEI, G.; XIANGYANG, X.; YONGXIN, C.; YANG, Y.: *Simulation of powertrain and dynamics of automobile based on SimulationX.* 2011 6th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2011.

[224] WIPKE, K.; CUDDY, M.; BURCH, S.: *ADVISOR 2.1: A User-Friendly Advanced Powertrain Simulation Using a Combined Backward/Forward Approach.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 48, Nr. 6, S. 1751–1761, 1999.

[225] WIRASINGHA, S. G.; EMADI, A.: *Classification and Review of Control Strategies for Plug-In Hybrid Electric Vehicles.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 60, Nr. 1, S. 111–122, 2011.

[226] Wittel, H.; Jannasch, D.; Vossiek, J.; Spura, C.: *Roloff/Matek Maschinenelemente Formelsammlung.* Springer Fachmedien Wiesbaden Verlag, 2018.

[227] Wu, G.; Zhang, X.; Dong, Z.: *Powertrain Architecture of Electrified Vehicles: Review, Classification and Comparison.* Journal of the Franklin Institute, Nr. 352, S. 425–448, 2015.

[228] ZF GmbH: *8-Gang-Automatgetriebe für Pkw - Ein Beitrag zur Reduzierung des Kraftstoffverbrauchs.* 2009.

[229] Zhang, X.; Li, S. E.; Peng, H.; Sun, J.: *Design of Multimode Power-Split Hybrid Vehicles—A Case Study on the Voltec Powertrain System.* IEEE Transactions on Vehicular Technology, Band 65, Nr. 6, S. 4790–4801, 2016.

Vorveröffentlichungen

Veröffentlichungen als Hauptautor

[V1] Geng, S.; Schulte, T.: *Real-Time Models of Hybrid Powertrain Transmissions.* 1st Biannual International Conference on Powertrain Modelling and Control (PMC), 2012.

[V2] Geng, S.; Schulte, T.: *Hybrid Powertrain Transmission Models for HIL-Simulation.* European Electric Vehicle Congress (EEVC2012), 2012.

[V3] Geng, S.; Schulte, T.: *Real-Time Models of Hybrid Electric Vehicle Powertrains.* IFAC Proceedings, Band 46, Ausgabe 21, S. 677–682, 2013.

[V4] Geng, S.; Brose, M.; Schulte, T.: *Correct Power Flow and Losses in Real-Time Simulation of HEV Powertrains.* IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2014.

[V5] Geng, S.; Schulte, T.: *Real-Time Powertrain Models of Hybrid Electric Vehicles.* SAE International Journal of Alternative Powertrains, Band 4, Nr. 1, S. 34–45, 2015.

[V6] Geng, S.; Brose, M.; Meyer, N.; Schulte, T.: *Konfigurierbare und Echtzeitfähige Modelle von Getrieben mit gekoppelten Elektromotoren unter Berücksichtigung korrekter Verlustleistung.* Autoreg 2015: Auf dem Weg zum automatisierten Fahren, 7. VDI/VDE Fachtagung, 2015.

[V7] Geng, S.; Herber, S.; Hildebrandt, W.; Schulte, T.: *Powertrain Simulation and Optimization of a Multimode Transmission.* FISITA World Automotive Congress, 2016.

[V8] Geng, S.; Zubke, T.; Schulte, T.: *Model-Based Development of Transmission Concepts for Hybrid Electric Powertrains.* IEEE Intelligent Vehicle Symposium, 2017.

[V9] Geng, S.; Meier, A.; Schulte, T.: *Model-Based Optimization of a Plug-In Hybrid Electric Powertrain with Multimode Transmission.* World Electric Vehicle Journal, Band 9, Nr. 1, 2018.

[V10] Geng, S.; Schulte, T.; Maas, J.: *Model-Based Analysis of Different Equivalent Consumption Minimization Strategies for a Plug-In Hybrid Electric Vehicle.* Applied Sciences, Band 12, Nr. 6, S. 2905, 2022.

Veröffentlichungen als Co-Autor

[V11] Herber, S.; Horst, J.; Gassmann, T.; Hildebrandt, W.; Haupt, J.; Abbenhaus, M.; et al.: *"PHEVplus Efficient Plug-in-Hybrid System with MRF-Coupling Technology.* FISITA World Automotive Congress, 2016.

[V12] Kiffe, A.; Geng, S.; Schulte, T.: *Real-Time Simulation of Power Electronic Circuits based on Discrete Averaging Method.* IECON 2011 - 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, 2011.

[V13] Kiffe, A.; Geng, S.; Schulte, T.: *Herausforderung der HIL-Simulation für Hybrid- und Elektrofahrzeuge.* 4. Wissenschaftsforum Mobilität - SSteps to Future Mobility", Universität Duisburg-Essen, 2012.

[V14] Schulte, T.; Geng, S.: *Forschungsprojekt Echtzeitfähige Antriebsstrangmodelle zur Verbrauchssimulation (Förderkennzeichen 17N2911).* Schlussbericht, Laufzeit 01. Juni 2011 bis 31. März 2015, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, Fachbereich Elektrotechnik und Technische Informatik, Fachgebiet Simulation technischer Systeme, 2015.

[V15] Schulte, T.; Geng, S.; Clemens, M.; Maas, J.; Hegger, C.: *Forschungsprojekt PHEVplus - Effizienzgesteigerte Plug-in-Hybridsysteme durch innovative MRF-Kupplungstechnologie (Förderkennzeichen 01MY13004A).* Schlussbericht, Laufzeit 01. Januar 2014 bis 31. Dezember 2017, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, Fachbereich Elektrotechnik und Technische Informatik, Fachgebiet Regelungstechnik und Simulation, 2018.

Betreute studentische Arbeiten

[A1] Brose, M.: *Echtzeitmodelle permanentmagneterregter Synchronmaschinen mit Berücksichtigung von Nichtlinearitäten und Verlusten.* Studienprojekt (Master), Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2014.

[A2] Brose, M.: *Nichtlineare Modelle und numerische Verfahren zur Echtzeitsimulation von permanentmagneterregten Synchronmaschinen.* Masterarbeit, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2015.

[A3] Meier, A.: *Betriebsstrategie und HIL-Simulation eines plug-in-hybridelektrischen Fahrzeugs mit Multi-Mode Getriebe.* Bachelorarbeit, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2015.

[A4] Meier, A.: *Regelung und Betriebsstrategie für Hybridfahrzeuge mit elektrischer Leistungsverzweigung.* Studienarbeit (Bachelor), Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2015.

[A5] Meier, A.: *Betriebsoptimierung hybridelektrischer Fahrzeuge unter Anwendung der Variationsrechnung.* Studienprojekt (Master), Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2017.

[A6] Meier, A.: *Parameteroptimierung mehrstufiger Automatikgetriebe für hybridelektrische Fahrzeuge unter Berücksichtigung der Betriebsstrategie.* Masterarbeit, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2018.

[A7] Pedde, A.: *Strategien für die Modenumschaltung bei einem hybdridelektrischen Antriebsstrang.* Studienarbeit (Bachelor), Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2016.

[A8] Pedde, A.: *HIL-Simulation für die Getriebesteuerung eines plug-in-hybrid-elektrischen Fahrzeugs.* Bachelorarbeit, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2017.

[A9] Zubke, T.: *Optimierter Betrieb eines hybridelektrischen Fahrzeugs auf Basis vordefinierter Fahrzyklen.* Studienprojekt (Master), Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2016.

[A10] Zubke, T.: *Echtzeit-Betriebsoptimierung eines plug-in-hybrid-elektrischen Fahrzeugs.* Masterarbeit, Hochschule Ostwestfalen-Lippe, 2017.

Advances in Automation Engineering
Hrsg.: Prof. Dr.-Ing. Jürgen Maas, Prof. Dr.-Ing. Cornelia Weltzien,
Prof. Dr.-Ing. Henning Jürgen Meyer
ISSN 2702-119X (print)
ISSN 2702-1203 (online)

---

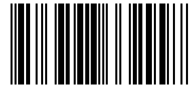
1. Hoffstadt, Thorben: Modellierung und Regelung von dielektrischen Mehrschicht-Elastomerwandlern. - 2020. - 296 S.
ISBN 978-3-7983-3181-5 (print) 15,00 EUR
ISBN 978-3-7983-3182-2 (online)
DOI 10.14279/depositonce-10619

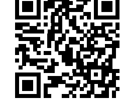
Universitätsverlag der TU Berlin

Modellgestützte Entwicklung eines Multi-Mode-Getriebes für einen plug-in-hybrid-elektrischen Antriebsstrang

Plug-in-hybrid-elektrische Fahrzeuge kombinieren einen emissionsarmen Fahrbetrieb mit den Vorteilen konventioneller Fahrzeuge hinsichtlich der Reichweite und Betankung. Ausschlaggebend für die Kraftstoffsparsamkeit solcher Fahrzeuge ist unter anderem die Antriebsstrangkonfiguration. Konfigurationen mit Multi-Mode-Getriebe ermöglichen die Umschaltung zwischen verschiedenen Kopplungen von Verbrennungs- und Elektromotor, wodurch sich gegenüber einer festen Kopplung zusätzliche Kraftstoffeinsparungen erzielen lassen. Diese Arbeit beschreibt eine Systematik zur modellgestützten Entwicklung von Multi-Mode-Getrieben und der dazugehörigen Steuer- und Regelalgorithmen. Die Systematik wird zur Entwicklung eines Funktionskonzepts angewendet, das als Basis für die konstruktive Entwicklung eines neuen Multi-Mode-Getriebes dient. Hierfür werden die Steuer- und Regelalgorithmen sowie eine übergeordnete Betriebsstrategie entwickelt. Darüber hinaus erfolgt auf Grundlage von Wirkungsgradmessungen eines entsprechenden Getriebeprototyps eine modellgestützte Bewertung des potenziellen Kraftstoffverbrauchs.

ISBN 978-3-7983-3299-7 (print)
ISBN 978-3-7983-3300-0 (online)





https://verlag.tu-berlin.de